Master 2 Recherche Physique Subatomique et Astroparticules
Université Joseph Fourier de Grenoble

Étude de la Polarisation du Fond Diffus Cosmologique : Contraintes sur les Contaminants à la Détection d'Ondes Gravitationnelles

Jonathan Aumont

mars - juin 2004

Directeur de Stage : Juan-Francisco Macías-Pérez

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie
53, Avenue des Martyrs
F-38026 Grenoble Cedex

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Daniel Santos pour m'avoir fait confiance pour ce stage.

Je remercie Juan-Francisco Macías-Perez pour son attention, son soutien et sa gentillesse. Malgré le fait qu'il ait été un petit peu préoccupé par sa toute nouvelle fonction de Papa, il a encadré mon stage à la perfection.

Merci également à vous deux pour les relectures fatidieuses de ce rapport.

Je remercie également Cécile Renault pour avoir partagé avec moi le bureau 334.

Merci à François-Xavier Désert pour son regard critique et toujours pertinent sur mes résultats.

Et merci, à Nicolas Ponthieu pour notre aimable collaboration sur le calcul des spectres de puissance angulaire.

En définitive c'est toute l'équipe Archeops du LPSC que je tiens à remercier pour avoir rendu ce stage passionant.

Table des matières

Introduction

En 1965, Penzias et Wilson, menant des études sur la communication par satellite, sont confrontés à un rayonnement parasite, de température de l'ordre de 3 K, *isotrope* et *non polarisé*. Un an après la mise en évidence de ce signal, Dicke *et al.* [9] montrent qu'il s'agit en fait du rayonnement fossile prédit par le modèle de Big Bang chaud de Gamow [13], Alpher & Herman [2], le *fond diffus cosmologique* ou *CMB* (Cosmic Microwave Background). Ce ne sera que en 1992, avec l'expérience COBE [39], que les anisotropies de ce rayonnement seront détectées.

L'information physique du CMB se trouve dans ses anisotropies. La nature des anisotropies dépend fortement des *paramètres cosmologiques* définissant notre Univers. Ainsi, l'étude des anisotropies en température du CMB va permettre de contraindre, de manière inégalée, les différents modèles cosmologiques. Les expériences WMAP [3] et ARCHEOPS [4] font partie des expériences qui ont mesuré ces anisotropies en température.

Le CMB possède également des anisotropies en polarisation, plus délicates à détecter en raison de leurs faibles amplitudes. L'étude de ces dernières permet de lever les dégénérescences restantes dans la détermination des paramètres cosmologiques. En outre, ce sera dans les anisotropies en polarisation que nous pourrons trouver des informations relatives à une phase de l'Univers primitif antérieure à la formation du CMB : *l'inflation*. L'un des enjeux de l'étude de la polarisation du CMB est la recherche de l'empreinte sur son spectre de puissance angulaire, des *ondes gravitationnelles primordiales* générées au cours de la période d'inflation. La recherche de cette signature doit cependant passer par une meilleure compréhension et une détermination explicite des contaminants que rencontre cette détection. Pour cela, l'expérience ARCHEOPS était également équipée de détecteurs polarisés afin de mettre en évidence l'émission de la poussière galactique qui sera un des principaux contaminants pour le détecteur haute fréquence HFI du futur satellite PLANCK, qui réalisera des mesures très précises en polarisation.

Dans une première partie nous présenterons le modèle cosmologique standard, le CMB, le formalisme utilisé pour sa description, et nous nous pencherons plus particulièrement sur la théorie de sa polarisation.

Dans une seconde partie nous nous intéresserons à l'effet d'un champ magnétique primordial sur le spectre de puissance angulaire du CMB, étude motivée par la récente détection de champs magnétiques à grandes échelles au sein des galaxies [5].

Enfin, dans une troisième et dernière partie nous nous attacherons à présenter la méthode que nous avons développée pour estimer le spectre de puissance à partir de cartes du ciel incomplètes, et nous l'appliquerons aux données de l'expérience ARCHEOPS à 353 GHz, afin de donner une mesure de l'émission polarisée de la poussière galactique qui, nous l'avons vu, sera un des contaminants majeurs de l'instrument HFI du futur satellite PLANCK.

Chapitre I

Le Cadre Théorique

Le *modèle cosmologique standard* permet de décrire la dynamique de l'Univers à partir des équations de la relativité générale d'Einstein. Dans ce modèle d'abord développé par Friedmann [11, 12] l'Univers s'étend à partir d'une singularité de l'espace-temps : le *Big Bang*. La conséquence de cette singularité est que l'Univers possède un âge fini. Ce modèle prévoit également l'existence d'un rayonnement fossile issu du découplage de la matière et du rayonnement environ 380 000 ans après le Big Bang : *Le fond diffus cosmologique ou CMB* (Cosmic Microwave Background). Ce rayonnement a été observé pour la première fois dans les années soixante, ce qui constitua une preuve de la validité de ce modèle. L'étude du CMB va nous permettre de contraindre très fortement les paramètres décrivant la dynamique de l'Univers : *les paramètres cosmologiques*.

I.1 Le Modèle Standard de la Cosmologie

I.1.1 Les Équations d'Évolution

Le modèle standard de la cosmologie s'appuie sur l'observation par Hubble en 1929 [21] du fait que le décalage vers le rouge ou *redshift* des galaxies augmente avec leur distance par rapport à la voie lactée montrant ainsi que plus elles sont éloignées de nous plus elles s'éloignent rapidement. Il met ainsi en évidence le fait que l'Univers est en expansion.

Ce modèle se base également sur deux postulats appelés *principe cosmologique* :

1. Il existe un temps cosmique qui est le même pour tous les observateurs de l'Univers.
2. L'Univers est homogène et isotrope à grande échelle.

L'expansion de l'Univers ajoutée au principe cosmologique conduit au choix de la métrique de Friedmann-Robertson-Walker [33, 42] qui permet de décrire la géométrie de l'Univers :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \tag{I.1}$$

où r est une coordonnée de distance comobile, k est l'indice de courbure[1] et $a(t)$ est le facteur d'échelle. C'est ce facteur d'échelle qui rend compte de l'expansion observée par Hubble. Le redshift z est relié au facteur d'échelle par la relation $(1 + z) = a/a_0$ où a_0 est le facteur d'échelle actuel.

Les équations d'Einstein appliquées à cette métrique permettent d'obtenir les équations de Friedmann [11, 12] qui décrivent l'évolution du facteur d'échelle :

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \tag{I.2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \tag{I.3}$$

[1] k vaut -1, 0 ou 1 selon que l'Univers est spatialement *ouvert, plat* ou *fermé*

où H est le paramètre de Hubble, Λ la constante cosmologique et ρ et p représentent la densité d'énergie et la pression totale d'un fluide idéal dans l'Univers. Ce fluide représente le contenu de l'Univers et est constitué de diverses composantes qui sont :
– le rayonnement.
– la matière, composée de matière baryonnique et non-baryonnique qui peuvent être soit de la matière visible ou de la matière noire.
– l'énergie noire, ou énergie du vide, associée à la constante cosmologique Λ

Dans le modèle que nous venons de présenter, la dynamique de l'Univers sera déterminée par les densités des différentes composantes que nous venons d'énoncer.

I.1.2 Les Paramètres Cosmologiques

La description du modèle cosmologique passe par la connaissance des *paramètres cosmologiques*. Le modèle ΛCDM s'est imposé au cours de ces dernières années. Ce modèle prévoit une constante cosmologique non nulle. Les paramètres cosmologiques peuvent être contraints au moyen d'expériences comme l'étude du CMB avec Wmap [3], Archeops [4] ou le futur satellite Planck (2007), ou encore comme l'observation de chandelles standards avec HST [10] ou des supernovæ comme SNAP [1]. Nous allons exposer ces différents paramètres en donnant les valeurs mesurées par Wmap [3] :

– *la constante de Hubble* : donne le taux d'expansion de l'Univers.

$$H_0 \equiv H(t = t_0) = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)} = 71^{+4}_{-3} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \tag{I.4}$$

– *La densité critique* : est la densité qui mène à un Univers plat.

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \tag{I.5}$$

– *la densité de chaque composante* : est définie comme le rapport de la densité sur la densité critique.

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c} \tag{I.6}$$

Pour la matière : $\Omega_m = 0.27 \pm 0.04$
Pour la constante cosmologique ou densité d'énergie noire : $\Omega_\Lambda = 0.73 \pm 0.04$

– *la densité totale* : détermine si l'Univers est ouvert, plat ou fermé.

$$\Omega_{\text{tot.}} \equiv \sum_i \Omega_i = 1.02 \pm 0.02 \tag{I.7}$$

ce qui est fortement compatible avec un Univers plat.

La détermination de ces paramètres laisse des dégénérescences entre les différents modèles cosmologiques. Une étude approfondie de la polarisation du CMB lèvera une partie de ces dégénérescences.

I.1.3 L'Inflation

Le modèle ΛCDM inclut une phase d'expansion accélérée exponentiellement : *l'inflation*. L'inflation permet de résoudre plusieurs problèmes rencontrés par les modèles cosmologiques précédents. Elle a été proposée au début des années 1980, notamment par Guth [17]. Nous présentons deux des quatres problèmes rencontrés par le modèle cosmologique standard[2] :

– l'Univers possédant un âge fini et la vitesse de la lumière étant finie, un observateur à un instant t n'a pu être en contact causal qu'avec d'autres observateurs à une distance finie. On appelle *horizon* d'un observateur la plus grande de ces distances. Or dès 1992, COBE [39] montre que le CMB est isotrope à 10^{-5} près. Comment des régions qui sont séparées de plusieurs degrés dans le ciel et qui n'ont donc pas pu être en contact causal peuvent avoir une température

[2]Les deux autres sont le problème de la platitude et le problème des monôpoles magnétiques [27]

aussi proche ? L'inflation résoud ce problème en n'imposant plus de borne à la distance causale entre deux particules.
– la formation des amas de galaxies résulte de l'effondrement gravitationnel de la matière. Pour avoir pu initier ce processus il faut que des régions de surdensité soient venues perturber l'homogénéité de l'Univers. L'inflation est un modèle qui en plus d'expliquer la présence de telles perturbations, propose un mécanisme qui les génère.

Ainsi, le mécanisme de l'inflation va génèrer des perturbations, qui peuvent être scalaires, vectorielles ou tensorielles. Nous reviendrons plus en détail au chapitre I.3.4 sur ces perturbations dans le cas de l'étude de la polarisation du CMB.

I.2 Le CMB

I.2.1 L'Origine du CMB

Le CMB est un rayonnement fossile conséquence du modèle du Big Bang chaud présenté précédement. C'est par hasard qu'il fut détecté en 1965 par Penzias et Wilson [28]. Ces derniers détectèrent un rayonnement isotrope et homogène, non polarisé, de température $T_0 = 3\text{K}$.

Ce rayonnement résulte du découplage entre la matière et le rayonnement $379\,000^{+8000}_{-7000}$ ans après le Big Bang [3]. En effet, avant le découplage, l'Univers était un plasma chaud fortement couplé aux photons. Les photons diffusant sur les électrons du plasma par diffusion Compton, l'Univers est de ce fait opaque aux photons. Du fait de ce couplage fort, le spectre des photons est un spectre de corps noir. Cependant le plasma se refroidit à cause de l'expansion de l'Univers. Ainsi, des atomes neutres vont se former et l'énergie des photons ne sera plus suffisante pour ioniser ces atomes. Le taux d'interaction des photons avec les électrons libres du plasma va diminuer et leur libre parcours moyen va augmenter jusqu'à atteindre la taille de l'Univers.

Le *découplage* de la matière et du rayonnement a eu lieu à un décalage vers le rouge de 1089±1 [3]. Les photons se propageant maintenant librement, ils vont conserver leur spectre de corps noir et voient seulement leur température diminuer sous l'effet de l'expansion. Nous les observons après une dernière diffusion Compton, c'est pourquoi on appelle le moment du découplage *surface de dernière diffusion*. Le mot de surface fait référence à l'Univers au moment du découplage, projeté sur la surface de la sphère céleste. Cette surface posséde néanmoins une épaisseur correspondant au fait que le découplage n'a pas été instantané mais s'est étendu sur une durée équivalente à un décalage vers le rouge de 195±2 [3].

La période d'inflation a laissé, sous la forme de fluctuation de densité, l'empreinte de ses perturbations scalaires, au niveau de la surface de dernière diffusion. Ces dernières sont nécessaires à l'explication de la formation de structures, comme les amas de galaxies. Ces fluctuations de densité devraient générer des fluctuations de température du CMB, et l'un des enjeux majeurs de la cosmologie de ces quarantes dernières années a été de les mettre en évidence. Ce fut chose faite en 1992 avec l'expérience satellite COBE [39] qui détecta des anisotropies de l'ordre de 10^{-5}. Le CMB comporte donc, à l'inverse de ce que Penzias et Wilson ont observé, des anisotropies en température qui sont dues aux perturbations présentes au niveau de la surface de dernière diffusion.

N'ayant en première approximation plus interagit avec la matière depuis le découplage, le CMB constitue le cliché le plus ancien de l'Univers auquel nous puissions avoir accès actuellement[3]. C'est pourquoi ce sera à travers son étude que nous pourrons remonter aux paramètres cosmologiques avec la plus grande précision[4].

I.2.2 Étude Statistique du CMB

Nous avons vu que le CMB comporte des anisotropies en température liées aux perturbations au niveau de la surface de dernière diffusion. Ce sont ces anisotropies qui vont contenir l'information physique. Les perturbations au niveau de la surface de dernière diffusion relèvent de processus sto-

[3]Le découplage des neutrinos est antérieur, mais le fond de neutrinos n'est pas détectable directement.
[4]Une précision de l'ordre de 1%

chastiques, dont seules les propriétés statistiques sont prévisibles. Ce sera donc de manière statistique que l'on réalisera l'étude du CMB.

Pour cela nous allons projeter la carte du ciel des anisotropies en température sur la base des harmoniques sphériques[5] :

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\theta, \varphi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \tag{I.8}$$

Nous pouvons ainsi définir le *spectre de puissance angulaire* $\{C_\ell^{TT}\}_{\ell=0,\infty}$ par :

$$\langle a_{\ell m}^T \cdot a_{\ell' m'}^{T\star} \rangle = C_\ell^{TT} \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \tag{I.9}$$

où les $a_{\ell m}$ sont des variables gaussiennes de variance C_ℓ. N'ayant qu'une seule réalisation d'Univers et donc un seul jeu d'$a_{\ell m}$ à notre disposition nous construisons l'estimateur $\hat{C}_\ell^{TT}$ à partir des seuls $2\ell + 1$ modes m indépendants disponibles pour chaque ℓ de la façon suivante :

$$\hat{C}_\ell^{TT} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2 \tag{I.10}$$

La variance associée à la mesure des C_ℓ, appelée *variance cosmique*, est inhérente au fait que nous n'ayons accès qu'à une seule réalisation d'Univers :

$$\mathrm{var}(\hat{C}_\ell^{TT}) = \frac{2}{2\ell + 1} (C_\ell^{TT})^2 \tag{I.11}$$

Cette variance sera ainsi intrinsèque à toute mesure du CMB. Elle sera prépondérante à bas ℓ et négligeable à haut ℓ.

I.2.3 Les Anisotropies du CMB

Les Anisotropies Primaires

La période d'inflation a laissé son empreinte dans le fluide primordial sous la forme de perturbations qui peuvent être scalaires, vectorielles ou tensorielles. Elles persistent jusque dans le plasma avant le découplage. Ces fluctuations vont influer sur la distribution des photons.

En résolvant les équations d'Einstein pour les perturbations du fluide primordial ainsi que les équations de Boltzmann (voir paragraphe I.4) pour la distribution des photons nous pouvons déduire le spectre des anisotropies du CMB en température. Nous distinguons trois effets physiques distincts, qui sont importants respectivement à grande, moyenne et petite échelle angulaire. Ceci détermine les trois zones portées en figure (I.1) :

1. L'*effet Sachs-Wolfe* traduit l'interaction des photons du CMB avec un potentiel gravitationnel. Les perturbations scalaires issues de l'inflation sont responsables de sous- et de sur-densités au niveau de la surface de dernière diffusion, qui engendrent des puits de potentiel. Il en résulte que les photons vont être, soit décalés vers le rouge, soit vers le bleu, par rapport à la moyenne. Cet effet est dominant pour les perturbations d'échelle plus grande que l'horizon au niveau de la surface de dernière diffusion (de l'ordre de 1° dans le ciel aujourd'hui), ce que l'on retrouve dans le spectre des anisotropies en température sous la dénomination de *plateau de Sachs-Wolfe* (pour $\ell \lesssim 100$).
2. Les *pics accoustiques*, pour $200 \lesssim \ell \lesssim 1500$, proviennent des oscillations au sein du fluide primordial dues à l'opposition entre la gravitation qui attire les photons couplés aux électrons dans les surdensités de baryons et la pression de radiation résultante qui s'y oppose.
3. Ces oscillations vont être amorties par le fait que la surface de dernière diffusion possède une épaisseur, et que, en l'observant, nous intégrons sur notre ligne de visée les contributions de toute l'épaisseur, ce qui estompe les fluctuations à trop petite échelle.

[5]Les définitions sont données ici pour les anisotropies en température du CMB. Celles relatives à la polarisations sont traitées au paragraphe I.3.5.

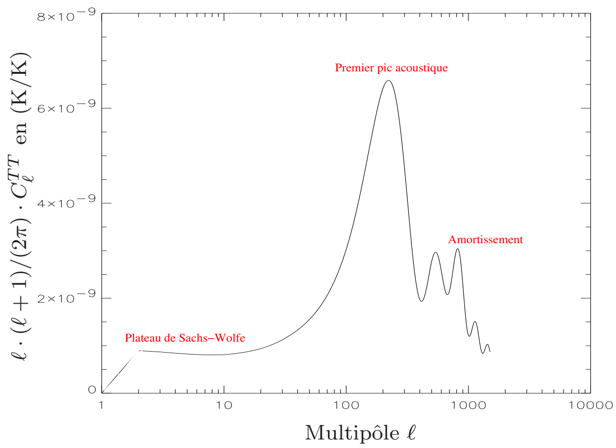


FIG. I.1 – Spectre de puissance angulaire des anisotropies en température du CMB dans le modèle ΛCDM [3].

Ce sont les anisotropies primaires du CMB qui vont contenir les informations nécessaires à la contrainte des paramètres cosmologiques.

Les Anisotropies Secondaires

Les anisotropies secondaires sont dues aux effets se faisant ressentir le long du trajet des photons du CMB du découplage jusqu'à nous.

Le premier effet à considérer est celui dû au *dipôle cosmologique* pour $\ell = 1$. En effet, la Terre est animée d'un mouvement propre par rapport au CMB. Par effet Doppler ce mouvement va faire apparaître un dipôle dans le spectre du CMB.

S'ajoutent à cet effet des effets gravitationnels comme le *cisaillement gravitationnel*, effet dû à la courbure des rayons lumineux au voisinage de grandes masses et agissant essentiellement sur la polarisation du CMB, et l'effet *Sachs-Wolfe intégré*, qui est l'intégration de l'effet Sachs-Wolfe le long de la ligne de visée, et des effets non-gravitationnels comme la *reionisation* dont nous reparlerons plus en détail au paragraphe II.3.3.

I.2.4 Les Émissions d'Avant Plans

Des émissions d'origine astrophysique vont se superposer au rayonnement du CMB, et donc venir contaminer son spectre de puissance angulaire. Ceci constitue les *émissions d'avant plans* ou *foregrounds*. L'influence des émissions d'avant plans dépend de la fréquence à laquelle est effectuée l'observation. Nous remarquons que ces émissions avant-plans viennent même dominer le CMB à certaines fréquences (voir Fig. I.2). Il faut également noter que ces émissions d'avant-plans sont en outre polarisées.

- *l'émission synchrotron* domine à basses fréquences ($\lesssim$ 20 GHz). Cette émission résulte du mouvement hélicoïdal des électrons autour du champ magnétique galactique.
- *l'émission de la poussière galactique* domine à hautes fréquences ($\gtrsim$ 300 GHz), notamment à certaines fréquences de l'expérience ARCHEOPS. Nous étudierons les propriétés de cette émission en détail au paragraphe III.1.1.

Nous voyons d'ores et déjà que la détection des anisotropies du CMB sera délicate. En effet nous devrons nous affranchir de toutes les contaminations que nous venons de citer pour pouvoir étudier le spectre du CMB et en extraire les paramètres cosmologiques.

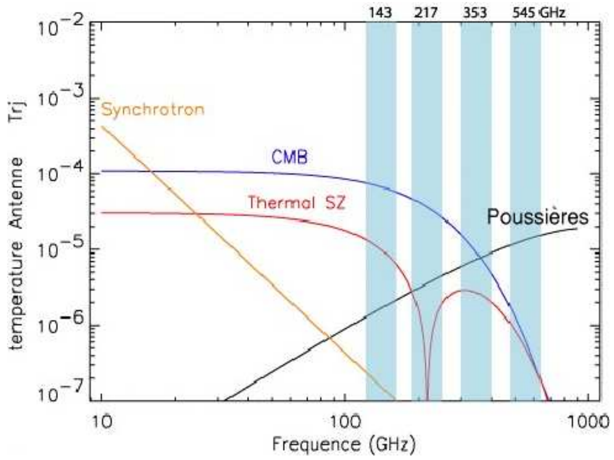


FIG. I.2 – Contribution du CMB et des différentes émissions d'avant-plans entre 10 et 1000 GHz. Les fréquences de détection de l'expérience ARCHEOPS [4] sont portées en bleu.

I.2.5 Les Paramètres Cosmologiques et le CMB

Les paramètres cosmologiques vont influer sur l'allure du spectre du CMB, car il modifient les conditions physiques au niveau de la surface de dernière diffusion. Par conséquent, c'est par l'allure des spectres mesurés que l'on remontera aux paramètres cosmologiques.

Pour exemple, une densité de matière Ω_m plus élevée engendrera une interaction gravitationnelle plus forte au niveau de la surface de dernière diffusion engendrant elle même une pression de radiation plus élevée des photons attirés vers les surdensités. Il s'en suit des oscillations plus intenses et donc une valeur plus élevée pour les pics accoustiques dans le spectre du CMB.

Il faut également définir un paramètre que nous utiliserons à plusieurs reprises au cours de ce rapport, r, qui est le rapport des contributions des perturbations scalaires et tensorielles au spectre de puissance, pour le terme quadrupôlaire ($\ell = 2$) :

$$r \equiv \left. \frac{C_\ell^{\text{tens.}}}{C_\ell^{\text{scal.}}} \right|_{\ell=2} \tag{I.12}$$

$r = 0$ représente ainsi une réalisation d'Univers sans modes tensoriels, c'est à dire sans ondes gravitationnelles primordiales. Les résultats les plus récents donnent un $r < 0.67$ à 95% C.L. [38].

Nous nous sommes intéressés à l'impact du paramètre r sur l'allure du spectre de puissance du CMB. Nous discutons de l'effet de la variation de ce paramètre en annexe A.

I.3 La Polarisation du CMB

Outre les anisotropies en température, le CMB possède des anisotropies en polarisation dues à la diffusion Thomson entre les électrons et les photons. L'étude de ces dernières se révèle d'une grande importance, car elle permet de lever certaines dégénérescences dans la détermination des paramètres cosmologiques, et est susceptible d'apporter des informations inaccessibles à d'autres observables comme celles relatives à la période d'inflation.

Nous allons présenter en premier lieu le formalisme associé à la description de la polarisation d'une onde électromagnétique, nous présenterons ensuite les mécanismes qui génèrent la polarisation du CMB, et enfin nous définirons les observables E et B, qui seront d'une grande utilité pour extraire les informations physiques relatives à une étude statistique de la polarisation du CMB.

I.3.1 Les Paramètres de Stokes

Dans le cas le plus général, quand une onde électromagnétique est polarisée, elle possède une polarisation elliptique. Dans ce cas, le champ électrique décrit une ellipse dans le plan d'onde. Le but des paramètres de Stokes va être de définir une telle ellipse. Ainsi pour une onde monochromatique ($\omega = \text{const.}$) se propageant le long de l'axe z, le champ électrique évoluera au cours du temps de la manière suivante [34] :

$$E_x(t) = a_x(t)\cos(\omega t) \tag{I.13}$$

$$E_y(t) = a_y(t)\cos(\omega t + \phi) \tag{I.14}$$

Nous définissons alors les paramètres de Stokes [23] :

$$I \equiv \langle a_x^2 \rangle + \langle a_y^2 \rangle \tag{I.15}$$

$$Q \equiv \langle a_x^2 \rangle - \langle a_y^2 \rangle \tag{I.16}$$

$$U \equiv \langle 2a_x a_y \cos(\phi) \rangle \tag{I.17}$$

$$V \equiv \langle 2a_x a_y \sin(\phi) \rangle \tag{I.18}$$

Le paramètre I décrit l'intensité de la radiation. Les paramètres Q, U et V décrivent l'état de polarisation de l'onde, et peuvent être positifs ou négatifs. Une onde qui n'est pas polarisée est définie par $Q = U = V = 0$. Si une onde est définie par Q et $U \neq 0$ et $V = 0$, alors on dit qu'elle est polarisée linéairement. V représente la polarisation circulaire.

Il est très important de noter que I et V sont indépendants du système de coordonnées, tandis que Q et U dépendent de l'orientation du référentiel. Il est donc primordial de connaître *l'algèbre des paramètres de Stokes* pour l'étude du de la polarisation du CMB. Pour définir cette algèbre, nous effectuons une rotation du plan xOy autour de l'axe z d'un angle ψ.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \tag{I.19}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} Q' \\ U' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\psi & \sin 2\psi \\ -\sin 2\psi & \cos 2\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ U \end{pmatrix} \tag{I.20}$$

La quantité (Q, U) se comporte alors comme un spinneur de spin 2, c'est-à-dire que lors d'une rotation d'un angle ψ, il faut tourner le doublet d'un angle 2ψ. Il faudra ainsi toujours définir convenablement le repère choisi pour la détermination des paramètres de Stokes.

I.3.2 Diffusion Thomson

La polarisation du CMB résulte de l'interaction des photons avec les électrons, par diffusion Thomson au niveau de la surface de dernière diffusion. En effet, la section efficace de diffusion photon-particule chargée est inversement proportionelle à la masse de la particule au carré : ce sont donc les électrons qui vont principalement contribuer à ce processus. *Les photons ne possédaient pas de polarisation avant d'interagir avec les électrons au moment du découplage rayonnement-matière.*

La section efficace de la diffusion de Thomson s'écrit [23] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\hat{\epsilon} \cdot \hat{\epsilon}'|^2 \tag{I.21}$$

où $\hat{\epsilon}$ et $\hat{\epsilon}'$ sont respectivement les vecteurs de polarisation de l'onde incidente et diffusée, σ_T la section efficace de Thomson totale[6] et $d\Omega$ est l'élement d'angle solide.

Notons que cette interaction ne modifie pas la phase de l'onde, et ne peut donc pas générer de polarisation circulaire [30].

$$\boxed{\text{Pour le CMB : } V = 0}$$

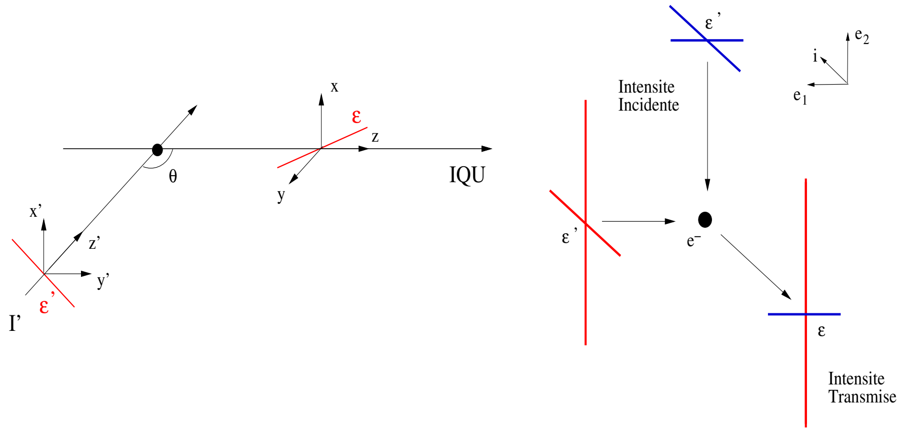


FIG. I.3 – *Gauche* : Schéma de la diffusion Thomson d'un photon sur un électron, où θ est l'angle entre la direction incidente $\vec{z}'$ et diffusée $\vec{z}$ ($\vec{x}'$ parallèle à $\vec{x}$). *Droite* : Diffusion Thomson de photons de directions d'incidence orthogonales entre elles, et leur figure de polarisation résultante.

L'équation (I.21) permet également de savoir quelle sera la direction de la polarisation transmise. Prenons la figure I.3 (*droite*), par exemple. Le terme en $|\hat{\epsilon} \cdot \hat{\epsilon}'|$ de l'équation (I.21) va annuler la polarisation suivant la direction d'observation, donnée par le vecteur **i**, pour un photon venant de la direction "haut-bas", et seule la composante suivant $\mathbf{e_1}$ sera transmise. De même, seule la composante suivant $\mathbf{e_2}$ pour les photons de direction "gauche-droite" sera transmise lors d'une telle diffusion.

I.3.3 Génération de la Polarisation

Approche qualitative :

Pour cette approche nous raisonnerons sur la figure I.4. Sur cette figure, sont portées les intensités incidentes en bleu et rouge, ainsi que la polarisation transmise après l'interaction, en vert. Nous distinguerons ici trois cas :
- **Monopôle** : si l'intensité est isotrope, la polarisation totale résultante sera nulle car les contributions provenant des deux directions incidentes orthogonales se compensent
- **Dipôle** : dans ce cas, la contribution "gauche-droite" compense exactement la contribution "haut-bas", qui présente cependant un gradient, et la polarisation résultante sera également nulle.
- **Quadrupôle** : Les deux contributions précédentes ne se compensent pas. De la polarisation est générée.

Nous voyons ainsi que l'existence d'anisotropies quadrupolaires locales de l'intensité est nécessaire pour la génération de polarisation. Notons également que l'état de polarisation d'un photon unique est bien entendu inaccessible à l'observateur et, de ce fait, seules les régions du ciel pour lesquelles les photons auraient une polarisation commune vont pouvoir être observées.

Approche quantitative :

Pour ce raisonnement nous suivrons Kosowsky [23]. Nous avons considéré que les photons, avant leur diffusion sur les électrons du plasma, n'étaient pas polarisés. Ceci nous permet de définir les projections[7] sur les axes x' et y' : $I'_{x'} = I'_{y'} \equiv I'/2$. L'équation (I.21) nous permet d'estimer les

[6] Avec : $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0^2 m_e^2 c^4} \simeq 0.665$ barn

[7] Les paramètres de Stokes portant un prime se réfèrent aux photons incidents, tandis que ceux n'en portant pas se réfèrent aux photons diffusés. Les coordonnées choisies ici sont celles définies sur la figure I.3.

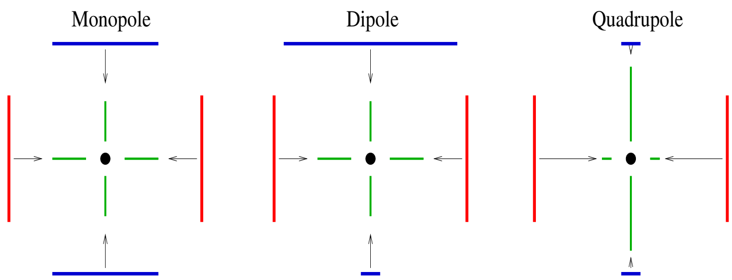


FIG. I.4 – Représentation de la figure de polarisation résultante pour la diffusion de Thomson dans le cas de différentes anisotropies en intensité des photons incidents.

différents paramètres de Stokes, en projetant l'intensité sur les axes de référence et en sommant sur toutes les directions incidentes :

$$I = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \varphi)(1 + \cos^2\theta) d\Omega$$
$$Q = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \varphi) \sin^2\theta \cos(2\varphi) d\Omega$$
$$U = -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \varphi) \sin^2\theta \sin(2\varphi) d\Omega \tag{I.22}$$

La décomposition de I' en harmoniques sphériques $I' = \sum a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi)$, permet de réécrire les paramètres de Stokes de l'onde diffusée en fonction des coefficients multipolaires [30] :

$$I = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \left[\frac{8\sqrt{\pi}}{3} a_{00} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}} a_{20} \right]$$
$$Q = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \Re\mathrm{e}[a_{22}]$$
$$U = -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \Im\mathrm{m}[a_{22}] \tag{I.23}$$

Q et U sont générés par le terme quadrupolaire a_{22}. Nous voyons ainsi, à l'instar de ce que nous avons vu dans notre approche qualitative, que seules des anisotropies quadrupolaires au niveau de la surface de dernière diffusion peuvent être responsables de la polarisation linéaire du CMB.

I.3.4 Perturbations au Niveau de la Surface de Dernière Diffusion et Figures de Polarisation

Pour ce raisonnement nous allons introduire la notation radiale, Q_r et U_r, désignant les paramètres de Stokes définis dans un repère radial propre à la perturbation considérée. Désormais, au fil de cet exposé, quand nous parlerons de Q et de U nous ferons référence à Q_r et U_r.

Perturbations Scalaires

Les perturbations scalaires sont des sous- ou sur-densités au niveau de la surface de dernière diffusion. Ces perturbations sont à symétrie sphérique, ce qui implique que tout plan passant par le centre de la perturbation est aussi un plan de symétrie. La figure de polarisation créée par une telle perturbation doit donc nécessairement être invariante par parité. Q se comporte comme une quantité scalaire vis-à-vis des réflexions, tandis que U se comporte comme une quantité pseudo-scalaire. Ainsi par réflexion $Q' = Q$ et $U' = -U = U \Rightarrow U = 0$.

$\boxed{\text{Les perturbations scalaires ne peuvent générer que de la polarisation } Q_r.}$

Perturbations Vectorielles

Dans le cas d'un Univers de type inflationnaire, les perturbations de type vectoriel sont négligeables au sein de la surface de dernière diffusion. Elles se trouvent uniquement dans des modèles de type défauts topologiques et sont générées après la phase inflationnaire. Nous les ignorerons dans la suite de cet exposé.

Perturbations Tensorielles

Les perturbations de type tensoriel sont caractéristiques des ondes gravitationnelles qui ont été produites lors de la phase d'inflation. Ces ondes déforment l'espace temps, et elles ne sont pas invariantes par parité comme le sont les perturbations scalaires. Il en résulte que de la polarisation U_r peut être générée.

Les perturbations tensorielles peuvent générer de la polarisation Q_r et U_r.

I.3.5 Définition et Propriétés des Modes $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$

Nous avons vu au paragraphe I.3.1 que la définition de la polarisation Q et U etait quelque peu ambigüe. En effet, elle dépend du repère choisi pour l'observation. (Q, U) étant une quantité de spin 2, nous pouvons donc la projeter dans la base des harmoniques spinnées de spin 2 :

$$(Q \pm iU)(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{\ell,m} a_{\pm 2,\ell m} \cdot_{\pm 2} Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}}) \tag{I.24}$$

$\hat{\mathbf{n}}$ étant le vecteur unitaire de la ligne de visée.

Zaldarriaga et Seljak [46, 49] ont défini un formalisme permettant d'exprimer la polarisation à l'aide d'un champ scalaire et d'un champ pseudo-scalaire. Pour cela introduisons les deux combinaisons linéaires suivantes :

$$a_{E,\ell m} = -\frac{1}{2}\left[a_{2,\ell m} + a_{-2,\ell m}\right] , \qquad a_{B,\ell m} = \frac{i}{2}\left[a_{2,\ell m} - a_{-2,\ell m}\right] \tag{I.25}$$

Il est ainsi possible de construire deux champs E et B se décomposant également dans l'espace des harmoniques sphériques :

$$E(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{\ell,m} a_{E,\ell m} Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}}) , \qquad B(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{\ell,m} a_{B,\ell m} Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{n}}) \tag{I.26}$$

Nous avons ainsi formé deux champs qui ont la propriété de ne pas dépendre du repère choisi pour l'observation. E et B contiennent les mêmes informations que Q et U. Il est également possible de montrer que E et B satisfont aux relations suivantes dans l'espace réel [47] :

$$E(\hat{\mathbf{n}}) = \int w(\hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}}')Q_r(\hat{\mathbf{n}}')d\hat{\mathbf{n}}' , \qquad B(\hat{\mathbf{n}}) = \int w(\hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}}')U_r(\hat{\mathbf{n}}')d\hat{\mathbf{n}}' \tag{I.27}$$

où la fonction de pondération $w(\hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}}')$ est choisie telle que $w(\theta) = \frac{1}{\pi\theta^2}$, ce qui permet de retrouver la définition obtenue dans l'espace des harmoniques sphériques.

Ceci montre que le champ E n'est relié que au mode Q_r et que le champ B n'est relié que au mode U_r.

En vertue de ce que nous avons vu au paragraphe I.3.4, nous pouvons énnoncer les propriétés recherchées dans la définition des modes E et B :

1. Les perturbations scalaires ne génèrent que de la polarisation Q_r donc des modes E
2. Les perturbations tensorielles génèrent de la polarisation Q_r et U_r, donc des modes E et B. Ainsi, **la détection de B non nul signera la présence d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales** si nous nous affranchissons d'autres effets générant des modes B comme

le cisaillement gravitationnel[8] [50] ou encore la rotation de Faraday que nous exposerons en détail au cours de ce rapport.

Nous avons maintenant à notre disposition trois observables pour étudier les anisotropies en température du CMB, ainsi que sa polarisation, qui sont $T \equiv I/4$, E et B. Ceci permet de construire six corrélations à deux points : TT, EE, BB, TE, TB et EB construites à l'instar de ce qui a été fait pour la température (voir éq. (I.9)). B étant de parité inverse aux autres paramètres, les spectres TB et EB sont nuls pour le CMB [30].

$$\begin{aligned} \langle a^{T\star}_{\ell m} a^{T}_{\ell' m'} \rangle &= C_\ell^{TT} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \ , \qquad & \langle a^{E\star}_{\ell m} a^{E}_{\ell' m'} \rangle &= C_\ell^{EE} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \\ \langle a^{B\star}_{\ell m} a^{B}_{\ell' m'} \rangle &= C_\ell^{BB} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \ , \qquad & \langle a^{T\star}_{\ell m} a^{E}_{\ell' m'} \rangle &= C_\ell^{TE} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \end{aligned} \tag{I.28}$$

Nous avons représenté les spectres (voir Fig. I.5) pour les différentes corrélations, dans le cadre du modèle ΛCDM dont les paramètres sont ceux donnés par le satellite WMAP [3]. Il est important de remarquer les intensités relatives des différents spectres. Le spectre TT est deux ordres de grandeurs plus élevé que le mode TE[9], lui même un ordre de grandeur plus élevé que le spectre EE. Le spectre des modes BB est encore un ordre de grandeur plus faible, car comme nous l'avons vu ils résultent des perturbations tensorielles, qui sont dans le cadre des théories inflationnaires de plus faible amplitude que les perturbations scalaires. Notons également que les pics accoustiques pour la polarisation sont déphasés par rapport à ceux en température.

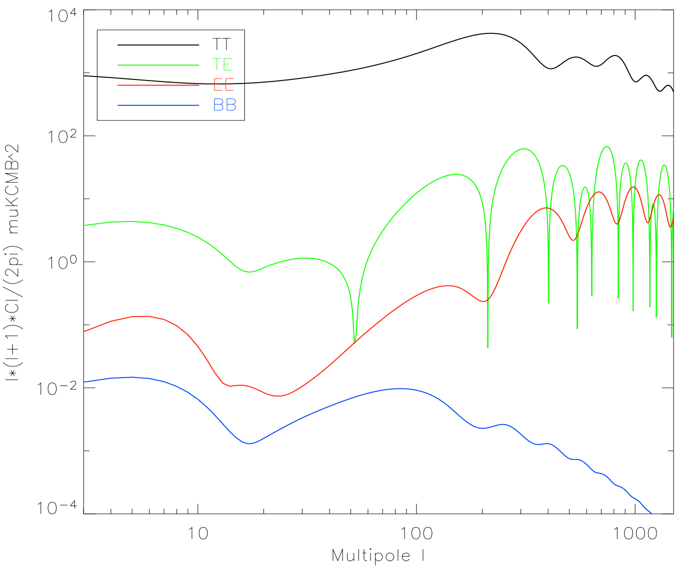


FIG. I.5 – Spectres de puissance des anisotropies en température et en polarisation dans le modèle ΛCDM [3].

La définition des modes E et B nous offre un cadre de travail permettant d'extraire la signification physique de la polarisation. L'intensité de ces modes de polarisation reste cependant très faible devant les anisotropies en température, ce qui en fait des observables encore plus délicates à détecter expérimentalement. Les observables T, E et B seront celles que nous utiliserons dans notre exposé.

[8] Déviation de la lumière due à l'effet de la gravitation à des échelles cosmologiques. Ce cisaillement gravitationnel génère aussi des modes B qui seraient même dominants pour $\ell > 200$ [50]

[9] La valeur absolue du spectre de puissance des modes TE est représentée en figure I.5

I.4 Évolution des Anisotropies du CMB

Nous avons vu que la diffusion Thomson pouvait générer de la polarisation pour des anisotropies au moment du découplage. Le but va cependant être d'évaluer les paramêtres de Stokes de manière quantitative, pour une distribution de photons donnée. Pour ce faire, il faut écrire les équations d'évolution d'une distribution de photons, dans notre cas. Ce sont les équations de Boltzmann. Elles donnent les équations de transport pour les différents paramètres de Stokes, pour les perturbations scalaires et tensorielles. Pour ce développement, nous suivrons largement Kosowsky [23] et Zaldarriaga & Harari [48].

Nous allons considérer une distribution de photons dont l'évolution peut être décrite dans le formalisme de la seconde quantification. L'équation, ou équation de Boltzmann, qui décrira cette évolution comportera un hamiltonien d'interaction dont on fera un développement perturbatif au premier ordre en considérant que les photons sont libres avant et après l'interaction. Cet hamiltonien est relatif à la diffusion des photons sur les particules chargées. La section efficace d'interaction étant inversement proportionelle à la masse de la particule au carré, nous pouvons, dans une excellente approximation, ne considérer que la diffusion des photons sur les électrons et négliger celle sur les baryons, comme nous l'avons fait au paragraphe I.3.2.

L'équation d'évolution de la distribution de photons comportera également une dépendence spatiale décrivant la propagation des photons dans l'espace-temps en l'absence de couplage entre les électrons et la matière. Nous considérons ici que l'Univers est décrit par la métrique de Friedman-Robertson-Walker perturbée, et nous ne présenterons que le cas d'un Univers plat. Les perturbations sont de type scalaire et tensoriel et nous négligeons les perturbations de type vectoriel. La métrique considérée est la suivante :

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t) \ , \qquad g_{i0} = g_{0j} = 0 \ , \\ \text{et} \quad g_{ij} &= -a^2(t)\Big[\big(1 - 2\Psi(\mathbf{x}, t)\big)\delta_{ij} + h_{ij}(\mathbf{x}, t)\Big] \end{aligned} \tag{I.29}$$

oú $a(t)$ est le facteur d'echelle, Φ et Ψ sont les fonctions décrivant les perturbations scalaires définies dans la jauge longitudinalle[10] et h_{ij} représente les perturbations tensorielles de la métrique, dans la jauge de trace nulle.

Ceci nous permet d'écrire les équations de Boltzmann dans le cas du CMB. Nous relatons ici uniquement les équations relatives aux perturbations scalaires, par souci de clarté. Les équations relatives aux perturbations tensorielles peuvent être trouvées dans [23] ou [46], par exemple.

Les équations de Boltzmann appliquées au CMB font intervenir les modes de Fourier des anisotropies en température $\Delta_T \equiv \Delta T/T$, d'une part, et de la polarisation linéaire[11] $\Delta_Q \equiv Q$ et $\Delta_U \equiv U$, d'autre part :

$$\dot{\Delta}_T + ik\mu(\Delta_T + \Phi) = -\dot{\Psi} - \dot{\tau}\Big\{\Delta_T - \Delta_{T0} - \mu V_b - \frac{1}{2}P_2(\mu) \cdot S_p\Big\} \tag{I.30}$$

$$\dot{\Delta}_Q + ik\mu\Delta_Q = -\dot{\tau}\Big\{\Delta_Q + \frac{1}{2}\big[1 - P_2(\mu)\big] \cdot S_p\Big\} \tag{I.31}$$

$$\dot{\Delta}_U + ik\mu\Delta_U = -\dot{\tau} \cdot \Delta_U \tag{I.32}$$

où $\mathbf{k}$ est le vecteur d'onde des photons et $\mu = \mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{n}}/k$, avec $\hat{\mathbf{n}}$ la direction d'observation. Les quantités avec un point sont des dérivées par rapport au temps conforme $\eta = \int dt\ a_0/a$ où $a_0 = a(t_0)$ est le facteur d'échelle actuel. $\dot{\tau} = x_e n_e \sigma_T a/a_0$ est l'épaisseur optique différentielle pour la diffusion de Thomson avec x_e la fraction d'ionisation et n_e la densité d'électrons. V_b est la vitesse des baryons, et S_p est un terme source[12], et enfin les $\Delta_{X\ell} \equiv \int_{-1}^{1} d\mu' P_\ell(\mu')\Delta_X$ $(X = T, Q, \ldots)$.

[10] Dans la limite newtonienne Φ représente le potentiel newtonien.

[11] Nous rappelons que dans le cas du CMB $V = 0$.

[12] Il est défini en fonction de termes monopolaires et quadrupolaires en température et en polarisation : $S_p \equiv \Delta_{Q0} - \Delta_{T2} - \Delta_{Q2}$.

Ces équations nous montrent comment sont générées les anisotropies en température et la polarisation à partir des fluctuations de densité, dans un Univers plat. Pour la température nous remarquons que outre les termes dépendants de Δ_T, nous avons plusieurs termes sources, comme les fonctions décrivant les perturbations scalaires Φ et Ψ, ou le terme source S_p.

Pour la polarisation rappelons tout d'abord que les photons du CMB n'étaient pas polarisés avant le découplage. Pour le paramètre de Stokes Q, l'équation de Boltzmann comporte un terme source en S_p, et ainsi, la diffusion de Thomson pour des perturbations de type scalaires génerera des modes Q. Par contre, étant donnée l'abscence de terme source dans l'équation (I.32), il ne sera pas possible de générer de polarisation U dans le cas des perturbations scalaires, comme nous l'avons vu en I.3.4. L'équation de Boltzmann impliquant V n'a pas été portée, mais le résultat est similaire à celui pour U, à savoir qu'il n'y aura pas de polarisation V générée.

L'étude de ces équations de Boltzmann nous apporte un cadre quantitatif de réflexion sur la génération des anisotropies, qui nous sera fort utile dans notre réflexion sur l'effet d'un champ magnétique primordial sur le CMB.

I.5 Le Champ Magnétique Primordial

Des observations récentes montrent qu'un champ magnétique de l'ordre du μG est présent au sein des galaxies, et ce, quelque soit le type de galaxie considéré et quelque soit leur redshift (voir par exemple [5]).

Ceci pourrait être expliqué par un mécanisme de compression adiabatique pendant la formation des structures, qui amplifierait un champ magnétique "graine" [43, 19]. En étudiant les anisotropies du CMB, l'expérience satellite Wmap a pu fixer une limite supérieure à 3σ sur la valeur de l'intensité de ce champ "graine". Elle serait de l'ordre du nG ce qui suffirait à expliquer le champ magnétique observé au sein des galaxies [7].

Une des explications possibles de la présence de ce champ "graine" responsable du champ magnétique observé au sein des galaxies, est le fait qu'il résulterait d'un champ magnétique primordial. Un tel champ magnétique primordial aurait été présent au niveau de la surface de dernière diffusion et aurait donc pu laisser son empreinte sur le CMB.

I.6 Perspectives

L'étude de la polarisation du CMB, outre le fait de lever les dégénérescences sur la détermination des paramètres cosmologiques, peut permettre, comme nous l'avons vu, de donner des contraintes sur les ondes gravitationnelles primordiales. Ceci constitue un réel défi car la mise en évidence de ces dernières permettrait de contraindre les modèles de type inflationnaire. Cependant la détection de la polarisation reste délicate. En effet, l'amplitude de la polarisation reste plusieurs ordres de grandeur plus faible que celle des anisotropies en température, ce qui fait que sa détection n'en est qu'à ses débuts. De plus, de nombreuses sources d'émisions d'avant-plans viennent rendre les mesures encore plus difficiles aux fréquences d'étude du CMB.

Notre stage s'inscrit dans l'optique d'une éventuelle détection des modes B, pouvant contraindre les modes tensoriels, par la future expérience satellite Planck (2007). Pour rendre celle-ci possible, il faut s'atteler à s'affranchir au maximum des différents contaminants à cette détection.

Dans une première partie nous montrerons comment un champ magnétique primordial pourrait contaminer la caractérisation du fond d'ondes gravitationnelles. Nous présenterons également les simulations que nous avons effectuées afin de montrer la possibilité de détection de ce champ magnétique comme paramètre cosmologique à part entière.

Dans une seconde partie nous présenterons le travail que nous avons effectué pour déterminer la part de l'émission de la poussière galactique polarisée aux fréquences d'observation du CMB de Planck, et ce, avec les données de l'expérience ballon Archeops.

Chapitre II

Évaluation des Effets du Champ Magnétique Primordial sur le Spectre de Puissance du CMB

Le but de l'étude que nous avons réalisée est d'estimer et de quantifier l'effet d'un éventuel champ magnétique primordial sur le spectre de puissance angulaire du CMB, afin de donner des limites sur la contamination à la future caractérisation des ondes gravitationnelles primordiales. Nous travaillerons également à l'extraction, à partir de l'étude de la polarisation du CMB, de l'intensité de ce champ afin de vérifier l'hypothèse selon laquelle il serait responsable du champ observé actuellement au sein des galaxies [43].

II.1 Rotation de Faraday

Nous allons considérer l'Univers avant le découplage comme un plasma au sein duquel nous supposerons l'existence d'un champ magnétique primordial.

Une onde électomagnétique polarisée traversant un plasma soumis à un champ magnétique voit son vecteur de polarisation linéaire "tourner". C'est ce que l'on appelle la rotation de Faraday. Cette rotation s'effectue à la vitesse[1] :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{e^3 x_e n_e}{2\pi m_e^2 \nu^2}(\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{q}}) \tag{II.1}$$

où φ est l'angle de rotation du vecteur de polarisation, $\hat{\mathbf{q}}$ est la direction de propagation de l'onde électromagnétique, n_e est la densité électronique et x_e la fraction d'ionisation[2].

Nous voulons estimer l'angle moyen de rotation du vecteur de polarisation. Pour cela il faut intégrer l'équation (II.1) sur le temps. Notons que les dépendances en fonction du décalage vers le rouge z sont $B \propto z^2$, et $\nu \propto z$. Ainsi, la quantité B/ν^2 ne dépend pas du temps.

En faisant l'hypothèse que, au moment où la polarisation a été générée par diffusion Thomson, l'épaisseur optique était de l'ordre de l'unité, et que la surface de dernière diffusion possède une épaisseur Δz_{dec} telle que $\Delta z_{dec}/z_{dec} \ll 1$, nous pouvons substituer $\int x_e n_e dt \approx 1/\sigma_T$, où σ_T est la section efficace de Thomson [24].

En moyennant sur toutes les orientations possibles de $\mathbf{B}$, nous trouvons finalement [24] :

$$\langle \varphi^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \approx \frac{e^3 B_0}{2\sqrt{2}\pi m^2 \sigma_T \nu_0^2} = 1.6^\circ \left(\frac{B_0}{10^{-9}\ \mathrm{G}}\right)\left(\frac{30\ \mathrm{GHz}}{\nu_0}\right)^2 \tag{II.2}$$

[1] Désormais nous utiliserons les unités naturelles, avec $\hbar = c = G = 1$.

[2] $0 \leq x_e \leq 1$.

où B_0 est l'intensité du champ observé aujourd'hui, et ν_0 la fréquence d'observation. Il est intéressant de noter que l'angle de rotation varie ainsi comme l'inverse de la fréquence d'observation au carré. Nous allons pouvoir de ce fait travailler à différentes fréquences et rechercher de cette façon un effet différentiel, qui pourrait constituer une signature de la présence éventuelle d'un champ magnétique primordial. Notons que dans ces approximations l'équation (II.2) est indépendante des paramètres cosmologiques.

Nous voyons avec cette dernière équation, qu'un champ magnétique d'une intensité de l'ordre du nanoGauss, à une fréquence d'observation de 30 GHz, produit une rotation moyenne du vecteur de polarisation de l'ordre du degré. Nous nous attacherons à regarder l'effet d'une telle rotation sur le spectre de puissance de la polarisation du CMB dans le paragraphe (II.3).

II.2 Évolution du CMB Soumis au Champ Magnétique Primordial

Comme nous l'avons vu au paragraphe I.4 l'évolution du CMB est dictée par les équations de Boltzmann. *Nous nous intéresserons ici uniquement aux perturbations scalaires.* Les équations relatives à la polarisation seront modifiées par la rotation de Faraday, qui introduit un terme croisé pour les paramètres de Stokes Q et U [24, 35] :

$$\begin{aligned}\dot{\Delta}_Q + ik\mu\Delta_Q &= -\dot{\tau}\Big\{\Delta_Q + \frac{1}{2}\big[1 - P_2(\mu)\big]\cdot S_p\Big\} + 2\omega_{\mathbf{B}}\Delta_U \\ \dot{\Delta}_U + ik\mu\Delta_U &= -\dot{\tau}\cdot\Delta_U - 2\omega_{\mathbf{B}}\Delta_Q\end{aligned} \tag{II.3}$$

où l'on a défini la pulsation conforme de la rotation de Faraday de la manière suivante :

$$\omega_{\mathbf{B}} = \frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{d\varphi}{dt}\frac{a}{a_0}$$

Nous voyons dans les équations (II.3) que les termes supplémentaires par rapport aux équations de Boltzmann sans rotation de Faraday (I.30), (I.31) et (I.32) vont entraîner la production de modes U. En effet, dans l'équation régissant l'évolution du paramètre de Stokes U, qui était auparavant dépourvue de terme source, nous avons un terme en Δ_Q qui va générer de la polarisation U même si la polarisation est nulle avant la dernière diffusion.

Nous ne nous sommes pas directement attelés à la résolution analytique de ces équations, quelque peu délicate, mais nous avons fait plusieurs hypothèses nous permettant de dégager les implications physiques concernant l'évolution du spectre du CMB dans ce cas précis :

1. L'équation (II.2) décrit l'angle de rotation en fonction de l'intensité du champ magnétique observé actuellement. Cette dernière est de l'ordre du nG, ce qui est une valeur relativement faible. Ainsi, la rotation de Faraday sera un effet faible, $\omega_{\mathbf{B}} \ll 1$.
2. Nous faisons également l'hypothèse de "*tight coupling*" [20] ou couplage fort. Nous supposons avec cette hypothèse que le découplage est instantané. Les modes U étant nuls avant l'interaction, dans cette hypothèse, et en ajoutant le fait que nous avons supposé que $\omega_{\mathbf{B}} \ll 1$, les modes Q ne seront pas générés à partir de U. Seule sera considérée la génération de modes U à partir de Q.
3. Enfin, nous négligerons l'effet de la rotation de Faraday sur les modes tensoriels. La rotation de Faraday étant un effet faible, et étant donné que l'intensité des modes tensoriels est plus faible que celle des modes scalaires [38], nous nous permettrons de négliger l'effet combiné qui est du second ordre.

Résumons : les hypothèses ci-dessus nous permettent de négliger l'effet de la rotation de Faraday sur la polarisation Q. Nous ne considérerons ainsi que l'effet sur la polarisation U. *La présence d'un champ magnétique, au niveau de la surface de dernière diffusion, va générer de la polarisation U et donc des modes B.*

Le champ magnétique primordial va entraîner la présence de modes B dans le spectre du CMB, à l'instar de la présence d'ondes gravitationnelles primordiales. Nous allons maintenant montrer l'ordre de grandeur de cet effet pour savoir dans quelle mesure il contaminerait la caractérisation des modes tensoriels.

II.3 Évaluation de l'Effet du Champ sur le Spectre de Puissance du CMB

Une rotation du vecteur de polarisation linéaire d'une onde électromagnétique, en vertue de l'algèbre des paramètres de Stokes (voir I.3.1 éq. (I.20)), entraîne la génération de polarisation U à partir de Q et vice et versa. Dans le cas du CMB, dans l'hypothèse de la seule présence de perturbations scalaires au niveau de la surface de dernière diffusion et du découplage instantané, seule la polarisation Q sera non nulle. Ainsi une rotation du vecteur de polarisation due au champ magnétique va créer de la polarisation U à partir de Q, et donc des modes B. Le raisonnement que nous venons de faire au paragraphe II.2 nous permet de considérer, sous nos hypothèses, que *la résolution analytique des équations de Boltzmann mène aux mêmes résultats qu'une rotation directe du vecteur de polarisation* des photons du CMB dans le cas des seules perturbations scalaires et du découplage instantané.

Nous utiliserons ainsi l'équation (II.2) pour estimer l'effet du champ magnétique primordial sur le CMB, en jouant sur la dispersion de l'angle moyen de rotation de Faraday.

II.3.1 Méthode

Nous avons tout d'abord commencé à regarder l'effet de la rotation de Faraday sur le spectre de puissance du CMB, pour une fréquence d'observation de 30 GHz, en utilisant l'équation (II.2). Ceci constituera une première estimation de l'ordre de grandeur de l'effet. Nous avons testé la rotation pour des intensités du champ magnétique comprises entre $1 \cdot 10^{-9}$ G et $1 \cdot 10^{-8}$ G, ce qui correspond aux estimations actuelles de l'intensité du champ [7].

Nous décrivons succintement la méthode que nous avons employée pour réaliser des simulations :

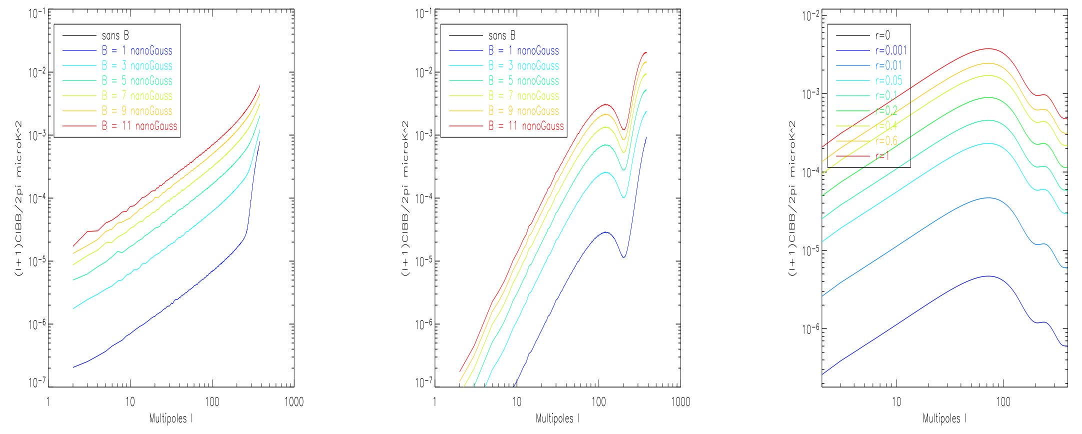
1. Nous générons un modèle de CMB (avec Camb [26]), sans modes tensoriels, et sans reionisation (voir II.3.3).
2. Nous générons des cartes du ciel complet, pour I, Q et U, correspondant à ce modèle avec Synfast [15].
3. Nous appliquons la rotation de Faraday aux cartes avec (II.2), pour différentes valeurs de l'intensité du champ, à une fréquence d'observation de 30 GHz :
   - avec une orientation aléatoire gaussienne du champ $\mathbf{B}$.
   - avec une orientation fixe (le long de la direction de propagation).
4. Nous calculons le spectre des C_ℓ avec Anafast [15].
5. Nous réalisons un grand nombre de simulations pour s'affranchir au maximum de la variance cosmique.

II.3.2 Résultats des Simulations

Les résultats que nous avons obtenus sont représentés en annexe B pour TT, EE et TE et en figure II.1 pour les modes BB. Nous avons pour chaque mode représenté les résultats pour nos deux types de champs, et nous les comparons aux spectres obtenus en faisant varier le rapport des puissances des modes tensoriels et des modes scalaires, r (voir I.2.5). Ceci est fait pour comparer visuellement l'effet de la rotation de Faraday à l'effet des ondes gravitationnelles primordiales.

- nous remarquons que pour le mode TT (voir Fig. B.1), le spectre reste inchangé par la rotation de Faraday due au champ, ce qui est logique car l'effet ne change pas I. Le mode TT ne va donc pas constituer une signature du champ magnétique primordial.

– pour le mode TE (voir Fig. B.3), nous constatons une très légère perte de puissance quand l'intensité du champ augmente, sur toute la gamme des ℓ, indépendante du choix de l'orientation du champ. L'effet reste néanmoins relativement faible. Nous voyons également qu'il est comparable à l'effet d'éventuels modes tenseurs. Il est intéressant de noter que l'ajout de modes tenseurs décale notablement le premier creux du spectre de $\ell \simeq 30$ à $\ell \simeq 50$.



(a) (b) (c)

Fig. II.1 – C_ℓ^{BB} pour **B** orienté aléatoirement (a), **B** parallèle à la direction de propagation (b) (pour (a) et (b), $r = 0$) et pour r variant (c), dans un modèle sans reionisation.

– pour le mode EE (voir Fig. B.2), nous constatons que l'effet est très faible pour un champ orienté parallèlement à la direction de propagation. Par contre, pour un champ d'orientation aléatoire, nous voyons un gain sensible en puissance à bas ℓ. Nous constatons que cet effet, pour un champ d'une intensité de $1 \cdot 10^{-8}$G, est comparable à l'effet de modes tensoriels à la hauteur d'un r de l'ordre de 0.1 ce qui est réaliste dans le cadre des observations actuelles ($r \lesssim 0.67$) [38].

– dans le cas du mode BB représenté en figure II.1, nous constatons de prime abord que pour un champ nul, ou en l'absence de modes tenseurs, le spectre est nul. De plus, nous pouvons voir que l'effet de la rotation de Faraday est comparable à l'effet des modes tensoriels pour $\ell \gtrsim 50$. Pour un champ orienté le long de la direction de propagation, le spectre du mode BB a la même forme que celui du mode EE mais reste très faible à bas ℓ. Pour un champ d'orientation aléatoire, le spectre est semblable au spectre d'un bruit blanc. À partir de $\ell \sim 100$, l'effet du champ semble même supérieur à celui des modes tenseurs, dans la limite d'un r raisonnable ($r \lesssim 0.67$) [38].

Notons enfin, que le choix d'un champ magnétique toujours orienté le long de la direction de propagation des photons, n'a pas de réelles motivations physiques. Cependant cela correspond à l'effet maximal que peut avoir la rotation de Faraday, et cela constitue donc une limite supérieure. Nous pouvons néanmoins remarquer que cet effet maximal n'est pas sensiblement plus fort que celui dû à un champ orienté aléatoirement, en principe plus acceptable physiquement.

II.3.3 Problème de la Reionisation

La création des étoiles, dans l'Histoire de l'Univers, va entraîner une grande puissance de rayonnement. Ceci va provoquer une ionisation globale du milieu interstellaire. Par analogie avec le plasma avant le découplage cette période va s'appeler la *reionisation*.

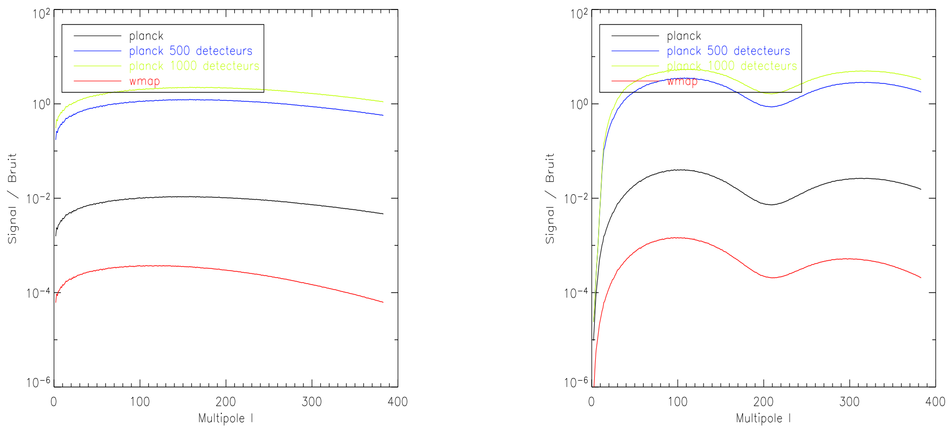
L'expérience satellite Wmap [3, 22] a montré l'existence de cette reionisation à un décalage vers le rouge de 20^{+10}_{-9} avec une épaisseur optique $\tau_{\text{reion.}} = 0.17 \pm 0.04$. Les photons du CMB vont diffuser avec les électrons une nouvelle fois par diffusion Thomson et le spectre de puissance angulaire va se trouver modifié. La reionisation, nous l'avons dit, est un effet global, ainsi son empreinte se fera au niveau des grandes échelles angulaires, c'est à dire pour $\ell \lesssim 10$.

La reionisation est un effet postérieur au découplage. Le raisonnement que nous avons effectué au cours des chapitres précédents se base sur le fait que les photons du CMB n'ont plus interagi depuis le découplage. Il faut donc tenir compte de la reionisation. Pour ce faire, il faut résoudre les équations de Boltzmann en considérant une seconde interaction entre les photons et la matière. Zaldarriaga [45] les a résolues dans le cas général sans rotation de Faraday . La résolution dans le cas de la présence d'un champ magnétique semble être plus délicate.

Nous avons cependant négligé l'effet de la reionisation. Ce choix est motivé par le fait que l'épaisseur optique de la reionisation est cinq fois plus faible que celle du découplage[3] et nous nous attendons donc un effet cinq fois plus faible. Ce choix reste néanmoins discutable mais la durée du stage ne permettait pas de se pencher sur la résolution analytique des équations de Boltzmann dans ce cas.

II.4 Perspectives

Nous avons montré que la présence d'un champ magnétique primordial entraînait la création de modes B de manière substantielle. Nous souhaitons cependant donner des limites sur la détection de cet effet qui, si elle était possible, permettrait de contraindre l'intensité du champ et son étude en tant que paramètre cosmologique.



(a)

(b)

FIG. II.2 – Rapport signal sur bruit pour les C_ℓ^{BB} dus à la rotation de Faraday, mesurés à 30 GHz et pour une intenité de champ magnétique actuel de 10 nG. Le rapport est montré pour le cas d'un champ magnétique orienté aléatoirement (a) et parallèle à la direction de propagation (b), dans le cas de WMAP (*en rouge*), PLANCK LFI (*en noir*), 500 détecteurs de type PLANCK LFI (*en bleu*) et 1000 détecteurs de type PLANCK LFI (*en vert*).

Pour ceci nous avons calculé le rapport signal sur bruit dans le cas d'une détection de ces modes B à 30 GHz et pour une intensité de champ magnétique actuel de 10 nG ce qui constitue l'effet maximal auquel nous pouvons nous attendre. Nous avons supposé également que l'effet de la rotation de Faraday était la seule contribution aux modes B. Ceci a uniquement pour but de donner un ordre de grandeur du rapport signal sur bruit pour les expériences satellites WMAP et PLANCK LFI, ainsi que pour des détecteurs hypothétiques constitués d'un grand nombre de détecteurs de type PLANCK LFI.

[3] $\tau_{\text{reion.}} = 0.17 \pm 0.04$ tandis que $\tau_{\text{dec.}} = 1$

Nous avons estimé les erreurs relatives à la mesure des modes BB en considérant les sensibilités des détecteurs de WMAP et PLANCK à 30 GHz (voir Annexe C). Les résultats sont portés sur la figure II.2.

Nous voyons que le rapport signal sur bruit est très faible dans le cas de WMAP et de PLANCK, ce qui interdit une détection directe de l'effet. Cependant nous voyons que dans le cas d'une expérience hypothétique comportant 1000 détecteurs de type PLANCK nous arrivons à un rapport signal sur bruit aux alentours de l'unité. Dans ce cas, une mesure de l'effet semble envisageable. Une telle expérience n'est pas à l'ordre du jour, mais elle reste plausible, dans les années à venir, avec notamment le développement au LPSC et au CRTBT de matrices de bolomètres.

II.5 Conclusions et Remarques

Nous avons montré au cours de ce chapitre comment un champ magnétique primordial influe sur le spectre de puissance du CMB. Résumons nos résultats :

1. La présence d'un champ magnétique primordial au niveau de la surface de dernière diffusion **génère des modes $\boldsymbol{B}$** par rotation de Faraday à partir de la polarisation $\boldsymbol{E}$ générée par les perturbations scalaires.
2. L'ordre de grandeur de cet effet, pour une intensité actuelle du champ de 10 nG et pour une observation à 30 GHz, est à comparer à celui dû à la présence d'ondes gravitationnelles primordiales. Ainsi **un champ magnétique primordial, menant à une intensité de champ actuelle de l'ordre du nG, constituera un fort contaminant pour la future caractérisation des ondes gravitationelles primordiale à partir du spectre des modes $\boldsymbol{BB}$**.
3. La mesure du champ magnétique primordial comme nouveau paramètre cosmologique reste inenvisageable directement, y compris pour le futur satellite PLANCK du fait de la faible intensité des modes $\boldsymbol{B}$ produits.

Nous sommes actuellement en train de déterminer s'il est possible d'extraire une mesure du champ magnétique en comparant son effet sur le spectre du CMB à différentes fréquences. En effet, l'effet de la rotation de Faraday étant proportionel à $1/\nu^2$, nous voulons regarder si il est possible d'obtenir des contraintes sur le champ en regardant par exemple l'effet à 30 et 217 GHz pour le satellite PLANCK. Cette partie est actuellement en cours.

Une étude réalisée par Scóccola, Harari & Mollerach [37] sortie il y a quelques jours sur `astro-ph/` a donné une estimation de l'effet de la rotation de Faraday par une résolution analytique des équations de Boltzmann en présence d'un champ magnétique homogène dans le cas d'une faible rotation de Faraday. Leurs conclusions sont équivalentes à celles que nous venons de formuler, ce qui donne un poids supplémentaire à la validité de l'hypothèse que nous avons faite de considérer uniquement le passage des modes E en B. Notre méthode présente en outre les avantages d'être simple à mettre en place et de pouvoir considérer un champ magnétique d'orientation aléatoire sans se restreindre au cas d'un champ homogène, c'est à dire toujours parallèle à la ligne de visée, ce qui n'a pas de réelle motivation physique.

Chapitre III

Spectres de Puissance de la Poussière Galactique Obtenus avec l'Expérience ARCHEOPS

Cette étude se place, comme nous l'avons vu, dans le contexte de la détection de la polarisation du CMB. Celle-ci étant délicate, il est nécessaire de connaître avec précision les contaminants d'avant-plans. L'émission de la poussière galactique est supposée fortement polarisée et sera l'un des contaminants majeurs aux fréquences d'observation qui nous intéressent (voir I.6). Nous allons essayer de déterminer la contribution de l'émission de la poussière galactique polarisée à l'aide des données de l'expérience ARCHEOPS.

III.1 La Mesure de l'Émission de la Poussière Galactique Polarisée

III.1.1 La Poussière Galactique

La poussière galactique est constituée de petits grains de matière présents dans le milieu interstellaire. Son émission a pu être modélisée par un corps noir de température 17.5K possédant une loi d'émissivité en ν ou en ν^2 selon la région du ciel considérée [25, 6].

Des observations de l'absorption du rayonnement des étoiles par cette poussière ont montré qu'elle était polarisée [18, 30]. Les grains de poussière ne sont pas de symétrie sphérique, mais ovales et donc ils absorbent préférentiellement selon une direction donnée, ce qui génère de la polarisation. Si les grains sont alignés le niveau de polarisation sera plus important, c'est pourquoi on observe une corrélation importante entre le champ magnétique galactique et l'émission polarisée de la poussière. Cette corrélation a permis à Prunet *et al.* [32] de modéliser le spectre angulaire des anisotropies dues à la poussière. Ils ont également montré que la poussière émettait avec la même amplitude aussi bien dans les modes EE que BB.

La poussière galactique va être la principale émission d'avant plan à haute fréquence[1]. Il est néanmoins nécessaire de s'affranchir de cette dernière à des fréquences plus basses pour la mesure du CMB. Pour cela il va falloir estimer l'intensité de l'émission à haute fréquence, là où elle domine le CMB, pour pouvoir extrapoler sa contribution aux fréquences qui vont nous intéresser.

III.1.2 L'Expérience ARCHEOPS

L'expérience ARCHEOPS est une expérience ballon qui utilise la technologie développé pour l'instrument HFI (High Frequency Instrument) du futur satellite PLANCK. L'étalonnage au sol et l'ana-

[1] $\nu > 300$ GHz

lyse de données a été en partie réalisée par le groupe ARCHEOPS du Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble au sein duquel ce stage est réalisé. Cette expérience a effectué trois vols de 1999 à 2002 ce qui a permis de recueillir des données sur les anisotropies du CMB avec une précision de quelques μK et avec une résolution angulaire de 10 minutes d'arc. La couverture du ciel est d'environ 30% ce qui permet de contraindre le spectre des C_ℓ entre $\ell = 15$ et $\ell = 400$ [4].

L'expérience ARCHEOPS possède quatre canaux de fréquences sur lesquels sont répartis des bolomètres[2] de la manière suivante :

- huit bolomètres à 143 GHz.
- huit bolomètres à 217 GHz.
- six bolomètres à 353 GHz.
- et deux bolomètres à 545 GHz.

Les bolomètres à 353 GHz, montés par paires, permettent la mesure de la polarisation, et sont sensibles à l'émission de la poussière galactique polarisée. Les canaux hautes fréquences à 353 et 545 GHz permettent à l'expérience ARCHEOPS de s'affranchir des différents contaminants d'avant plan (voir I.2.4) pour la mesure du CMB avec les canaux à 143 et 217 GHz.

Dans l'optique de la future détection des ondes gravitationnelles primordiales, nous devons pouvoir soustraire de manière optimale les émissions d'avant plans. C'est pourquoi le but de notre travail a été de déterminer la contamination due à la poussière dans le spectre de puissance angulaire du CMB, à partir des données d'ARCHEOPS du dernier vol[3], à 353 GHz. Pour cela nous allons tout d'abord présenter la méthode que nous avons dû développer pour calculer le spectre de puissance angulaire de l'émission de la poussière galactique.

III.2 Calcul du Spectre de Puissance Angulaire

Notre but est de calculer le spectre de puissance angulaire de polarisation à partir de cartes du ciel des paramètres de Stokes, pour l'expérience ARCHEOPS. Jusqu'à présent ceci a été réalisé par un calcul direct. Le problème est que lorsque la couverture du ciel n'est pas complète, le calcul direct est biaisé. Il s'avère donc efficace pour ne pas rencontrer ce biais de calculer de prime abord la fonction de corrélation dans l'espace réel, puis de passer de cette fonction de corrélation au spectre de puissance angulaire dans l'espace des harmoniques sphériques. Notre travail qui a été de passer de la corrélation dans l'espace réel au spectre de puissance, s'inscrit dans la continuité de celui de Julien Grain [16] qui a travaillé sur le calcul des corrélations dans l'espace réel.

III.2.1 Calcul de la Fonction de Corrélation

Nous ne présenterons que très succintement cette partie, plus de détails pourront être trouvés dans [16].

Supposons que nous disposions de cartes du ciel en I, Q et U. Il est alors possible de calculer directement, et ce quelque soit la couverture, quatre corrélations à deux points[4] II, QQ, UU et IQ. L'estimateur de la fonction de corrélation se calcule en prenant soin de définir convenablement un repère qui soit le même quelque soit le couple de points considérés sur la sphère et séparés d'un même angle θ :

$$\hat{C}_{XY}(\theta) = \frac{\sum_{i,j} w_i^X w_j^Y X_i Y_j \delta(\widehat{\vec{n}_i, \vec{n}_j} - \theta)}{\sum_{i,j} w_i^X w_j^Y \delta(\widehat{\vec{n}_i, \vec{n}_j} - \theta)} \tag{III.1}$$

où $X, Y = \{I, Q, U\}$, les w sont les poids associés aux pixels i et j, la sommation s'effectue sur tous les pixels observés de la carte et la fonction de Dirac nous assure l'écart angulaire.

[2]Un bolomètre mesure l'échauffement dû au passage des photons.

[3]Celui du 7 février 2002 au départ de Kiruna en Suède.

[4]Comme nous l'avons vu les corrélations QU et IU sont nulles dans le cas du CMB. Ce n'est pas forcément le cas pour les émissions d'avant plans, mais nous ne nous intéresserons pas à ces corrélations dans ce rapport.

Julien Grain a codé le calcul de cet estimateur et a montré qu'il n'est pas biaisé pour des cartes incomplètes du ciel [16]. De plus un grand nombre de simulations ont été réalisées pour confirmer ces résultats. Nous avons également pu tester quantitativement que ce calcul n'amenait pas de biais.

III.2.2 Passage de la Fonction de Corrélation aux Spectres de Puissance

Le calcul de la fonction de corrélation n'étant pas biaisé par l'effet de la couverture incomplète du ciel, nous pouvons maintenant passer de la fonction de corrélation dans l'espace réel au spectre de puissance angulaire. Nous allons présenter la partie que nous avons codé pour effectuer le passage de l'espace réel à l'espace des harmoniques sphériques. Nous présenterons ultérieurement la façon dont nous avons réalisé des simulations pour prouver la validité de notre méthode.

La méthode que nous allons décrire s'appuie sur Chon *et al.* [8], sans pour autant reproduire exactement la méthode proposée.

Zaldarriaga [46] a montré comment les fonctions de corrélation entre les paramètres de Stokes dans l'espace réel étaient reliées aux corrélations entre les champs T, E et B dans l'espace des harmoniques sphériques. Cette relation est donnée pour deux points dans deux directions du ciel $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ faisant entre elles un angle θ :

$$\begin{aligned}
C_{II}(\theta) = \langle T(\vec{n}_1)T(\vec{n}_2)\rangle &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell^{TT} P_\ell(\cos\theta) \\
C_{QQ}(\theta) = \langle Q(\vec{n}_1)Q(\vec{n}_2)\rangle &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} \Big\{ C_\ell^{EE} F_{1,\ell,2}(\theta) - C_\ell^{BB} F_{2,\ell,2}(\theta) \Big\} \\
C_{UU}(\theta) = \langle U(\vec{n}_1)U(\vec{n}_2)\rangle &= \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} \Big\{ C_\ell^{BB} F_{1,\ell,2}(\theta) - C_\ell^{EE} F_{2,\ell,2}(\theta) \Big\} \\
C_{IQ}(\theta) = \langle T(\vec{n}_1)Q(\vec{n}_2)\rangle &= -\sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell^{TE} \sqrt{\frac{(\ell-2)!}{(\ell+2)!}} P_\ell^2(\cos\theta)
\end{aligned} \tag{III.2}$$

où les $P_\ell^m(\cos\theta)$ sont les polynômes de Legendre, et où les fonctions F dépendent des multipôles ℓ et m et des polynômes de Legendre. Nous les définissons en Annexe D.

Nous avons inversé ces équations pour obtenir les spectres de puissance angulaire en fonction des fonctions de corrélation. Pour cela, nous avons utilisé les propriétés d'orthogonalité des fonctions F. Nous sommes arrivés aux résultats suivants :

$$\begin{aligned}
C_\ell^{TT} &= 2\pi \int_{-1}^{1} C_{II}(\theta) P_\ell(\cos\theta) \mathrm{d}\cos\theta \\
C_\ell^{EE} - C_\ell^{BB} &= 2\pi \int_{-1}^{1} \Big\{ C_{QQ}(\theta) - C_{UU}(\theta) \Big\} \cdot \Big\{ F_{1,\ell,2}(\theta) + F_{2,\ell,2}(\theta) \Big\} \mathrm{d}\cos\theta \\
C_\ell^{EE} + C_\ell^{BB} &= 2\pi \int_{-1}^{1} \Big\{ C_{QQ}(\theta) + C_{UU}(\theta) \Big\} \cdot \Big\{ F_{1,\ell,2}(\theta) - F_{2,\ell,2}(\theta) \Big\} \mathrm{d}\cos\theta \\
C_\ell^{TE} &= 2\pi \int_{-1}^{1} C_{IQ}(\theta) F_{1,\ell,0}(\theta) \mathrm{d}\cos\theta
\end{aligned} \tag{III.3}$$

Nous voyons ainsi que le passage de la fonction de corrélation calculée par la méthode décrite précédement, au spectre des C_ℓ est désormais possible.

Nous avons cependant dû coder une méthode numérique d'intégration des équations (III.3) qui n'est pas triviale étant donné que les fonctions intégrées dépendent de manière compliquée de polynômes de Legendre et oscillent donc beaucoup. La méthode que nous avons employée est l'intégration de Gauss-Legendre [31], particulièrement bien adaptée à ce cas de figure et peu coûteuse en temps de calcul.

Nous voyons qu'à partir de cartes des paramètres de Stokes, et en dépit d'une couverture incomplète, nous pouvons calculer le spectre de puissance angulaire à partir des fonctions de corrélation à deux points calculées de manière directe, et qui ont la propriété de ne pas comporter de biais. Nous allons maintenant nous atteler, à l'aide des simulations que nous avons réalisées, à montrer que les spectres de puissance que nous calculons de cette façon ne sont pas biaisés.

III.3 Simulations

L'idée est la suivante. Nous partons d'un modèle de spectre de puissance angulaire, nous fabriquons des cartes du ciel y correspondant, et à partir de ces cartes nous essayons de calculer l'estimateur du spectre de puissance. Nous comparerons ensuite le spectre calculé à celui du modèle pour estimer le biais éventuel que notre méthode pourrait générer.

Nous avons réalisé des simulations à partir de deux modèles, un modèle de CMB ΛCDM, et un modèle de poussière galactique. Le choix de tester notre méthode sur ces deux modèles est motivé par le fait que ce sont deux composantes que nous voudrons extraire de notre analyse, à terme. De plus, un estimateur non biaisé pour l'un des modèles ne signifie pas forcément que l'estimateur dans l'autre modèle ne sera pas exempt de biais, à cause d'éventuelles erreurs numériques.

III.3.1 Méthode de Simulation

Nous relaterons ici uniquement les simulations réalisées avec le modèle de poussière. La méthode utilisée avec le modèle de CMB est sensiblement la même, nous donnerons les résultats en Annexe E. Nous avons procédé de la manière suivante :

1. Nous avons utilisé comme modèle de poussière celui proposé par Prunet *et al.* [32] :

$$C_\ell^{TT} = 5 \cdot 10^{-1} \ell^{-2.5} \mu K^2 \qquad C_\ell^{EE} = 8.9 \cdot 10^{-4} \ell^{-1.3} \mu K^2$$

$$C_\ell^{BB} = 1.0 \cdot 10^{-3} \ell^{-1.4} \mu K^2 \qquad C_\ell^{TE} = 1.7 \cdot 10^{-2} \ell^{-1.95} \mu K^2 \tag{III.4}$$

2. À partir de ce modèle nous avons généré des cartes du ciel complètes pour I, Q et U avec Synfast [15]. Nous leur appliquons la couverture de l'expérience Archeops et coupons la partie à faible latitude galactique pour supprimer le centre galactique.
3. Nous calculons à partir de ces cartes les fonctions de corrélation II, QQ, UU et IQ de manière directe.
4. Nous passons aux spectres de puissance $\hat{C}_\ell^{TT}$, $\hat{C}_\ell^{EE}$, $\hat{C}_\ell^{BB}$ et $\hat{C}_\ell^{TE}$ en appliquant le équations (III.3) et en interpolant les fonctions de corrélations sur les points nécéssaires à l'intégration de Gauss-Legendre qui sont différents de ceux où est calculée la fonction de corrélation.
5. Nous réalisons un grand nombre de simulations ($\sim$1000) car une carte simulée ne représentant qu'une seule réalisation du modèle, il faut s'affranchir de la *sample variance* en moyennant. Cette *sample variance* constituera nos barres d'erreur sur les simulations.
6. Enfin nous comparons nos $\hat{C}_\ell$ aux C_ℓ du modèle.

III.3.2 Résultats des Simulations

Les résultats que nous présentons ont été obtenus pour 1000 réalisations de ciel à partir du modèle de Prunet *et al.* [32]. Ils sont portés sur la figure III.1. Les cartes utilisées comportent 12288 pixels et $n_{\rm side} \equiv \sqrt{n_{\rm pix}/12}$ ce qui donne $n_{\rm side} = 32$. $n_{\rm side} = 32$ correspond à des pixels de environ 2° de côté. Ainsi, les corrélations entre des points plus proches que la taille des pixels ne peuvent être calculées. C'est pourquoi nos résultats ne sont représentés que jusqu'à $\ell \sim 100$ car au dessus de $3n_{\rm side} - 1 = 95$ nos résultats n'ont plus de sens [14].

La couverture incomplète d'Archeops implique que la fonction de corrélation angulaire ne peut pas être calculée pour des angles grands ($\gtrsim 120^\circ$). Ainsi le passage aux C_ℓ, calculés jusqu'à $\theta = 180^\circ$ va engendrer les oscillations que nous pouvons observer sur nos spectres. Ces oscillations disparaîtraient si nous considérions une couverture totale.

– le spectre TT comporte de grandes oscillations. La valeur moyenne semble cependant suivre le modèle. Malgré cela notre méthode semble peu appropriée au calcul de TT car les résultats ne sont pas entièrement satisfaisants y compris pour les simulations de CMB (voir Annexe E).
– les spectres de polarisation EE, BB et TE comportent eux aussi des oscillations, mais plus raisonnables, et ils sont en bon accord avec le modèle jusqu'à $\ell \sim 95$. Seul le spectre BB semble comporter un léger biais pour $\ell \gtrsim 60$. L'estimation des spectres en polarisation donne également de bons résultats pour le modèle de CMB (voir Annexe E).

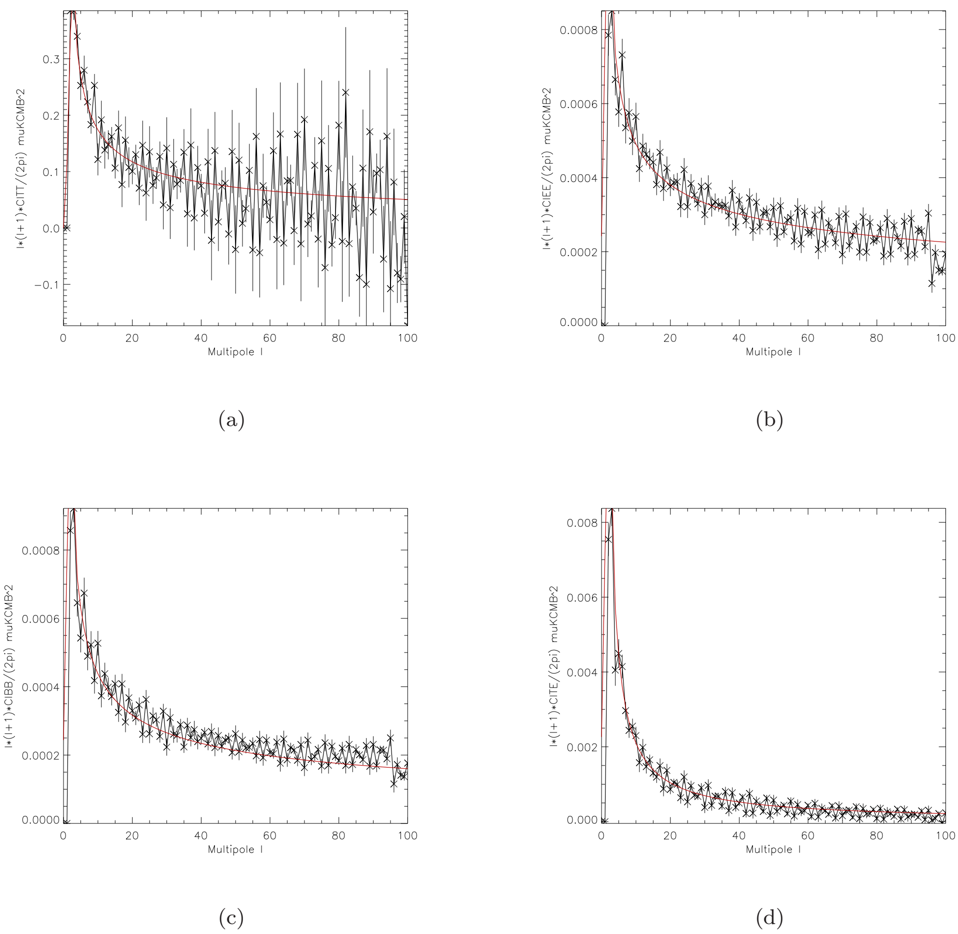


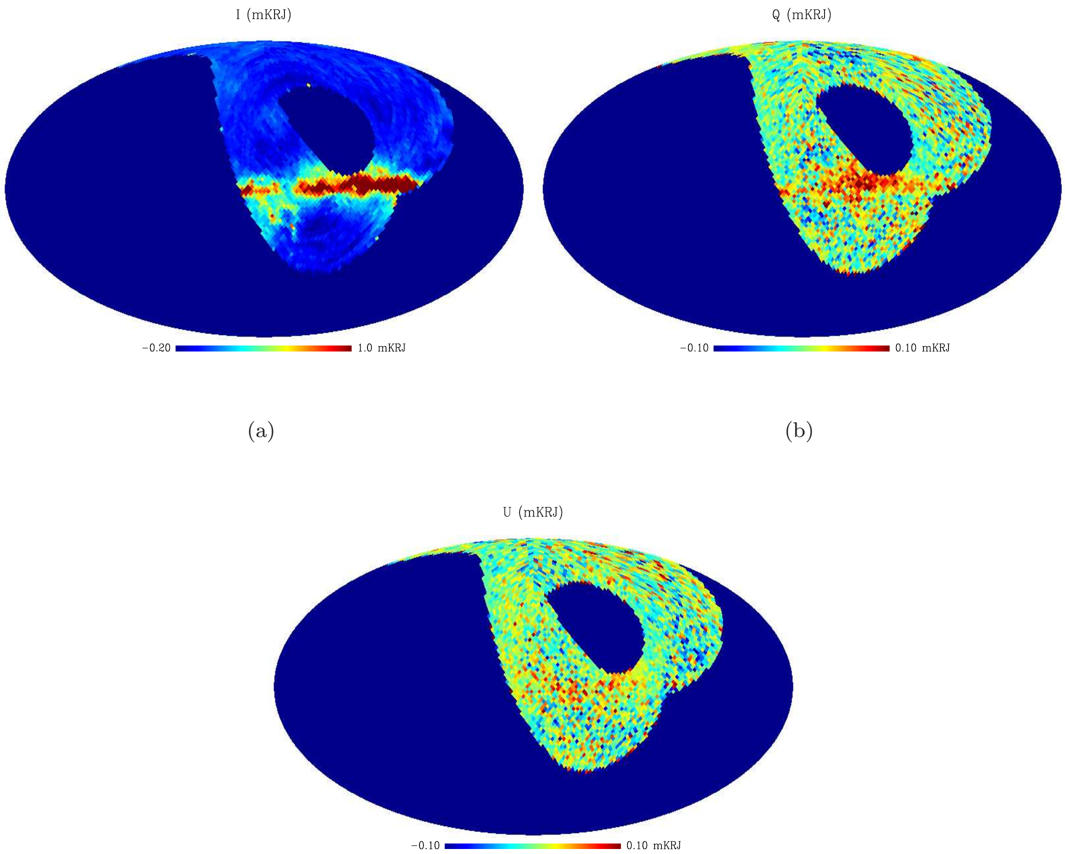
FIG. III.1 – Résultats des simulations pour le modèle de poussière de Prunet *et al.* [32] pour TT (a), EE (b), BB (c) et TE (d) en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ pour 1000 simulations. Le spectre du modèle est porté en rouge et les résultats des simulations en noir. Les barres d'erreurs représentent la déviation standard sur le nombre de simulations.

Devant ces résultats il semble raisonnable d'accorder confiance à notre méthode. Nous allons ainsi pouvoir l'appliquer aux données de l'expérience ARCHEOPS à 353 GHz, pour essayer d'extraire une mesure de la polarisation de la poussière galactique, dominante à cette fréquence. Notons que le modèle de poussière que nous avons testé n'est pas forcément réaliste au niveau des ordres de grandeur, mais que l'allure générale de son spectre, proche de celle à laquelle nous nous attendons pour l'émission polarisée de la poussière galactique, permet un test efficace de notre méthode.

III.4 Applications aux Données de l'Éxpérience Archeops

En 2003 l'expérience satellite Wmap a pour la première fois mesuré la corrélation entre I et Q, en donnant le spectre de puissance angulaire TE à partir de leurs données de 23 à 94 GHz, contraignant ainsi fortement les paramètres décrivant la reionisation avec notamment une épaisseur optique $\tau = 0.17 \pm 0.04$ à 68% de C.L. [22]. Cette mesure s'appuye cependant sur l'hypothèse que les mesures ne sont pas contaminées par l'émission polarisée de la poussière galactique à ces fréquences.

Le but du travail que nous avons réalisé est, dans un premier temps d'extraire des données polarisée d'Archeops à 353 GHz, la mesure du spectre de l'émission polarisée de la poussière galactique à l'aide de la méthode présentée précédement. Nous avons ensuite extrapolé cette mesure à 100 GHz[5], pour qu'elle soit directement comparable aux résultats de Wmap, afin de déterminer la contribution de cet avant plan à cette fréquence.



(a) (b) (c)

Fig. III.2 – Cartes en I (a), Q (b) et U (c) à 353 GHz en $\mathrm{mK_{RJ}}$ pour les données Archeops filtrées à 0.03 Hz. Ces cartes ne tiennent pas compte de la coupure des latitudes galactiques $< 10°$

Nous avons pour cela utilisé des cartes (voir Fig. III.2) en $\mathrm{mK_{RJ}}$ issues des mesures des six bolomètres polarisés du dernier vol d'Archeops, à 353 GHz. Nous voyons que le plan galactique apparaît très fortement polarisé, ce qui avait déjà été détecté à partir des cartes établies précédement par la collaboration Archeops [4]. Les cartes que nous utilisons sont donc en très bon accord avec

[5]À 100 GHz la contribution de la poussière est plus importante que aux fréquences de Wmap. Ceci constituera donc une limite supérieure de la contamination

les mesures précédentes. Nous couperons les faibles latitudes galactiques[6] pour s'affranchir de la contamination par l'émission très intense du plan galactique, qui n'est jamais considérée lors du calcul des spectres de puissance angulaire du CMB.

III.4.1 Estimation du Spectre de Puissance

Les cartes des données ARCHEOPS sont bruitées, c'est à dire que le spectre de puissance angulaire calculé à partir de ces cartes $C_\ell^{\text{mes.}}$ comportera une composante due au signal recherché $C_\ell^{\text{s.}}$ et une composante due au bruit C_ℓ^{bruit} :

$$C_\ell^{\text{mes.}} = C_\ell^{\text{s.}} + C_\ell^{\text{bruit}} \tag{III.5}$$

Ainsi pour estimer le spectre dû au signal recherché, il va falloir estimer la contribution du bruit. Pour cela des simulations de bruit de type ARCHEOPS ont été réalisées (voir III.4.2). Nous pouvons par conséquent estimer le spectre dû au signal en retranchant la valeur moyenne des bruits simulés au spectre de puissance calculé par la méthode que nous venons d'exposer, à partir des cartes d'ARCHEOPS :

$$\hat{C}_\ell^{\text{s.}} = \hat{C}_\ell^{\text{mes.}} - \hat{C}_\ell^{\text{bruit}} \tag{III.6}$$

III.4.2 Calcul des Barres d'Erreurs

Notre calcul de barres d'erreurs inclut la variance due au bruit et les erreurs dues aux effets systématiques. L'estimé de nos barres d'erreurs s'exprime de la manière suivante :

$$\hat{\sigma}_\ell(\hat{C}_\ell) = \sqrt{\left(\hat{\sigma}_\ell^{\text{bruit}}\right)^2 + \left(\hat{\sigma}_\ell^{\text{systé.}}\right)^2} \tag{III.7}$$

où $\hat{\sigma}_\ell^{\text{bruit}}$ désigne l'erreur due au bruit et $\hat{\sigma}_\ell^{\text{systé.}}$ désigne l'erreur due aux effets systématiques. Ces erreurs ont été déterminées de la manière suivante :

- **Estimation du bruit** : Pour estimer l'erreur due au bruit, nous avons utilisé un jeu de cartes du ciel de bruit simulé. Ces cartes ont été réalisées de la manière suivante : on calcule le spectre de puissance des D.O.T. (Données Ordonnées en Temps) de l'expérience ARCHEOPS, on en extrait des simulations de D.O.T. de bruit à partir desquelles on réalise des cartes. Nous avons calculé le spectre de puissance du bruit que nous utilisons en (III.6) en faisant la moyenne sur l'ensemble des spectres calculés à partir de chaque ensemble de cartes I, Q et U. L'erreur due au bruit est alors la dispersion sur l'ensemble de ces réalisations.
- **Effets systématiques** : Benoit *et al.* et Ponthieu [4, 30] ont mis en évidence que l'intercalibration entre les différents bolomètres est la principale source d'effets systématiques en polarisation. Nous avons ici aussi travaillé sur des cartes simulées. L'intercalibration est le fait de prendre les données de chaque bolomètre séparément, d'en choisir un que l'on suppose calibré, et de calibrer les autres par rapport à celui-ci en multipliant les données par un facteur de calibration. Ce facteur de calibration va comporter une barre d'erreur. Les facteurs de calibration seront ensuite tirés aléatoirement dans les barres d'erreurs et des cartes seront simulées à partir de ces facteurs. Nous avons alors calculé le spectre de puissance pour chaque ensemble de cartes I, Q et U, et nous avons calculé la dispersion de ce spectre de puissance, qui constituera les erreurs dues aux effets systématiques.
  Il existe d'autres effets systématiques comme l'incertitude sur la détermination des angles des polariseurs, mais ils sont négligeables devant l'erreur due à l'intercalibration [30].

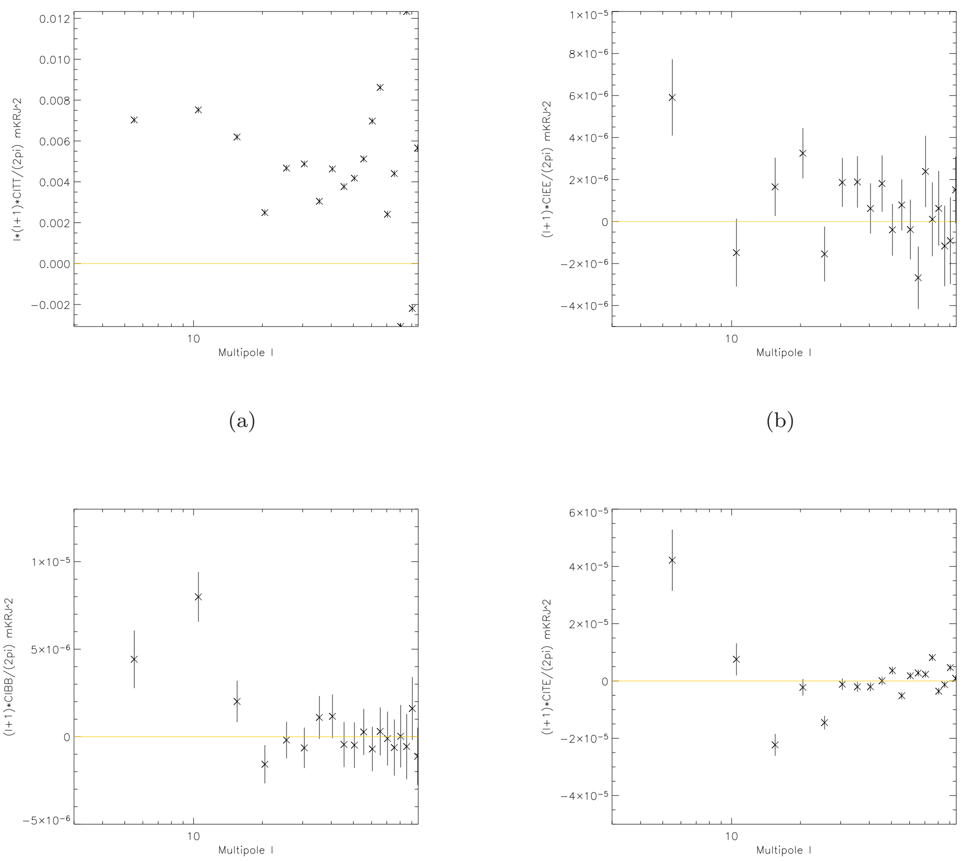
III.4.3 Résultats

Nous présentons ici les résultats que nous avons obtenus en utilisant notre méthode, décrite au paragraphe III.2.2, sur les cartes issues des données d'ARCHEOPS à 353 GHz présentées en figure

[6] Latitudes $< 10°$

III.2. Les résultats sont portés sur la figure III.3 et sont donnés en mK^2_{RJ} à 353 GHz. Nous avons regroupé et moyenné les valeurs du spectre par pas de 5 en ℓ à partir de $\ell = 3$. Sont également portées les barres d'erreurs présentées au paragraphe III.4.2. Nos barres d'erreurs sont nettement dominées par les erreurs dues aux effets systématiques.

Rappelons que à 353 GHz nous nous attendons uniquement à observer l'émission de la poussière galactique, dominante par rapport au CMB. Les résultats que nous présentons en figure III.3 constituent donc une mesure de cette émission. Nos résultats sont cependant préliminaires, des tests plus accrus sont en cours.



(a) (b) (c) (d)

Fig. III.3 – Spectre de puissance de l'emission polarisée de la poussière galactique obtenu à partir des données d'Archeops à 353 GHz pour les modes TT (a), EE (b), BB (c) et TE (d) en mK^2_{RJ} après soustraction du bruit. Sont portées les barres d'erreurs statistiques ainsi que celles relatives aux effets systématiques.

– le spectre en TT semble peu réaliste. En effet, comme nous l'avions observé grâce aux simulations que nous avons réalisées (voir paragraphe III.3), notre méthode ne semble pas être performante pour la détermination de TT. En particulier nous accordons peu de confiance au calcul du spectre de bruit, que l'on soustrait au spectre mesuré. Une mauvaise estimation du spectre de bruit explique également les valeurs peu réalistes des barres d'erreurs. De plus nous nous attendons pour la poussière galactique à une remontée à haut ℓ et une décroissance à bas ℓ ce qui n'est pas le cas dans nos résultats. Cependant l'ordre de grandeur du spectre à bas ℓ semble en accord avec une estimation réalisée avec la méthode Xspect [41].

– pour le spectre en EE, nous observons deux points non compatibles avec zéro à $\ell \simeq 5$ et $\ell \simeq 20$. *Ceci constitue une détection de l'émission polarisée de la poussière galactique.* Le spectre devient fortement compatible avec zéro pour $\ell > 40$ ce qui montre une absence de corrélation à petite échelle.
– le spectre en BB montre deux points consécutifs non compatibles avec zéro à plus de 1σ, à $\ell \simeq 5$ et 10. *Ceci nous permet de montrer avec une certaine confiance une mesure de modes BB pour l'émission de la poussière.* Le spectre s'estompe ensuite, en devenant fortement compatible avec zéro, pour $\ell > 25$, ce qui signe également l'absence de corrélation à petite échelle angulaire pour l'émission polarisée de la poussière galactique. Notons également que l'intensité des modes BB est comparable, voir même supérieure à celle des modes EE.
– enfin, le spectre en TE signe également *une mesure de l'émission polarisée de la poussière galactique.* Le premier point pour $\ell \simeq 5$ est à plus de 2σ de zéro. Nous observons également deux points négatifs fortement non compatibles avec zéro. Ici encore le spectre s'estompe, en devenant compatible avec zéro à partir de $\ell \simeq 30$. Notons la faible valeur des barres d'erreurs ; ceci est dû au fait que les bruits en T et en E ne sont pas corrélés. De plus, nos simulations ont montré que notre méthode est très performante pour l'estimation du spectre de puissance en TE, ce qui nous permet d'accorder une très grande confiance en cette mesure.

Ces résultats sont très concluants : **l'émission polarisée de la poussière galactique a été mesurée par l'expérience Archeops, avec même une détection à plus de 1σ de modes BB**. De plus les effets systématiques que nous portons sur nos barres d'erreurs sont surestimés. Nous avons également testé notre méthode sur des cartes représentant l'intensité de l'émission de la poussière[7] : les cartes SFD (Schlegel, Finkbeiner & Davis) [36] extrapolées à 353 GHz, et sur les cartes en I extrapolées à 353 GHz de SFD associées aux cartes en Q et U d'Archeops. Ce test avait pour but de chercher dans les spectres de puissance EE et BB les possibles effets dus au filtrage des cartes, dans le premier cas, et de comparer le spectre de puissance de TE à celui que l'on a obtenu avec Archeops, dans le second cas. Nos test ont été concluants ajoutant à la confiance que nous pouvons avoir sur notre méthode. Ces résultats sont portés en Annexe F.

III.4.4 Extrapolation aux Fréquences de Wmap

Les résultats précédents (voir Fig. III.3) montrent une détection de l'émission polarisée de la poussière galactique à 353 GHz, là où elle domine le CMB. Ceci étant, nous souhaitons savoir si cette émission va également contaminer la mesure du CMB à 100GHz. Rappelons que les mesures polarisées de Wmap [22] s'appuient sur l'hypothèse que, aux fréquences de mesure[8], la contamination due à la poussière est négligeable.

Pour ce faire, nous avons dû extrapoler notre mesure réalisée à 353 GHz en $\mathrm{mK}^2_{\mathrm{RJ}}$ avec Archeops, à 100 GHz en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$. Nous avons réalisé cette extrapolation en considérant que l'émission de la poussière galactique polarisée suit une loi d'émissivité en ν et non en ν^2, ce qui constitue une meilleure estimation pour les hautes latitudes galactiques [25, 6]. La comparaison est portée en figure III.4.

Le spectre en TE que nous avons calculé à partir des données d'Archeops et des données combinées SFD-Archeops montre une détection fortement non compatible avec zéro à $\ell \simeq 5$. À cette échelle angulaire il est alors possible que Wmap ait mesuré des anisotropies du CMB *et* l'émission polarisée de la poussière galactique, même si cette dernière resterait sous-dominante. Pour $\ell > 5$, la mesure de la poussière est compatible avec zéro et ne semble pas contaminer les mesures du CMB à 100 GHz. Ce résultat est très important. En effet, les contraintes données par Wmap [22] sur la reionisation viennent de leur mesure du spectre en TE, et en particulier des corrélations à très grande échelle angulaire, comme nous l'avons vu en II.3.3. Si cette mesure est en effet contaminée par l'émission de la poussière galactique à $\ell \simeq 5$, les conclusions sur la période de reionisation seront différentes. Cependant ce premier point resterait élevé, et le fait que la reionisation ait eu lieu n'est pas remis en cause.

Nous devons cependant pondérer cette conclusion. En effet notre extrapolation constitue un effet maximum, étant donné que nous avons extrapolé à 100 GHz et non aux fréquences de mesure

[7] Les cartes en Q et U étant nulles.
[8] 23, 33, 41, 61 et 94 GHz.

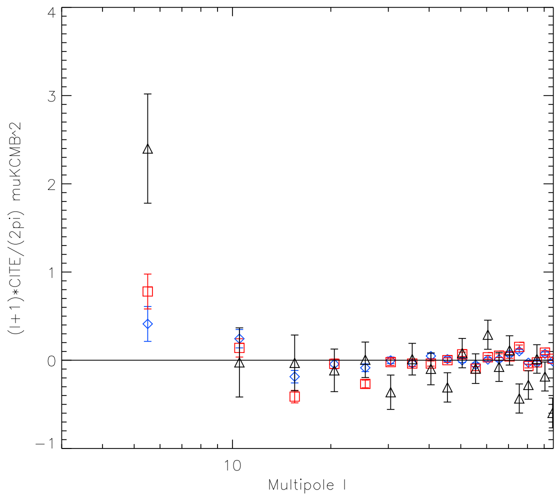


FIG. III.4 – Comparaison entre les données polarisées en TE de WMAP [22] (*triangles noirs*), et les données de l'émission de la poussière galactique à 353 GHz extrapôlées à 100 GHz en μK^2_{CMB} dans le cas des seules données d'ARCHEOPS (*carrés rouges*) et des cartes en intensité de SFD [36] combinées aux données polarisées d'ARCHEOPS (*ronds bleus*). Les barres d'erreurs sont celles données dans [22] pour WMAP et celles calculées comme en III.4.2 pour les données d'ARCHEOPS et les données combinées SFD-ARCHEOPS.

du CMB de WMAP, à savoir 23, 33, 41, 61 et 94 GHz. De plus la loi d'émissivité de la poussière galactique est encore mal connue [25, 6], et nous avons choisi d'utiliser pour notre extrapolation une loi en ν et non en ν^2 ce qui rend une nouvelle fois notre mesure maximale.

III.4.5 Conclusions et Remarques

Nous avons voulu déterminer à l'aide des données de l'expérience ARCHEOPS à 353 GHz le spectre de puissance de l'émission polarisée de la poussière galactique en s'affranchissant du biais dû à la couverture du ciel incomplète émanant d'un calcul direct. Pour cela nous avons développé la méthode présentée au paragraphe III.2.2. Nous avons ensuite appliqué cette méthode aux données d'ARCHEOPS, puis nous avons extrapolé cette mesure à 100 GHz pour la comparer directement aux mesures du CMB réalisées par WMAP. Nos conclusions sur nos résultats sont les suivantes :

- la méthode de calcul du spectre de puissance angulaire non biaisé, à partir de cartes avec une couverture du ciel incomplète, que nous avons développée, semble concluante pour les spectres en polarisation EE, BB et TE. En polarisation, les résultats que nous obtenons en comparant le spectre calculé aux modèles que nous avons utilisés (CMB et poussière) montrent un très bon accord. Par contre cette méthode est très peu efficace pour le spectre de puissance angulaire en température. L'estimation de ce spectre par la méthode Xspect [41], est bien plus efficace. Malheureusement, cette méthode n'est pas encore développée pour la polarisation.
- l'application de notre méthode aux données d'ARCHEOPS à 353 GHz nous a permis de montrer **une première détection à grande échelle et à haute latitude galactique de l'émission polarisée de la poussière galactique** avec notamment une détection nette des modes BB, et ceci donnera lieu à une publication.
- l'extrapolation de cette mesure à 100 GHz pour le spectre en TE nous a permis de montrer **une limite supérieure sur la contamination due à la poussière dans le spectre du CMB** mesuré à cette fréquence, en particulier, de montrer une possible contamination des résultats de WMAP [22], amenant à des contraintes différentes sur la reionisation, sans toutefois la remettre en cause.

Conclusion

Nous avons vu que l'un des défis majeurs de l'étude du CMB est de donner des contraintes sur les ondes gravitationnelles primordiales. Atteindre cette physique passe par une détection précise de la polarisation du CMB. Or, celle-ci est de très faible amplitude (environ quatre ordres de grandeur plus faible que les anisotropies en température) et une caractérisation des ondes gravitationnelles primordiales passera nécessairement par la connaissance précise des contaminants à sa détection.

Pour comprendre la polarisation du CMB nous avons exposé, au cours de la première partie, le formalisme qui nous permet de faire son étude. Nous avons également montré que la caractérisation des ondes gravitationnelles peut être extraite de l'étude du spectre de puissance angulaire des modes BB du CMB.

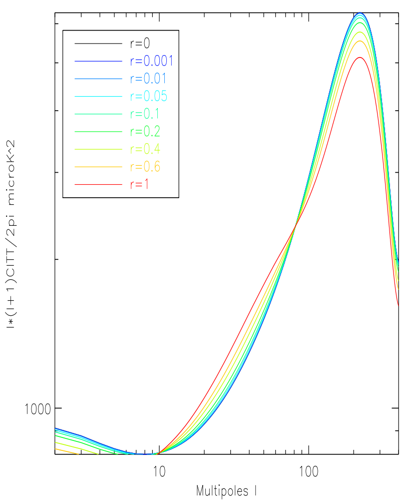
De récentes observations indiquent la présence d'un champ magnétique au sein des galaxies [5]. Cette observation pourrait être expliquée à partir d'un champ magnétique primordial. Nous avons voulu regarder quel était l'effet d'un tel champ, présent au niveau de la surface de dernière diffusion, sur le spectre de puissance angulaire du CMB. Pour cela nous avons réalisé une étude théorique et des simulations qui nous ont permis de montrer que ce champ, à l'instar des ondes gravitationnelles primordiales, allait générer des modes BB. Nous avons quantifié cet effet pour un champ d'une intensité de l'ordre de la dizaine de nG et à une fréquence d'observation de 30 GHz, et nous avons montré, que si un tel champ magnétique était présent au niveau de la surface de dernière diffusion, il constituerait un fort contaminant à la future caractérisation des ondes gravitationnelles primordiales. Nous avons également pu montrer que la mise en évidence directe de ce champ magnétique était inenvisageable avec la future expérience Planck (2007), mais semblait néanmoins réalisable avec la nouvelle génération de détecteurs équipés de matrices de bolomètres, en cours de développement, notamment au LPSC.

S'affranchir des contaminants c'est aussi acquérir une bonne connaissance des émissions d'avant plans qui contaminent la détection du CMB. Nous nous sommes intéressés à une des principales émissions d'avant plans : l'émission de la poussière galactique. Nous avons voulu, grâce aux données de l'expérience Archeops à 353 GHz [4], réaliser une mesure de la polarisation de cette émission. Pour que ceci soit possible, il a fallu créer une méthode permettant de passer des cartes du ciel incomplètes au spectre de puissance angulaire en polarisation, en s'affranchissant du biais lié à un passage direct. Nous avons réalisé un grand nombre de simulations qui nous ont permis de valider notre méthode et nous l'avons appliquée aux données d'Archeops. Ceci nous a permis de montrer une première détection à grande échelle angulaire de l'émission polarisée de la poussière galactique avec même une détection à plus de 1σ des modes BB. Nous avons extrapôlé cette mesure à 100 GHz pour pouvoir la comparer au spectre de puissance du CMB et, en particulier aux données polarisées en TE de l'expérience Wmap [22], et nous avons montré que ces mesures pouvaient être contaminées.

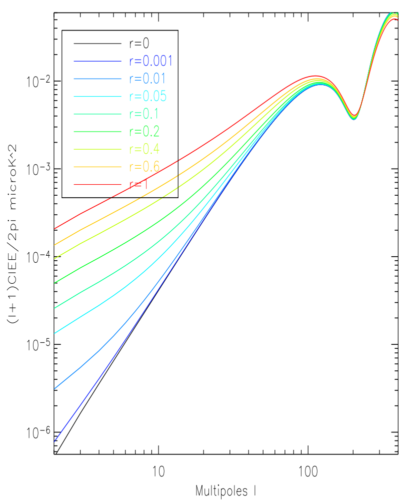
L'expérience Planck devrait avoir une sensibilité suffisante pour la détection des modes BB du CMB [30], mais cette détection si elle a lieu passera sans conteste par l'acquisition d'une connaissance très précise des contaminants. Pour ce faire, il faudra extraire une mesure de l'émission de la poussière des canaux à 353 GHz de Planck-HFI, à l'instar de ce que nous avons fait à partir des données de l'expérience Archeops. Il faut également travailler sur la méthode de séparation des composantes, qui nous permettra de déterminer, de manière plus précise, chaque contaminant.

Annexe A

Effet de la Variation du Paramètre Cosmologique *r* sur le Spectre de Puissance du CMB

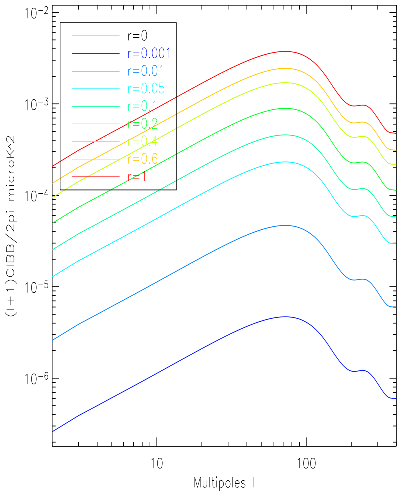


(a)

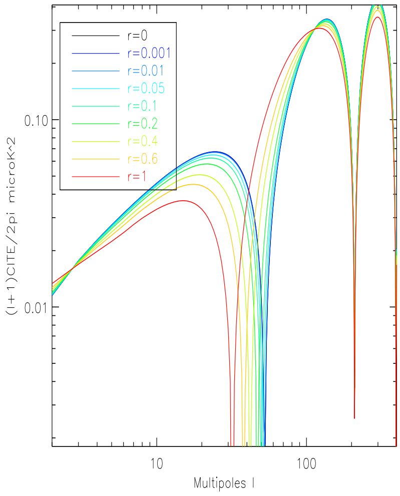


(b)

FIG. A.1 – Spectre de puissance du CMB dans le modèle ΛCDM en μK^2_{CMB} où l'on a fait varier le rapport entre les modes tensoriels et les modes scalaires, r, entre 0 et 1. Sont représentés les spectres en TT (a), EE (b). Les modèles de CMB ont été générés avec CAMB (Lewis [26]). L'effet des modes tensoriels et donc des ondes gravitationnelles primordiales est faible sur le spectre en température et relativement important à bas ℓ en EE.



(a)



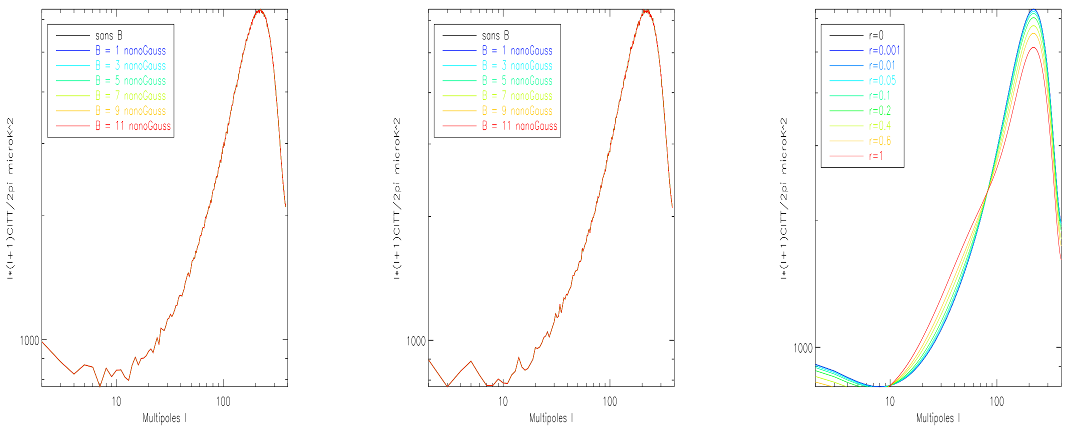
(b)

Fig. A.2 – Spectre de puissance du CMB dans le modèle ΛCDM en $\mu K^2_{\rm CMB}$ où l'on a fait varier le rapport entre les modes tensoriels et les modes scalaires, r, entre 0 et 1. Sont représentés les spectres en BB (a) et TE (b). Les modèles de CMB ont été générés avec CAMB (Lewis [26]). L'effet des modes tensoriels et donc des ondes gravitationnelles primordiales est faible sur le spectre en TE. Par contre, l'ajout de puissance dans les modes tensoriels génère des modes BB.

Annexe B

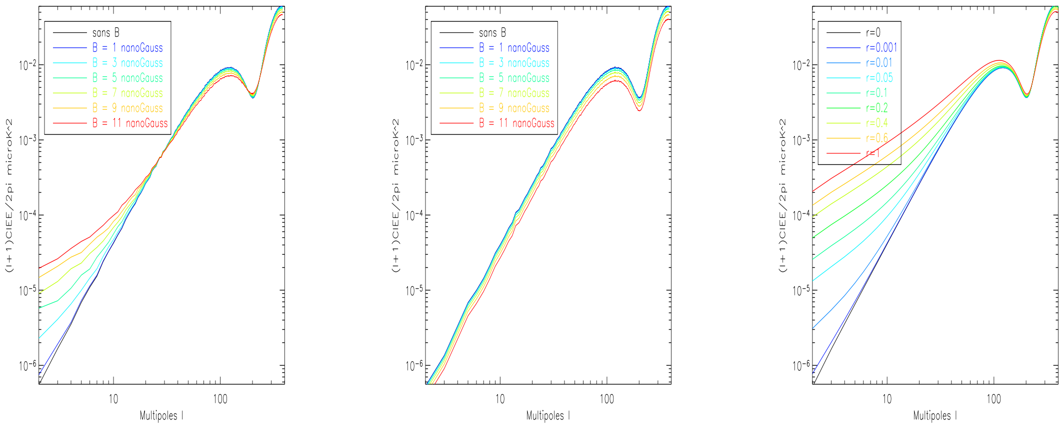
Simulations de l'Effet de La Rotation de Faraday sur le Spectre de Puissance du CMB en TT, EE et TE

Les discussions se rapportant aux figures B.1, B.2 et B.3 se trouvent au paragraphe III.3.



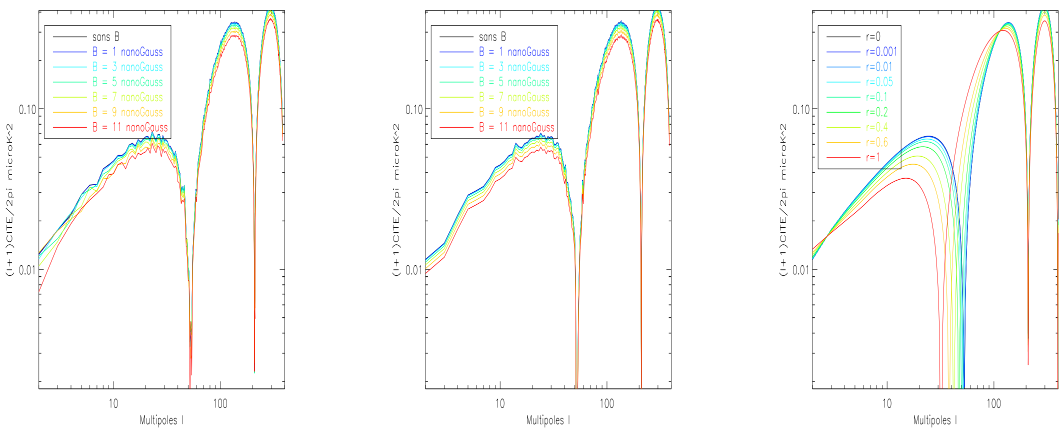
(a) (b) (c)

FIG. B.1 – C_ℓ^{TT} pour **B** orienté aléatoirement (a), **B** parallèle à la direction de propagation (b) (pour (a) et (b), $r = 0$) et pour r variant (c), dans un modèle sans reionisation.



(a) (b) (c)

FIG. B.2 – C_ℓ^{EE} pour **B** orienté aléatoirement (a), **B** parallèle à la direction de propagation (b) (pour (a) et (b), $r = 0$) et pour r variant (c), dans un modèle sans reionisation.



(a) (b) (c)

FIG. B.3 – C_ℓ^{TE} pour **B** orienté aléatoirement (a), **B** parallèle à la direction de propagation (b) (pour (a) et (b), $r = 0$) et pour r variant (c), dans un modèle sans reionisation.

Annexe C

Estimation des Erreurs dans les C_ℓ^{BB} à partir de la Sensibilité des Détecteurs de WMAP et de PLANCK

L'incertitude sur la détermination des C_ℓ^{BB}, que nous recherchons dans le cadre du calcul du rapport signal sur bruit (voir II.4), est donnée en fonction de la sensibilité des détecteurs utilisés en U. Elle s'exprime comme la variance de l'estimateur du spectre de puissance. Cette variance contient la variance cosmique ainsi que la variance due au bruit [30] :

$$\sigma_\ell(C_\ell^{BB}) = \sqrt{\frac{2}{(2\ell+1)f_{\mathrm{cut}}}}\left[C_\ell^{BB} + f_{\mathrm{sky}}\frac{4\pi s_U^2}{t_{\mathrm{obs.}}}e^{-\ell^2\sigma_b^2}\right] \tag{C.1}$$

où f_{sky} est la fraction de ciel observée, f_{cut} la fraction du ciel restant après avoir appliqué un masque qui coupe le plan galactique, s_U [μK $\cdot$ sec$^{1/2}$] la sensibilité de l'instrument, $t_{\mathrm{obs.}}$ le temps total d'observation, et σ_b le lobe de l'instrument. Ajoutons ces quelques relations :

– $\sigma_b =$ FWHM/2.35 [rad.] où FWHM est la largeur à mi-hauteur du lobe.
– la résolution donne le nombre de pixels : $N_{\mathrm{pix.}} = 4\pi/\mathrm{FWHM}^2$.
– le temps moyen d'observation d'un pixel est donné par : $t_{\mathrm{pix.}} = t_{\mathrm{obs.}}/N_{\mathrm{pix.}}$.
– la sensibilité par pixel $\sigma^U_{\mathrm{pix.}}$ permet alors de déterminer $s_U = \sigma^U_{\mathrm{pix.}}\sqrt{t_{\mathrm{pix.}}}$.

Nous donnons les valeurs des caractéristiques des détecteurs de WMAP [44] et de PLANCK [29] à 30 GHz dans le tableau ci dessous :

	WMAP	PLANCK
Nombre de détecteurs polarisés	2	4
f_{sky}	1	1
f_{cut}	0.85	0.85
Lobe(FWHM) (arcmin)	39.6	33
Sensibilité en U (μK)	40.6	7.6

Les estimations du spectre de bruit que nous avons réalisées pour le rapport signal sur bruit au paragraphe II.4 sont réalisées pour un temps de prise de données de $t_{\mathrm{obs.}} = 14$ mois.

Le rapport signal sur bruit que nous utilisons est défini de la manière suivante :

$$r^{BB}_{\mathrm{signal/bruit}} \equiv \frac{C_\ell^{BB}}{\sigma_\ell(C_\ell^{BB})} \tag{C.2}$$

Annexe D

Les Fonctions $F_{1,\ell,2}$ et $F_{2,\ell,2}$

Zaldarriaga [46] a dérivé la forme analytique des fonctions $F_{1,\ell,m}$ et $F_{2,\ell,m}$, reliant les fonctions de corrélation dans l'espace réel aux spectres de puissance dans l'espace des harmoniques sphériques. Elles s'expriment en fonction des multipôles ℓ et m et des polynômes de Legendre :

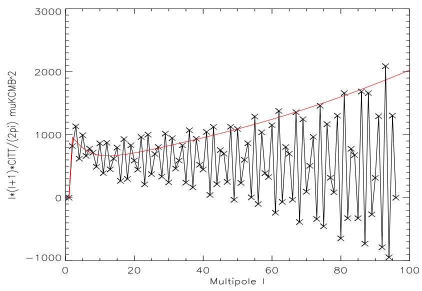
$$F_{1,\ell,m}(\theta) = 2\left[\frac{(\ell-2)!(\ell-m)!}{(\ell+2)!(\ell+m)!}\right]^{1/2}\left\{-\left[\frac{\ell-m^2}{\sin^2\theta}+\frac{1}{2}\ell(\ell-1)\right]P_\ell^m(\cos\theta)+(\ell+m)\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}P_{\ell-1}^m(\cos\theta)\right\}$$

$$F_{2,\ell,m}(\theta) = 2\left[\frac{(\ell-2)!(\ell-m)!}{(\ell+2)!(\ell+m)!}\right]^{1/2}\frac{m}{\sin^2\theta}\left[-(\ell-1)\cos\theta P_\ell^m(\cos\theta)+(\ell+m)P_{\ell-1}^m(\cos\theta)\right] \quad \text{(D.1)}$$

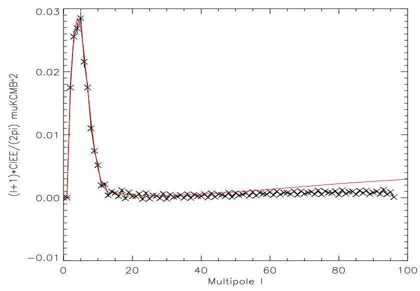
Ces fonctions sont directement dérivées de la décomposition en harmoniques sphériques spinnées (voir [30]) des paramètres de Stockes Q et U.

Annexe E

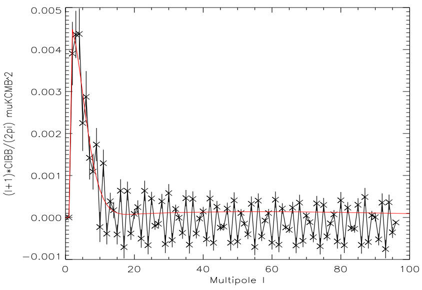
Test de la Méthode de Calcul du Spectre de Puissance sur un Modèle de CMB



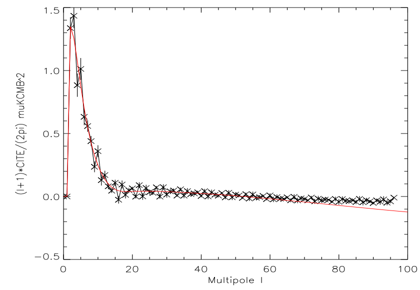
(a)



(b)



(c)

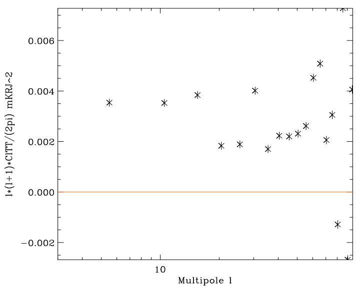


(d)

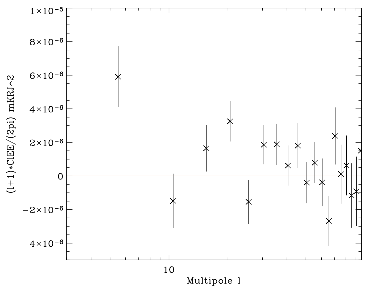
Fig. E.1 – Résultats des simulations pour un modèle de CMB ΛCDM [3] pour TT (a), EE (b), BB (c) et TE (d) en $\mu\mathrm{K}^2_{\mathrm{CMB}}$ pour 2000 simulations. Le spectre du modèle est porté en rouge et les résultats des simulations en noir. Les barres d'erreurs représentent la déviation standard sur le nombre de simulations. Des observations similaires à celles faites en III.3.2 sur les oscillations peuvent être formulées. Nous remarquons que le spectre TT est biaisé, tandis que les autres spectres comportent un léger biais pour $\ell \gtrsim 60$, mais restent en très bon accord avec le modèle à bas ℓ.

Annexe F

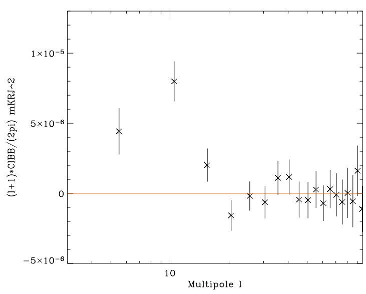
Calcul du Spectre de Puissance à partir des Cartes SFD [36] et ARCHEOPS



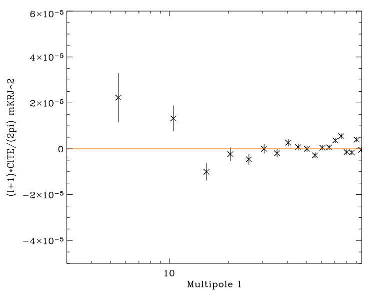
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. F.1 – Spectres de puissance de l'émission polarisée de la poussière galactique obtenu à partir des données d'ARCHEOPS à 353 GHz en Q et U et des données SFD (Schlegel *et al.* [36])en I, pour les modes TT (a), EE (b), BB (c) et TE (d) en $\mathrm{mK}_{\mathrm{RJ}}^2$. Sont portées les barres d'erreurs statistiques ainsi que celles relatives aux effets systématiques calculées pour ARCHEOPS. Le bruit en EE et BB a été soustrait du spectre. Nous observons que les spectres en EE et BB sont les mêmes que en figure III.3. Les spectres en TT et TE varient un peu par rapport à la figure III.3 mais les ordres de grandeur en TT sont satisfaisants et l'allure générale du spectre en TE est très proche de celle de la figure III.3.

Bibliographie

[1] G. Aldering *et al.*, `astro-ph/0209550` (2002)

[2] R. A. Alpher & R. C. Herman, Phys. Rev. **75**, 1089 (1949)

[3] C. L. Bennett *et al.*, Ap. J. Suppl. **148**, 97 (2003)

[4] A. Benoît *et al.*, A. & A. **399**, 19-23 (2003)

[5] E. M. Berkhuijsen *et al.*, A. & A. **318**, 700-720 (1997)

[6] F. Boulanger *et al.*, A. & A. **312**, 256 (1996)

[7] G. Chen *et al.*, Ap. J. soumis, `astro-ph/0403695` (2004)

[8] G. Chon *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **350**, 914 (2004)

[9] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll & D. T. Wilkinson, Ap. J. **142**, 419 (1965)

[10] W. L. Freedman *et al.*, Ap. J. **553**, 47 (2001)

[11] A. Friedmann, Zeit. f. Physik, 10 :377 (1922)

[12] A. Friedmann, Zeit. f. Physik, 21 :326 (1924)

[13] G. Gamow, Phys. Rev. **70**, 572 (1946)

[14] K. M. Gòrski, E. Hivon & B. D. Wandelt, `astro-ph/9812350` (1998)

[15] K. M. Górski *et al.*, `astro-ph/9905275` (1999)

[16] J. Grain, Rapport de Stage de DEA, *Étude de la Polarisation du CMB, Détermination de la Fonction de Corrélation Angulaire et Application aux Données ARCHEOPS* (2003)

[17] A. H. Guth, Phys Rev. D **23**, 347 (1981)

[18] C. Heiles, Ap. J. **119**, 923 (2000)

[19] A. M. Howard & R. M. Kulsrud, Ap. J. **483**, 648 (1997)

[20] W. Hu & N. Sugiyama, Phys. Rev. D **51**, 2599 (1995)

[21] E. P. Hubble, Proc. Nat. Acad. Sci., 15 :168 (1929)

[22] A. Kogut *et al.*, Astrophys. J. Suppl. **148**, 161 (2003)

[23] A. Kosowsky, Ann. Phys., **246**, 49-85 (1996)

[24] A. Kosowsky & A. Loeb, Ap. J. **469**, 1 (1996)

[25] G. Lagache, Astron. Astrophys. **405**, 813-820 (2003)

[26] A. Lewis, A. Challinor & A. Lasenby, Ap. J. **538**, 473-476 (2000)

[27] P. Peebles, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press (1993)

[28] A. A. Penzias & R. Wilson, Ap. J. **142**, 419 (1965)

[29] Planck, `http ://www.rssd.esa.int/index.php?project=PLANCK`

[30] N. Ponthieu, Thèse de Doctorat, *Étude de la Polarisation du Fond Diffus Cosmologique et de l'Émission Polarisée des Poussières Galactiques*, U.J.F. (2003)

[31] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling & B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C++*, Cambridge University Press, 157 (2002)

[32] S. Prunet *et al.*, A. & A. **339**, 187 (1998)

[33] H. P. Robertson, Proc. Nat. Acad. Sci., 15 :822 (1929)

[34] K. Rohlfs & T.L. Wilson, *Tools of Radio Astronomy*, Springer (2000)

[35] E. S. Scannapieco & P.G. Ferreira, Phys.Rev. D **56**, 7493-7497 (1997)

[36] D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner & M. Davis, Ap. J. **500**, 525 (1998)

[37] C. Scóccola, D. Harari & S. Mollerach, `astro-ph/0405396` (2004)

[38] A. Slosar *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **341**, L29 (2003)

[39] G. F. Smoot *et al.*, Ap. J. **396**, 1 (1992)

[40] D. N. Spergel *et al.*, Ap. J. Suppl. **148**, 175 (2003)

[41] M. Tristram, J. F. Macías-Pérez, C. Renault, D. Santos, `astro-ph/0405575` (2004)

[42] A. G. Walker, Proc. Lond. Math. Soc., 49 :90 (1935)

[43] L. M. Widrow, Rev. Mod. Phys. **74**, 775-823 (2002)

[44] Wmap, `http ://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/`

[45] M. Zaldarriaga, Phys. Rev. D **55**, 1822 (1997)

[46] M. Zaldarriaga, PhD Thesis, *Fluctuations in the Cosmic Microwave Background*, M.I.T. (1998)

[47] M. Zaldarriaga, Phys.Rev. D **64**, 3001 (2001)

[48] M. Zaldarriaga & D. D. Harari, Phys.Rev. D **52**, 3276 (1995)

[49] M. Zaldarriaga & U. Seljak, Phys. Rev. D **55**, 1830 (1997)

[50] M. Zaldarriaga & U. Seljak, Phys. Rev. D **58**, 023003, (1998)