

Thèse de Doctorat
Université Joseph Fourier – Grenoble I

Présentée par

Nicolas Ponthieu

pour obtenir le grade de Docteur en Sciences Physiques
Spécialité : Cosmologie et Physique des Particules

**Polarisation du Fond diffus cosmologique et de l'Émission des
Poussières Galactiques**

Soutenue le 15 juillet 2003 devant le jury composé de :

F. R.	Bouchet	:	Rapporteur
F.	Boulanger	:	Rapporteur
F.-X.	Désert	:	Co-Directeur de thèse
F.	Montanet	:	Examinateur
J.	Rich	:	Examinateur
D.	Santos	:	Co-Directeur de thèse
M.	Spiro	:	Examinateur

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie – Grenoble
53 av. des Martyrs, F-38026 Grenoble cedex

Remerciements

La rédaction des remerciements est un exercice délicat. D'un côté on ne veut oublier personne et faire ressortir un peu les raisons de notre gratitude pour chacun, de l'autre, on souhaite éviter d'en mettre des pages pour ne pas tomber dans l'autobiographie mélodramatique.

Comme j'attache une importance particulière au premier point, je ne suis pas certain de pouvoir éviter l'écueil... Que le lecteur désireux d'avoir seulement un aperçu des personnes auxquelles je suis redevable me pardonne, et trouve dans la version courte l'expression de mes efforts de synthèse. J'espère cependant que celle-ci incitera certains à aller chercher les détails dans la suite...

Version courte

Merci à :

- Joël Chauvin et Johann Collot, directeurs de l'ISN devenu LPSC pour m'avoir accueilli dans cet institut
- Les membres de mon jury
- Mes codirecteurs de thèse : Daniel Santos, pour sa confiance des premiers jours et son soutien au cours de ces trois années. François-Xavier Désert pour son aide précieuse à chacune des étapes de l'analyse et sa patience inégalable
- Cécile Renault, collègue, collocataire du bureau 334... amie avant tout, au soutien de chaque instant.
- Alain Benoît pour ses qualités humaines et scientifiques, toute l'équipe Archeops pour l'ensemble de nos échanges.
- Les thésards, postdocs et jeunes recrutés, pour nos repas, pots, cafés et apéros
- Ma famille et mes amis pour leur perpétuelle et si précieuse affection polymorphe.

Version longue

L'exposé présenté sur les pages suivantes est le résultat d'un travail de trois ans pendant lesquels j'ai fait mes premiers pas dans la recherche. Il ne laisse que très peu transparaître l'apport de certaines personnes, ni l'importance des circonstances dans lesquelles ce travail s'est déroulé. J'aimerais corriger cela sur ces trois premières pages, au fil d'une sorte de chronologie.

C'est tout d'abord à l'ISN, devenu ensuite LPSC, que j'ai passé le plus clair de ces trois années. Je dois donc remercier **Joël Chauvin** et **Johann Collot** ses directeurs, pour m'avoir permis d'y effectuer cette thèse. Je suis également redevable aux différents services du labo, principalement le service informatique et plus particulièrement **Christine Gondrand**, le service mission, **Chantal Mazzola** et **Cécile Martin**, et **Claudine Tur** pour la documentation.

Ce travail s'est achevé par la traditionnelle soutenance, qui me donne l'occasion de remercier l'ensemble de mon **jury** pour l'honneur de leur présence et pour avoir accepté la charge de travail que cela a pu demander, en particulier pour mes rapporteurs.

Plus directement, ce travail a débuté lors de mon stage de DEA, lorsque j'ai commencé à travailler sous la direction de **Daniel Santos**. Tu m'as immédiatement témoigné une confiance précieuse, donné des responsabilités et poussé en avant tout au long de ces trois années. Merci pour tout ça, pour ton enthousiasme pour la recherche... et aussi pour nos discussions cinématographiques le midi à la cantine.

Les premiers étalonnages et la préparation du vol ont quant à eux commencé à l’automne, orchestrés de main de maître par **Alain Benoît**, dont chacun des précieux conseils est enrobé de gentillesse, et par **Karine Madet**, qui s’est révélée être un professeur de cryogénie, de soudure et de ski particulièrement patient malgré mes difficultés certaines dans chacun de ces domaines. Les journées passées au hangar du CRTBT, puis dans la “Cathédrale” à Kiruna auront marqué le début d’une relation privilégiée avec **Cécile Renault** et **François–Xavier Désert**¹... mais n’anticipons pas... C’est à cette époque également que j’ai fait mes premiers pas dans l’enseignement et qui ont été favorisés par **Fabrice Naraghi** que je remercie pour cela, ainsi que pour nos nombreuses discussions amicales.

Ça a ensuite été le départ pour Kiruna. Je remercie ceux qui sont venus partager la vie de la base et les préparations aux vols et qui, malgré un confinement certain et les assauts répétés des patates surgelées bouillies et d’innommables ersatz de chocolat, ont su créer une ambiance chaleureuse. En particulier, en plus d’**Alain, Karine, Xavier** et **Cécile**, je pense à **Sophie Henrot–Versillé, Jean–Christophe Hamilton, Stéphane Barget, Cyrille Rosset**. Je remercie par ailleurs l’ensemble de **la collaboration Archeops** pour tous nos échanges.

De retour en France, le début de la réduction des données de vol a été marqué par un pèlerinage collectif à St Pierre de Chartreuse. C’est là qu’ont véritablement commencé la réduction des données de vol et les échanges que j’ai pu avoir avec **Cyrille**. Depuis les premières corrélations douteuses entre les bolomètres au blink de nos cartes l’automne dernier... Merci pour nos échanges, et pour les pots en conf’ ou à l’occasion des réunions.

L’analyse des données aura pris du temps et permis de poursuivre les collaborations initiées plus haut. Je pense en particulier à **Xavier**. Ton aide, ta patience inégalable ² et ta gentillesse m’ont été extrêmement précieuses sur le plan personnel, et indispensables à la réalisation de ce travail. Un grand, très grand merci...

Cécile, quant à elle, a eu tout d’abord la lourde tâche de m’avoir comme “co–bureau”. Toujours la première à m’avoir supporté et “supported”, à relire mes brouillons, à m’aider à déboguer et à répondre à mes questions, aussi stupides que nombreuses et variées. J’ose espérer que ta passion soudaine pour le yoga n’est pas (seulement) due à tout cela! Un grand merci aussi à **Aurélien Barrau** pour son amitié et son soutien permanent.

Un gracias especial para **Juan**³ **Macías–Pérez** le roi du filtrage, qui m’a beaucoup appris également, et avec beaucoup de gentillesse.

An important part of my time these last months was dedicated to working on the article on Archeops polarization results. This work greatly benefited from **Shaul Hanany**’s extensive and careful reading of the drafts.

La vie au labo est également conditionnée par ses nombreux thésards et ses “jeunes”. Merci à tous pour nos repas, nos apéros–réunions, nos cafés (que j’ai un peu délaissés ces derniers temps... mea culpa). Un merci un peu plus particulier à **Fred**⁴ **Mayet, Matthieu Tristram, Bruny Baret** et **Yannick Arnoud**. Une mention spéciale à **Grand–Seb’ Jan** pour ses soirées et ses improvisations hors concours... Les 2.5 mois de rédaction m’ont amené à passer pas mal de temps au labo avec **Gaëlle Boudoul**. Merci pour nos cafés, cocas, thés nocturnes... Merci surtout pour ton amitié, ta confiance et ton soutien cet automne...

¹ alias Xavier

² que j’ai pourtant mise à rude épreuve, encore désolé...

³ El guapo

⁴ La star

Enfin, de nombreuses personnes m'ont apporté une aide précieuse et significative en dehors du labo. En premier lieu ma famille bien-sûr. Il est impossible de résumer en quelques lignes tout ce que je dois au dévouement de **ma mère** pour ses 5 enfants, toujours sur le pont et à la barre malgré le temps qui passe et *les tempêtes*. Difficile d'évoquer la chaleur du sourire de mes soeurs **Elisa** et **Anaïs** ou le réconfort que je trouve auprès de mes frères, le "petit" **Thomas** et le "grand" **Guillaume**. Difficile également de trouver les mots justes pour exprimer ce que je dois à ma tante **Chris** qui a toujours été un très solide fil d'ariane. J'ai aussi toujours pu m'appuyer sur le soutien permanent et inconditionnel de mes grands-parents, **Léo et Jeanine**. Mon intérêt pour les sciences et l'apprentissage tous azimuts a quant à lui été largement inspiré des traits de caractère similaires de **mon père**. J'espère enfin avoir hérité d'un peu du dynamisme et de la volonté à toute épreuve de mon oncle **Frédo**.

Malgré notre éloignement géographique et mes difficultés à tenir une correspondance assidue, mes amis ont toujours été très présents. Je remercie **Fred-et-Odile** et **Laurence** pour le plaisir que j'ai à vous retrouver chaque fois qu'on y parvient. Dans notre lycée à trou-perdu-en-Luberon se trouvait un humaniste voyageur, **Laurent**, encore plus difficile à localiser que vous mais non moins présent, et un ami tout aussi cher, habillé en prof de philo, **Michel**.

Ces dernières années passées à Grenoble m'auront également permis de nouer de nouvelles amitiés. Avec **Steph'** tout d'abord, depuis les trajets campus-ISN à la collocation en passant par nos 400 000 mails de thèse... ouah! Je sais plus bien comment ça a commencé, mais qu'importe, la cité U m'aura également permis de rencontrer **Karen** un peu après, mais là encore, notre amitié a vite rattrapé le retard. Je dois par ailleurs beaucoup à l'enseignement d'**Yves**, exceptionnel éducateur et professeur de Ju-Jitsu, que j'ai pu suivre aux côtés de **Nico**, de loin mon uke-tori préféré. Toujours par ordre chronologique, je remercie **Lionel** et **Umit** ainsi que **Sylviane** pour leur grande générosité et leur soutien.

Merci enfin au projectionniste inconnu qui, en cramant une pellicule il y a une vingtaine d'années, a mis **Alexandra** sur mon chemin.

Table des matières

I	Cadre théorique	13
1	Le modèle cosmologique ΛCDM	15
1.1	Les paramètres cosmologiques	15
1.2	Évolution du facteur d'échelle	16
1.3	Evolution énergétique de l'Univers	18
1.4	L'inflation	19
1.4.1	Trois problèmes du Big Bang	19
1.4.2	Résolution par l'inflation	20
1.4.3	Le spectre des perturbations	21
1.5	Le modèle Λ CDM	21
2	Estimation des paramètres cosmologiques	23
2.1	Les Supernovæ de Type Ia	23
2.1.1	L'évolution stellaire en (très) bref	23
2.1.2	La distance de luminosité	24
2.1.3	Les SNIa comme chandelles standard	24
2.1.4	Résultats expérimentaux	26
2.2	Les structures à grandes échelles	26
2.2.1	Formation des structures, biais	26
2.2.2	Analyse statistique de catalogues	27
2.2.3	Résultats expérimentaux	28
2.3	Le cisaillement gravitationnel	29
2.3.1	L'effet de lentille faible	29
2.3.2	Observations	30
2.3.3	Résultats	30
2.4	Le CMB	31
2.4.1	Le corps noir cosmologique	31
2.4.2	Oscillations du fluide primordial	32
2.4.3	Etude statistique du CMB : le spectre des C_l	33
2.4.4	Contraintes sur les paramètres cosmologiques	34
2.4.5	La polarisation	35
2.4.6	Les anisotropies secondaires	35
2.4.7	Les avant-plans galactiques	37
2.4.8	Résultats expérimentaux	37
2.5	Discussion	39
2.5.1	Les SNIa	39
2.5.2	Les grandes structures	40
2.5.3	Le cisaillement gravitationnel	40
2.5.4	Le CMB	40
2.5.5	Autres mesures	41
2.5.6	Conclusion	42

3	La polarisation du CMB	43
3.1	Polarisation d'une onde électromagnétique	43
3.1.1	Généralités	43
3.1.2	Les paramètres de Stokes	44
3.2	La polarisation du CMB	48
3.2.1	Interaction Thomson	48
3.2.2	Génération de la polarisation par un quadrupole : approche qualitative	49
3.2.3	Génération de la polarisation par un quadrupole : approche quantitative	50
3.3	Perturbations et figures de polarisation	52
3.3.1	Perturbation scalaire	52
3.3.2	Perturbation vectorielle	54
3.3.3	Perturbation tensorielle	55
3.4	Les champs de polarisation E et B	55
3.4.1	Problématique	56
3.4.2	Construction de E et B	57
3.4.3	Spectres de puissance de la polarisation	61
4	Émission thermique polarisée de la poussière galactique	69
4.1	Polarisation de l'émission de la poussière galactique	70
4.2	Alignement des grains de poussière avec le champ magnétique	71
4.3	Polarisation de l'émission thermique	71
4.3.1	Ordre de grandeur	72
4.3.2	Spectres de puissance de polarisation de la poussière	73
II	Cadre expérimental	75
5	Archeops	77
5.1	Contraintes expérimentales liées à la mesure du CMB	77
5.1.1	La stratégie de pointage	78
5.1.2	Le télescope	79
5.1.3	Le senseur stellaire	80
5.1.4	La nacelle	80
5.2	Le plan focal	81
5.2.1	Le bruit de photons	81
5.2.2	Fonctionnement d'un bolomètre	82
5.2.3	Bruits de mesure	83
5.2.4	Le cryostat	85
5.2.5	L'optique froide	85
5.2.6	Performances théoriques	85
6	Étalonnage au sol	89
6.1	Définition des polariseurs d'étalonnage	89
6.2	Étalonnage au sol	92
6.2.1	Principe de la mesure	92
6.2.2	Mesure expérimentale	94
6.2.3	Effets systématiques induits	95
6.2.4	Projection des angles des polariseurs	98

7	Traitement des données	101
7.1	Réduction des données	101
7.1.1	Traitement standard des données	101
7.1.2	Filtrage propre aux données polarisées	103
7.2	Étalonnage	114
7.2.1	L'intercalibration	115
7.2.2	Étalonnage absolu	121
7.3	Détermination des paramètres de Stokes	123
7.3.1	Combinaison des TOI	123
7.3.2	Combinaison des différences de TOI	126
7.4	Résultats observationnels	126
7.4.1	Cartes de I , Q et U	127
7.4.2	Polarisation de quelques nuages Galactiques denses	131
7.4.3	Émission diffuse à grande échelle	131
7.4.4	Effets systématiques – Discussion	132
7.4.5	Interprétation des résultats	141
8	PLANCK	143
8.1	Présentation	143
8.2	Mesure de la polarisation du CMB par PLANCK	146
8.3	Détection des modes tensoriels?	150
8.4	Vers de nouveaux instruments?	153
III	Annexes	157
A	Compléments sur les paramètres cosmologiques	159
A.1	Équations de Friedmann	159
A.2	Évolution du facteur d'échelle	160
A.3	La distance de luminosité	161
A.4	Les lentilles gravitationnelles	162
B	Le Champ Scalaire Inflationnaire	165
B.1	Analyse de Fourier	165
B.2	L'inflation, le <i>Slow Roll</i>	166
B.3	Spectre de puissance des perturbations	168
C	Harmoniques sphériques spinnées	171
C.1	Harmoniques sphériques	171
C.2	Les matrices $D_{m'm}^l$	171
C.3	Relations entre les moments cinétiques et les matrices $D_{m'm}^l$	172
C.4	Harmoniques sphériques spinnées	172
D	Spectres de puissance du CMB	175
D.1	Spectres théoriques	175
D.2	Estimateurs des spectres de puissance	176
D.2.1	Spectres C_l^T, C_l^E, C_l^B	176
D.2.2	Spectres de puissance croisés TE, TB, EB	177
D.2.3	Couverture incomplète du ciel	179
D.2.4	Moyennage des C_l par bandes de largeur Δl	181

E Paramètres de Stokes de la Diffusion Thomson	183
E.1 Calcul de I	183
E.2 Calcul de Q et U	184
F Intercalibration sur les profils galactiques	187
G Relations usuelles sur les paramètres de Stokes	189
G.1 Cas idéal	189
G.2 Cas où un détecteur est hors-service	190

Introduction

Nous vivons actuellement une période charnière du développement de la physique : les observations expérimentales et les développements théoriques en physique des particules et en cosmologie, permettent à ces deux domaines de se contraindre mutuellement.

La construction de la physique des particules semble s'être faite dans une forme de continuité, en seulement quelques dizaines d'années, depuis la fin du XIX^{ème} siècle avec la découverte de l'électron par Thomson en 1897, jusqu'à l'établissement du "modèle standard" de Weinberg [147], Salam [122] et Glashow [36] à la fin des années 1960

La cosmologie a suivi une voie quelque peu différente. Sujet de recherche davantage philosophique que scientifique pendant des siècles, elle est peu à peu devenue une science avec, en particulier, le renversement de point de vue amené par Copernic, Galilée, Kepler et Newton, qui ouvrent la voie à une description physique, et non plus métaphysique, de l'Univers. Un peu moins de deux cents ans plus tard, Einstein introduit le concept d'Espace-temps, qui révolutionne une nouvelle fois la conception de l'Univers.

C'est alors que survient un fait expérimental déterminant : en 1929, Hubble observe que les Galaxies s'éloignent les unes des autres, à une vitesse proportionnelle à leur distance [59]. Les travaux antérieurs de Friedmann et Lemaître sur des solutions non statiques des équations de la Relativité Générale trouvent une assise observationnelle. Lemaître proposait déjà en 1920 que celui-ci se trouvait initialement dans l'état d'un "atome primordial"... Doit-on y voir un premier pas vers une unification de la cosmologie et de la physique des particules ? Je le pense.

Le lien entre ces deux domaines de la physique devient évident lorsqu'en 1948, Gamow, Alpher et Herman s'appuient sur leur maîtrise de la physique nucléaire pour proposer un modèle de formation des noyaux légers dans le cadre d'un univers initialement dense, puis en expansion suivant les principes de Lemaître et Friedmann. L'idée est audacieuse, et ses détracteurs ont vite fait de lui attribuer un surnom : le *Big Bang*. Plus qu'un concept, les travaux de Gamow offrent la possibilité de tester quantitativement ses prédictions par l'expérience. Parmi celles-ci, l'Univers devrait garder une trace de son passé dense et chaud sous forme d'un rayonnement de corps noir, dont la température serait aujourd'hui d'environ 5 K...

En 1964 et 1965, Penzias et Wilson conduisent des travaux de recherche sur la communication par satellite et sont confrontés à un rayonnement parasite de température d'antenne de 3.5 K, *isotrope et non polarisé*. Au bout d'un an de recherche d'effets systématiques et de discussions avec le groupe de Dicke, la conclusion est que ce signal est le *rayonnement fossile* prédit par Gamow [105, 24]. L'existence de ce fond diffus cosmologique micro-onde, le CMB (*Cosmic Microwave Background*), est donc à la fois une confirmation éclatante du modèle du Big Bang et un pont entre la physique des hautes énergies et la cosmologie.

La connexion entre ces deux domaines de la physique n'a depuis lors cessé de se consolider. Par exemple, il est établi que l'Univers contient de la matière d'une nature qui nous est encore inconnue, appelée en conséquence "matière noire" (non baryonique), bien plus abondante que celle que nous connaissons à l'heure actuelle. Or, une solution proposée aux insuffisances du modèle standard de la physique des particules, la Supersymétrie, qui associe à chaque boson un fermion et réciproquement, double le spectre de particules élémentaires et prédit naturellement (sous certaines hypothèses) l'existence d'une particule stable, interagissant faiblement avec la matière et dont la densité dans l'Univers aujourd'hui serait du même ordre de grandeur que celle de la matière noire. La recherche de cette particule est un domaine de recherche particulièrement actif aujourd'hui, qui se trouve à l'intersection de la physique des hautes

énergies et de la cosmologie.

Dans cette dynamique, l'étude du CMB tient une place privilégiée. D'une part, elle permet de déterminer les paramètres du modèle cosmologique du Big Bang avec une précision encore inégalée ; d'autre part elle ouvre la voie vers l'étude de l'Univers lorsque celui-ci n'avait que quelques fractions de secondes d'existence, et une densité énergétique des dizaines d'ordres de grandeur supérieure à ce que sondent les accélérateurs de particules. Ironie du sort, tout ceci provient de ce que *n'ont pas détecté* Penzias et Wilson avec la sensibilité de leur antenne : l'*anisotropie* et la *polarisation* du CMB. La première est si faible qu'il a fallu attendre le satellite COBE en 1992 [129] pour donner une première preuve de la présence de fluctuations dans le CMB, d'amplitude de l'ordre de 10^{-5} par rapport à la moyenne, et une carte de celles-ci à la résolution de 7° . Depuis, l'étude du CMB est un domaine en effervescence, plusieurs expériences au sol et en ballon stratosphérique étudient ces anisotropies à des échelles angulaires de l'ordre du degré ou moins. Archeops est l'une de ces "expériences ballons", mais son originalité réside dans la gamme d'échelles angulaires qu'elle étudie : elle a apporté en octobre 2002 la première détermination de la puissance des anisotropies sur une gamme d'échelles angulaires allant des grandes échelles mesurées par COBE à moins du degré, avant le satellite WMAP [5], qui en février 2003 fournit une mesure dominée par la variance cosmique de $l = 2$ à la montée du second pic acoustique.

La mesure de la polarisation n'est pas aussi avancée. Une seule détection directe a été publiée à l'heure actuelle par l'interféromètre DASI en 2002 [74], après quelques 200 jours d'observation depuis le pôle Sud. Ceci est dû au fait que la polarisation du CMB est encore un à deux ordres de grandeur plus faible que les anisotropies de son intensité. Sa mesure, ou même sa détection sont encore à l'heure actuelle un défi pour les expérimentateurs. A cette difficulté s'ajoute par ailleurs la présence de sources de rayonnement aux mêmes longueurs d'ondes beaucoup plus intenses. L'une d'elles est la poussière du milieu inter-stellaire, particulièrement présente aux fréquences supérieures à la centaine de GHz. Cette thèse, que j'ai effectuée au sein des collaborations Archeops et PLANCK s'inscrit dans le cadre de cette double problématique, et tente d'apporter des éléments de réponse à ces deux questions :

- Pourquoi faut-il relever le défi et mesurer la polarisation du CMB ?
- Quelles sont les propriétés de l'émission de la poussière galactique qui peuvent gêner cette mesure ?

L'exposé est organisé de la façon suivante :

1. Première partie

Cette partie présente le cadre théorique dans lequel s'inscrit cette thèse.

- Le premier chapitre présente succinctement le cadre théorique du modèle du Big-Bang et l'Inflation. Il définit les paramètres cosmologiques et introduit le modèle "ΛCDM" qui semble aujourd'hui favorisé par les observations.
- Afin de situer le CMB et sa polarisation dans le cadre de la cosmologie observationnelle, je présente les autres méthodes actuellement les plus performantes pour la détermination des paramètres cosmologiques, afin de montrer comment elles se comparent les unes aux autres et se complètent. Ces méthodes sont également en plein essor : les résultats de deux d'entre elles par exemple n'existaient pas quand j'ai commencé cette thèse en 2000.
- Dans un troisième chapitre, je décris la polarisation du CMB, comment elle est produite lors de la recombinaison, quelles sont ses propriétés principales. Je présente également les observables E et B nécessaires à son étude en montrant comment ceux-ci sont construits à partir des paramètres de Stokes utilisés communément pour décrire un rayonnement polarisé, dans l'espace réel et dans l'espace des harmoniques sphériques de spin 2. Je

présente enfin la dépendance de la polarisation en fonction du type de perturbations de l’Univers primordial et montre comment elle permet à la fois d’améliorer la précision des mesures sur les paramètres cosmologiques, et comment elle élargit le champ d’application de l’étude du CMB aux contraintes des modèles d’inflation.

- Comme mentionné plus haut, l’émission de la poussière galactique constitue *a priori* un avant-plan important à la mesure du CMB qu’il est impératif de bien connaître si l’on veut exploiter toute la richesse du CMB. Je donne dans ce chapitre un aperçu des propriétés des grains et des arguments en faveur d’une émission polarisée de la poussière. C’est ce point qui est à l’origine de la mise en place de détecteurs polarisés dans le plan focal d’Archeops qui ont fourni les données que j’ai analysées au cours de cette thèse.

2. Seconde partie

La seconde partie décrit le cadre expérimental de mon travail.

- Au chapitre 5, je présente les principales caractéristiques d’Archeops, en commençant par retracer brièvement les principales motivations de la configuration instrumentale choisie.
- Une partie de l’étalonnage du détecteur qui concerne directement la mesure de la polarisation a été le contrôle de la mise en place et des performances des polariseurs. Je décris dans le chapitre 6 les mesures que j’ai effectuées pour réaliser cette étude.
- Le traitement des données des canaux polarisés obtenues lors du vol du 7 février 2002 fait l’objet du chapitre 7. Je décris le filtrage appliqué aux données. En particulier, je présente une méthode originale qui s’appuie sur une décomposition en ondelettes du signal et qui permet de minimiser le strillage et les “rebonds” galactiques. J’expose également la méthode que j’ai implémentée pour construire des cartes de polarisation. Je présente enfin les résultats obtenus et montre que la Galaxie émet un rayonnement significativement polarisé à hauteur de 3–5% dans le milieu diffus, et jusqu’à $\sim 10\%$ pour certains nuages denses.
- Enfin, le chapitre 8 est consacré à la présentation des performances attendues pour le satellite PLANCK en ce qui concerne la mesure de la polarisation du CMB.

3. Annexes

Afin d’alléger le corps du texte, je me suis efforcé d’exposer mon travail en réduisant au minimum les détails techniques non indispensables aux démonstrations. J’ai reporté ceux-ci dans ces annexes. On y trouvera en particulier la présentation des harmoniques sphériques spinnées et le calcul des spectres de puissance du CMB, en température et polarisation. Ces annexes ne présentent rien de nouveau par rapport à ce qui existe déjà dans la littérature. Leur seul objectif est de compléter l’exposé... et d’épargner au lecteur intéressé le travail de bibliographie et de synthèse qu’elles ont demandé.

Première partie
Cadre théorique

Chapitre 1

Le modèle cosmologique Λ CDM

Le modèle du Big Bang s'appuie sur les trois points majeurs suivants :

- l'expansion de l'Univers observée par Hubble en 1929,
- la nucléosynthèse primordiale développée au cours des années 50,
- le fond de rayonnement cosmologique à 3 K, découvert par Penzias & Wilson en 1965 .

Ce modèle est caractérisé par un ensemble de paramètres dont la mesure est l'un des principaux champs de recherche en cosmologie. Au travers des différentes observations, un nouveau modèle, le Λ CDM, s'impose depuis environ cinq ans. L'objet de ce premier chapitre est de présenter brièvement les *paramètres cosmologiques* qui caractérisent le modèle. Outre la valeur particulière de ces paramètres, le modèle Λ CDM inclut une phase d'expansion accélérée dans l'Univers primordial, l'*inflation*, dont les caractéristiques principales sont également rappelées.

1.1 Les paramètres cosmologiques

La dynamique de l'Univers à grande échelle est régie par la gravitation, décrite par la théorie de la Relativité Générale d'Einstein, qui lie le contenu énergétique de l'Univers (assimilé à un fluide de pression p et de densité ρ) à la géométrie de l'espace temps. Son formalisme nécessite donc le choix d'une métrique. L'isotropie et l'homogénéité de l'Univers conduit au choix de la métrique de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (1.1)$$

où r est désigne une coordonnée de distance sans dimension, et $a(t)$ un facteur d'échelle. k est l'indice de courbure qui, lorsqu'il est non nul, peut être fixé à ± 1 en ajustant la normalisation de r . On dit alors que l'Univers est spatialement *plat*, *ouvert* ou *fermé* suivant que $k = 0, -1, +1$ respectivement. Le facteur d'échelle rend compte de l'expansion de l'Univers observée par Hubble. Son évolution est donnée par les équations de Friedmann¹ :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad (1.2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.3)$$

où $H = 100h = \dot{a}/a$ km.sec⁻¹.Mpc⁻¹ est le paramètre de Hubble². On définit également le *rayon de Hubble* $R_H = c/H^{-1}$ qui est une longueur caractéristique de l'Univers. Il définit le

¹Quelques détails supplémentaires sont fournis en annexe A.1.

²Pour $h = 1$, on a $H \simeq 3 \cdot 10^{-18}$ sec⁻¹.

rayon d'une sphère à l'intérieur de laquelle les lois de la physique sont causales. Les équations (1.2, 1.3) font intervenir le paramètre Λ : la *constante cosmologique*. L'équation (1.2) montre que le terme $(\rho + 3p)$, relatif au contenu énergétique de l'Univers, joue un rôle attractif et tend à freiner l'expansion, tandis qu'une constante cosmologique $\Lambda > 0$, tend à l'accélérer. Remarquons également que si l'on multiplie la première équation de Friedmann (1.2) par a^2 , qu'on la dérive et qu'on tient compte de la seconde (1.3), on obtient l'équation de conservation de l'énergie :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (1.4)$$

Supposons à présent $\Lambda = 0$. On voit alors que dans un univers plat, ρ prend la valeur particulière :

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (1.5)$$

qu'on nomme *densité critique*, en ce sens, que l'Univers est plat, ouvert ou fermé suivant que ρ est égal, inférieur ou supérieur à cette valeur, toujours si $\Lambda = 0$. On définit alors le *paramètre cosmologique* Ω_i relatif au constituant i (matière baryonique, non baryonique, sombre, rayonnement...), comme le rapport de sa densité à la densité critique :

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c} \quad (1.6)$$

Afin de généraliser cette définition, on définit également les "densités" de courbure et de constante cosmologique

$$\Omega_k = -k/a^2 H^2 \quad (1.7)$$

$$\Omega_\Lambda = \Lambda/3H^2 \quad (1.8)$$

En distinguant parmi les éléments qui contribuent à ρ , la matière (Ω_m) et le rayonnement (Ω_r), on réécrit alors la première équation de Friedmann (1.2) :

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_k \quad (1.9)$$

Il est commun de définir $\Omega_0 = 1 - \Omega_k = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$. Les contributions du rayonnement des photons CMB et des neutrinos sont négligeables aujourd'hui en pratique [140], ainsi :

$$\Omega_0 \simeq \Omega_m + \Omega_\Lambda \quad (1.10)$$

On remarque la valeur particulière $\Omega_0 = 1$ qui implique que la courbure est nulle. Comme nous le verrons par la suite, cette valeur est prédite précisément par l'inflation.

1.2 Évolution du facteur d'échelle

Les relations précédentes montrent que l'expansion de l'Univers, caractérisée par l'évolution du facteur d'échelle a dans le temps, dépend des paramètres cosmologiques. La figure 1.1 montre plusieurs exemples de cette évolution pour différentes valeurs de $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$. *On remarque que le caractère plat, ouvert ou fermé n'est pas lié à l'expansion ou la contraction de l'Univers dans le cas général :*

- le premier graphique montre le cas d'un univers pour lequel $\Lambda = 0$, et selon que Ω_m est plus petit ou plus grand que 1, l'univers est ouvert ou fermé, et s'étend indéfiniment ou s'effondre.

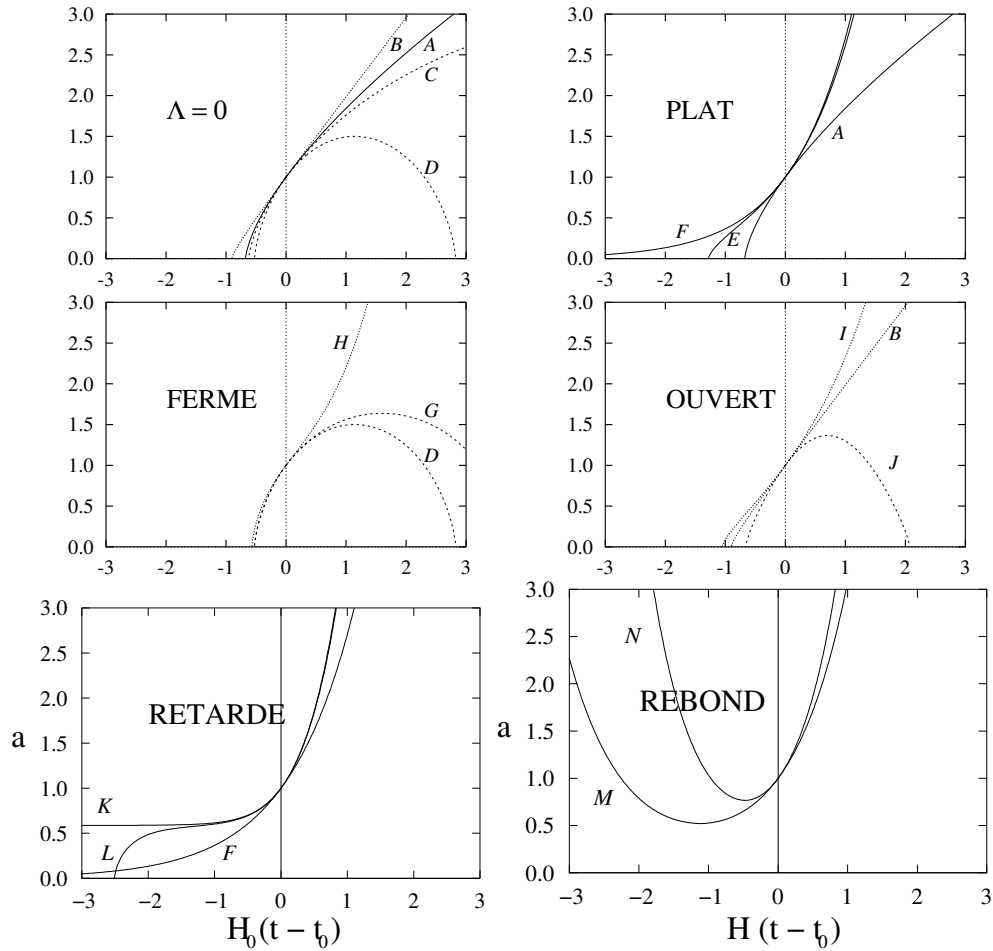


FIG. 1.1 – Evolution du paramètre d'échelle en fonction du temps pour différentes valeurs des paramètres cosmologiques. Du point de vue purement phénoménologique, sans contrainte observationnelle, Λ peut être positive ou négative, et Ω_0 ne doit pas nécessairement être proche de 1. L'axe horizontal correspond à $H_0(t - t_0)$. L'axe vertical correspond à $y = a/a_0$. Les valeurs de $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ sont : A = (1,0), B=(0.1, 0), C=(1.5,0), D=(3,0), E=(0.1, 0.9), F=(0,1), G=(3,0.1), H=(3,1), I=(0.1, 0.5), J=(0.5, -1), K=(1.1, 2.707), L=(1, 2.59), M=(0.1, 1.5), N=(0.1, 2.5). Figure tirée de [100].

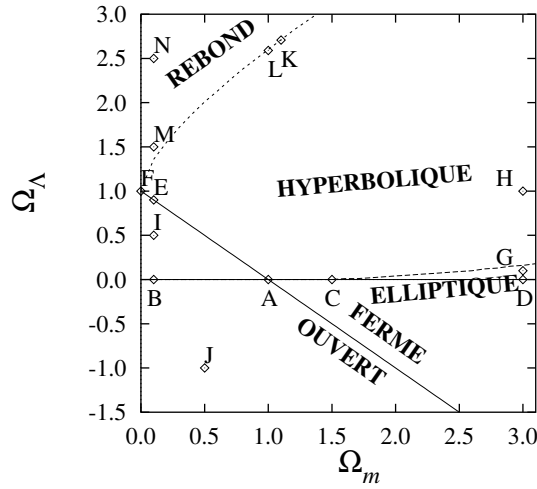


FIG. 1.2 – Contours de classification d’un Univers du point de vue de l’évolution de son facteur d’échelle dans le plan $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$.

- Le second montre le cas d’un univers plat $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$, et l’on constate que plus Ω_Λ est grand, plus l’univers a passé de temps à être de petite taille.
- Un univers fermé mais à grande constante cosmologique peut se dilater indéfiniment (courbe H)
- Un univers ouvert à constante cosmologique négative peut s’effondrer. (courbe J).
- On peut également avoir deux autres comportements : l’Univers “s’attarde”³ à une taille fixe pendant un certain temps avant de s’étendre ; l’Univers avait dans le passé un facteur d’échelle très grand (voire infini), puis se contracte avant de “rebondir” pour s’étendre à l’heure actuelle.

Afin de reclasser ces comportements, on définit alors :

- Un univers *plat*, *ouvert* ou *fermé* selon que $k = 0$, $k = -1$, $k = +1$
- Un univers *hyperbolique* ou *elliptique* selon qu’il s’étend indéfiniment ou collapse

Tout ceci est résumé sur la figure 1.2.

1.3 Evolution énergétique de l’Univers

Le Big Bang suppose que près de la singularité, l’Univers est extrêmement dense et énergétique et que les interactions fondamentales y sont unifiées. L’expansion de l’Univers diminue la densité énergétique et entraîne les brisures successives des symétries entre ces interactions.

Citons pour mémoire les principales étapes de ce processus jusqu’à la formation des électrons, photons, protons et noyaux légers qui emplissent l’Univers quand le CMB se forme, vers⁴ 0.3 eV.

- 10^{19} GeV : Temps de Planck (10^{-43} sec)
- 10^{16} GeV : Brisure de la grande unification (GUT) entre les interactions forte et électrofaible.
- 100 GeV : Brisure de la symétrie électro-faible
- 1 GeV : Brisure de la symétrie baryons–antibaryons
- 100 MeV : Confinement des quarks en hadrons
- 1 MeV : Découplage des neutrinos primordiaux, qui constituent un rayonnement fossile à 1.96K.

³“Loitering universe” en Anglais.

⁴Ce n’est que vers une température $E \sim 0.01$ eV que se forment les premières structures. Aujourd’hui le rayonnement dans l’Univers est à la température de $2 \cdot 10^{-4}$ eV, soit 3K.

- 0.5 MeV : Annihilation électrons-positrons en photons
- 0.1 MeV : Nucléosynthèse primordiale (He, Li, Be)
- 6 eV : Egalité matière-rayonnement ($\rho_m = \rho_r$)
- 0.3 eV : *Découplage matière-rayonnement et recombinaison : l'Univers devient transparent au CMB.*

Jusqu'au découplage matière-rayonnement, le contenu de l'Univers est dominé par le rayonnement ($p = \rho/3$) et $a(t) \sim t^{1/2}$. Ensuite, il est dominé par la matière ($p \simeq 0$) et $a(t) \sim t^{2/3}$. Le découplage correspond à la dernière interaction des photons CMB avec la matière (cf. 2.2) et on se réfère communément à cette période comme la *surface de dernière diffusion* (*Last Scattering Surface*, LSS).

1.4 L'inflation

Cette hypothèse a été initiée par Starobinski [131] en 1979, Guth [42] en 1981 et Linde [82] en 1982 pour résoudre plusieurs problèmes du Big Bang "standard" à cette époque. Nous en mentionnons ici seulement trois auxquels nous ferons référence dans la suite de ce travail.

1.4.1 Trois problèmes du Big Bang

1. Le problème de l'horizon

Puisque les informations ne peuvent s'échanger qu'à la vitesse maximale c , et que le Big Bang impose un âge fini à l'Univers, tout observateur à un instant t , n'a pu être en contact causal qu'avec d'autres observateurs situés à des distances finies. On appelle *horizon* de l'observateur la plus grande de ces distances. Soit donc un observateur \mathcal{O} qui émet un photon au temps de Planck t_P . A l'instant t , la distance $R(t)$ entre \mathcal{O} et le photon est $\int_0^{r(t)} dr/\sqrt{1-kr^2}$. En prenant la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (A.1), la condition $ds^2 = 0$ conduit alors à :

$$R(t) = \int_{t_P}^t \frac{dt}{a(t)}. \quad (1.11)$$

Dans le cas de l'Univers primordial, dominé par le rayonnement, l'équation d'état est $p = \rho/3$. D'après (1.4), ceci conduit à $\rho \propto a^{-4}$. Le terme de courbure dans (1.2) varie en a^{-2} , donc la contribution de la matière domine celle de la courbure. Par ailleurs, la constante cosmologique ne pouvait pas dominer, sinon l'Univers aurait été en expansion accélérée dès cette époque, ce qui est incompatible avec l'observation des grandes structures à l'heure actuelle. L'intégration de (1.2) conduit donc à $a \sim t^{1/2}$, et l'intégrale qui définit $R(t)$ converge, même en approchant t_P par 0. Si on estime alors cette distance au moment de la recombinaison, on trouve qu'elle correspond à une séparation angulaire sur le ciel d'environ 1° . Or, dès 1992, COBE [129] a montré que la température du CMB était isotrope à 10^{-5} près sur tout le ciel. Comment des régions séparées de plusieurs degrés dans le ciel à cette époque, qui n'ont donc jamais été en contact causal, peuvent-elles avoir une température aussi proche l'une de l'autre ?

2. Le problème de la platitude

On peut écrire la relation entre la densité totale et la courbure (1.7) sous la forme :

$$|\Omega_0 - 1| = |\Omega_k| = \left| \frac{k}{a(t)^2 H(t)^2} \right| = k\dot{a}(t)^{-2} \quad (1.12)$$

Dans le modèle du Big Bang, après la singularité, le facteur d'échelle est une fonction croissante du temps, que ce soit pendant la domination du rayonnement ou celle de la matière. Il en résulte qu'un univers quasiment plat est instable. On peut montrer que pour observer aujourd'hui Ω_0 proche de 1 à un ordre de grandeur près, il faudrait qu'au temps de Planck $|\Omega_0 - 1| \leq 10^{-59}$, et un ajustement aussi fin des conditions initiales ne paraît pas naturel.

3. Le problème des perturbations

La formation des galaxies, amas et autres structures résulte de l'effondrement gravitationnel de la matière. Pour initier ce processus, il faut des surdensités par rapport à l'homogénéité de l'Univers. Si l'on considère ces perturbations dans l'espace de Fourier, on associe à chaque mode une longueur d'onde $\lambda(t)$ qui croît avec l'expansion comme $a(t)$, c'est-à-dire en $t^{1/2}$ ou $t^{2/3}$ suivant que l'Univers est dominé par le rayonnement ou la matière. Cependant, le rayon de Hubble R_H lui croît comme t , donc plus vite que $\lambda(t)$. Des perturbations nées à l'intérieur du rayon de Hubble n'auraient pas eu le temps de croître suffisamment pour donner naissance aux structures observées actuellement. Ces perturbations devaient donc être en dehors de R_H , et leur formation fait appel aux défauts topologiques. Cependant, les mesures récentes des pics acoustiques du CMB les excluent comme source principale des perturbations.

1.4.2 Résolution par l'inflation

1. L'horizon

Dans le cas général d'un fluide à pression positive, (1.4) montre que ρ croît au moins aussi vite que $a(t)^{-3}$ quand a tend vers 0. C'est ce qui assure la convergence de l'intégrale (1.11), rend $R(t)$ finie, et qui est source du problème de l'horizon. Supposons alors que l'Univers ait connu une période durant laquelle

$$p < -\rho/3 \quad (1.13)$$

Dans ce cas là, (1.4) impose que ρ croît moins vite que $a(t)^2$ et l'intégrale diverge : la distance causale entre deux particules n'est plus bornée, le problème de l'horizon est résolu. La condition (1.13) prise en compte dans la seconde équation de Friedmann (1.3) entraîne $\ddot{a} > 0$, ce qui signifie que l'expansion est accélérée. C'est ainsi qu'on définit *une phase d'inflation* (dans le cas général) : *une période durant laquelle l'expansion est accélérée* ($\ddot{a} > 0$). Lorsqu'on parle de "l'inflation", on se réfère à une phase de l'Univers *primordial* qui aurait satisfait à cette condition. Il faut cependant noter que si la constante cosmologique est effectivement non nulle à l'heure actuelle, comme certaines observations l'indiquent (cf. Sect. 2), alors nous vivons en ce moment même une autre phase d'inflation.

2. La platitude

La relation $|\Omega_0 - 1| = \dot{a}(t)^{-2}$ tient toujours. Cette fois-ci, si $\ddot{a} > 0$, $|\Omega_0(t) - 1|$ devient naturellement décroissante. *La platitude est donc une prédiction de l'inflation.*

3. Les perturbations

La longueur d'onde des perturbations croît comme a , le rayon de Hubble vaut a/\dot{a} , donc :

$$\lambda/R_H \sim \dot{a} . \quad (1.14)$$

Donc, si $\ddot{a} > 0$, \dot{a} augmente et les longueurs d'ondes des perturbations peuvent devenir plus grandes que le rayon de Hubble et sortir de l'horizon pendant la phase d'inflation,

avant d’y pénétrer de nouveau pour initier l’effondrement des structures.

1.4.3 Le spectre des perturbations

En plus de justifier la présence de perturbations en dehors de l’horizon, l’inflation propose un mécanisme qui les génère. En effet, la condition d’inflation $\rho + 3p < 0$ est satisfaite lorsque la densité d’énergie est dominée par celle d’un champ scalaire⁵. Ce champ est sujet à des fluctuations quantiques qui deviennent macroscopiques lorsqu’elles subissent l’expansion de l’inflation.

Il est d’usage de caractériser ces perturbations par leur spectre de puissance dans l’espace de Fourier $P(k)$. On distingue le spectre de perturbations scalaires $P_S(k)$ du spectre de perturbations tensorielles $P_T(k)$, et ils sont caractérisés par leurs indices spectraux respectifs n_S et n_T :

$$P_S(k) \sim k^{n_S-1} \quad P_T(k) \sim k^{n_T}$$

L’inflation prédit en particulier une valeur de n_S légèrement inférieure à 1, ce qui rend le spectre des perturbations scalaires quasi *invariant d’échelle*⁵, en excellent accord avec les observations du CMB, comme nous le verrons au paragraphe suivant. La valeur particulière $n_S = 1$ caractérise un spectre de Harrison–Zel’dovitch. La mesure de n_T reste à faire. L’inflation prédit par ailleurs une relation particulière entre les indices spectraux n_S et n_T , et le rapport des quadrupoles des spectres de puissance des anisotropies de température du CMB :

$$n_T = -\frac{1}{7} \frac{C_2^{T,tens}}{C_2^{T,scal}} \quad (1.15)$$

C’est là un des principaux intérêts de la polarisation du CMB : elle est sensible au fond d’ondes gravitationnelles (les perturbations tensorielles) générées pendant l’inflation. La mesure du spectre du mode B (cf. Sect. 3.4.3) permettrait donc de déterminer n_T et de tester cette *prédiction* de l’inflation. Si cette relation était vérifiée expérimentalement, cela constituerait une véritable signature des modèles inflationnaires.

1.5 Le modèle Λ CDM

Le modèle cosmologique qui à l’heure actuelle rend le mieux compte des mesures expérimentales est décrit par les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= 1.02 \pm 0.02 & \Omega_\Lambda &= 0.73 \pm 0.04 & \Omega_m &= 0.27 \pm 0.04 \\ \Omega_b &= 0.044 \pm 0.004 & n_s &= 0.93 \pm 0.03 & h &= 0.71_{-0.03}^{+0.04} \end{aligned}$$

La détermination de ces paramètres provient des résultats d’observations de différentes natures. Les valeurs citées ci-dessus sont les plus précises à ce jour et sont dues principalement aux résultats de WMAP [130].

On voit que suivant ce modèle, l’Univers est *plat, dominé par la constante cosmologique* et une composante de matière non déterminée, *la matière noire non baryonique*. Le nom Λ CDM provient de l’anglais *Λ dominated Cold Dark Matter Universe*. La domination de la constante cosmologique implique donc que nous serions dans une phase d’expansion accélérée, c’est-à-dire une *seconde inflation*.

Ce modèle soulève immédiatement plusieurs questions. Son bilan énergétique montre que la quantité de matière noire est environ cinq fois plus abondante que la matière baryonique. La nature de cette matière n’est toujours pas établie. Dans le cadre d’une extension supersymétrique

⁵Quelques détails supplémentaires sont proposés en annexe B

du modèle standard de la physique des particules avec conservation de la “R-parité”, le Neutralino χ est une particule stable, interagissant faiblement, de densité relique $\Omega_\chi \sim \mathcal{O}(1)$. C’est donc un candidat à la matière sombre non-baryonique, activement recherché.

Plus étonnant encore, 73% de l’Univers sont constitués d’une forme d’énergie de nature encore inconnue, caractérisée par la constante cosmologique. Cette domination n’est par ailleurs que “récente” : l’évolution de Ω_m étant en a^{-3} , dès $z \simeq 2$, celle-ci était un ordre de grandeur supérieure et dominait donc Ω_Λ . Cette domination de la densité d’énergie de l’Univers par Λ ne va faire que s’accroître (d’autant plus qu’ $\ddot{a} > 0$), si bien qu’observer aujourd’hui Ω_m et Ω_Λ du même ordre de grandeur nous place à un moment particulier de l’histoire de l’Univers...

Si surprenant qu’il puisse être, ce modèle rend pourtant compte remarquablement de plusieurs jeux de données indépendants dont la présentation fait l’objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Estimation des paramètres cosmologiques

Ce chapitre présente quatre méthodes actuellement parmi les plus modernes et les plus performantes pour la détermination expérimentale des paramètres cosmologiques. L'étude des courbes de lumière des supernovæ de type Ia fait l'objet de la section 2.1, l'étude des grandes structures est présentée en 2.2, et le cisaillement gravitationnel est décrit en 2.3. Le rayonnement fossile étant plus directement relié au sujet de cette thèse, sa présentation un peu plus détaillée (Sect. 2.4).

Comme nous allons le voir, les résultats expérimentaux de chacune de ces méthodes convergent vers le modèle Λ CDM. C'est un résultat spectaculaire, mais que nous serons amenés à discuter en conclusion de cette introduction (Sect. 2.5).

2.1 Les Supernovæ de Type Ia

2.1.1 L'évolution stellaire en (très) bref

Une étoile naît de la contraction d'un nuage de gaz, puis convertit son hydrogène en hélium. L'étoile est alors dans la *séquence principale* en référence au diagramme de Hertzsprung–Russell qui classe les étoiles en fonction de leur température de surface et de leur luminosité¹. L'évolution de l'étoile est directement liée à sa masse : plus elle est massive, plus elle consomme son hydrogène rapidement². L'échelle caractéristique est la masse solaire, notée M_{\odot} , qui vaut environ $2 \cdot 10^{30}$ kg. Pour résumer brièvement :

- $M < 0.085M_{\odot}$ Il n'y a pas de combustion nucléaire stable, c'est une *naine brune*.
- $0.085M_{\odot} < M < 0.85M_{\odot}$ *naine légère* L'étoile brille par la combustion de son hydrogène et suit la séquence principale toute sa vie.
- $0.85M_{\odot} < M < 8M_{\odot}$ L'étoile quitte la séquence principale, devient une géante rouge puis finit en *naine blanche* ou en *étoile à neutrons*.
- $M > 8M_{\odot}$ L'étoile devient une super-géante rouge, explose en supernova de type II, et finit en trou noir.

Ce sont les géantes et super géantes qui deviennent des nébuleuses. Les supernovæ sont des explosions extrêmement lumineuses (aussi lumineuses que la galaxie hôte) que l'on peut même voir à l'oeil nu en plein jour quand elles ont lieu dans des galaxies proches. C'est la raison pour

¹On appelle luminosité la puissance rayonnée par l'étoile, intégrée en fréquence et sur toute sa surface, en supposant le rayonnement isotrope. Par exemple, la luminosité du soleil est $L_{\odot} \simeq 3.85 \cdot 10^{26}$ W.

²Typiquement, une étoile de masse M a une durée de vie qui varie en M^{-3} . Le Soleil a ainsi une durée de vie de 6 à $8 \cdot 10^9$ ans.

laquelle on peut en observer jusque dans des galaxies très lointaines et donc les étudier dans le cadre de la cosmologie. Il s'en produit environ une par Galaxie et par siècle.

2.1.2 La distance de luminosité

Supposons qu'une source ait une luminosité L . Elle rayonne dans les 4π sr et donc sa densité de flux à une distance d dans un univers euclidien vaut $\phi = L/4\pi d^2$. On définit par analogie dans un univers quelconque la *distance de luminosité* par :

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi\phi}} \quad (2.1)$$

Cette distance dépend des paramètres cosmologiques et du *redshift*³ de la source et vaut⁴ :

$$d_L = \frac{1}{H_0} \frac{1+z}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sinn} \left[\sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_m z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda}} \right] \quad (2.2)$$

où “sinn” signifie “sinh”, “sin” ou “Identité” selon que Ω_k est positif, négatif ou nul. Supposons à présent que l'on connaisse la luminosité de plusieurs sources et que l'on mesure leur *redshift* indépendamment, on peut alors en principe déterminer $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ à l'aide de la relation précédente.

2.1.3 Les SNIa comme chandelles standard

Une supernova (SN) a un spectre caractéristique des éléments qu'elle a synthétisés. La variation de sa luminosité lors de son explosion est significative sur une échelle de temps de l'ordre de la centaine de jours et est appelée *courbe de lumière* (cf. Fig. 2.1). Celle-ci est fonction des décroissances radioactives des éléments éjectés lors de l'explosion, principalement le ^{56}Ni (demi-vie de 6 jours) qui se désintègre en ^{56}Co (demi-vie de 77 jours) qui lui se transforme ensuite en ^{56}Fe . On distingue plusieurs types de supernovæ en fonction du spectre et de la courbe de lumière : Ia, Ib, Ic, II-p, II-l. Le type I se distingue par l'absence de raies d'hydrogène, et le type Ia par la présence de Silicium.

Le modèle standard des SNIa suppose que celles-ci résultent de l'accrétion par une naine blanche de la matière d'une seconde étoile, par exemple une géante rouge. Tout l'attrait des SNIa réside dans la stabilité observée de la forme de leur courbe de lumière. On peut en effet, moyennant une homothétie par le *facteur d'étirement* (*stretch factor*), superposer toutes les courbes des SNIa observées précisément ces dernières années à mieux que 10 % [107] (Fig. 2.1). Il en est de même de leur spectre d'émission très similaire même pour des SNIa situées à des *redshifts* très différents⁵ (Fig. 2.1). Les raisons physiques avancées pour expliquer cette similitude tiennent au mécanisme d'accrétion caractéristique et au fait que la SN ne peut exploser que lorsque l'étoile atteint la masse de Chandrasekhar⁶. Ces similitudes sur une quarantaine de SNIa conduisent leurs observateurs [108] à les considérer comme des *chandelles standard*, c'est-à-dire à attribuer les variations de luminosité observées de l'une à l'autre à l'expansion de l'Univers, et non à des différences intrinsèques.

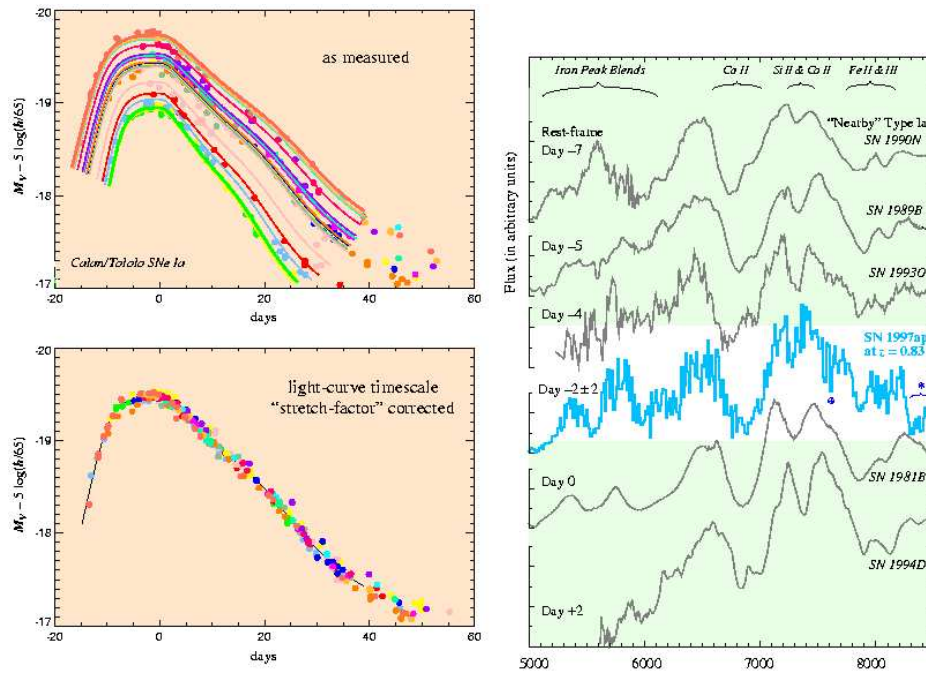


FIG. 2.1 – *Gauche* : Courbes de lumières de supernovæ de type Ia, et application du facteur d’étirement pour les ré-étalonner. *Droite* : Comparaison du spectre de la SN lointaine 1997ap ($z = 0.83$) à des SN proches quand leur longueur d’onde est décalée à $z = 0.83$. Les abscisses sont en Å. On remarque la grande similitude, qui porte à conclure qu’il n’y a pas d’évolution des SN avec le temps. Les deux figures sont tirées de [108].

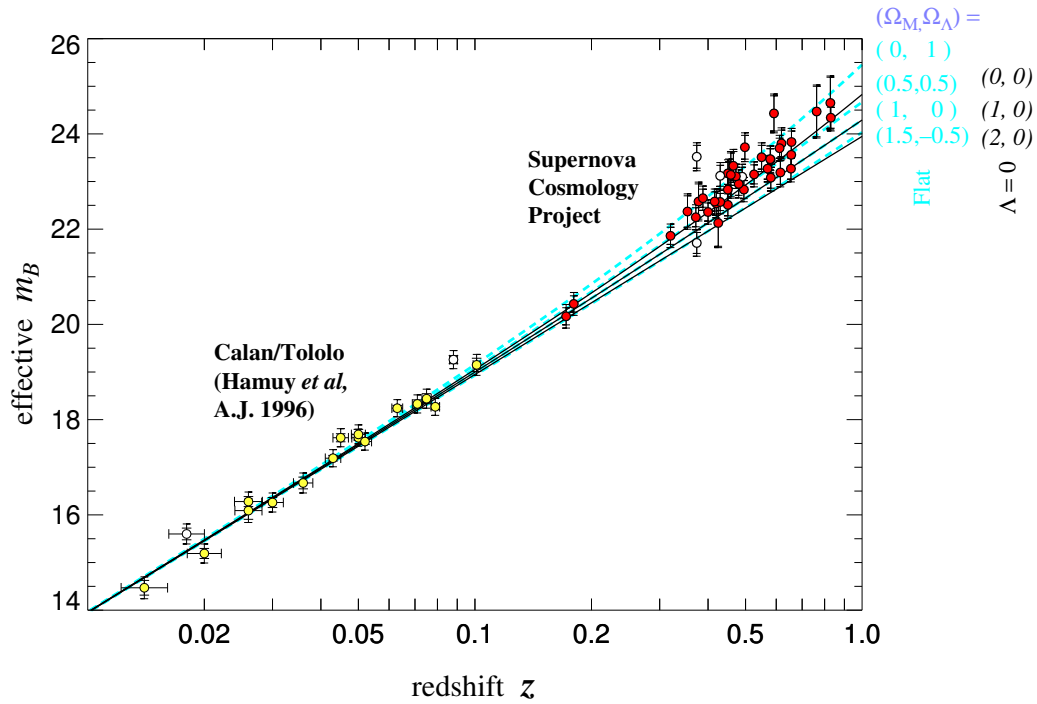


FIG. 2.2 – Magnitude apparente des SNIa étudiées précisément ces dernières années et ajustement théorique en fonction de Ω_m et Ω_Λ [107]. On remarque l’écart systématique des mesures à grand z par rapport à un modèle avec $\Omega_\Lambda = 0$.

2.1.4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 2.2. Ils présentent la magnitude apparente⁷ $m_B = M_B + 5 \log d_L(z, \Omega_m, \Omega_\Lambda)$ des SNIa en fonction du *redshift*, telle qu'elle a été mesurée par Hamuy *et al* [45] à petit z et par Supernova Cosmology Project [107] à grand z . L'ajustement de la distance de luminosité en fonction du *redshift* conduit Perlmutter *et al* [107] à deux conclusions importantes :

- la constante cosmologique Λ est non nulle à 99 % CL
- *Sous l'hypothèse que l'Univers est plat*, on a :

$$\begin{aligned}\Omega_m &= 0.28_{-0.08}^{+0.09} {}_{-0.04}^{+0.05} \\ \Omega_\Lambda &= 1 - \Omega_m = 0.72_{-0.09}^{+0.08} {}_{-0.05}^{+0.04}\end{aligned}$$

2.2 Les structures à grandes échelles

Les objets massifs les plus éloignés détectés jusqu'à présent sont les quasars, à $z \simeq 6$. Les galaxies et les amas de galaxies que l'on observe se situent à des *redshifts* inférieurs à cela. L'étude des structures à grandes échelles consiste en l'analyse des propriétés de ces objets. C'est bien entendu un domaine très vaste. Un point particulier est la mesure de l'effondrement des structures. Le modèle standard propose qu'elles naissent de la croissance de perturbations de densité initiales produites durant l'inflation. Cet effondrement devrait être visible dans les catalogues de galaxies sous forme d'une vitesse d'effondrement cohérente à grande échelle. La mesure de cet effet est l'objectif de plusieurs équipes de scientifiques de par le monde, dont 2dF Galaxy Redshift Survey⁸, dont nous résumons certains résultats dans ce paragraphe. Nous nous intéressons ici en particulier à la contrainte que l'on peut en déduire sur Ω_m .

2.2.1 Formation des structures, biais

La formation des structures s'accompagne naturellement d'un mouvement de la matière. La vitesse des particules par rapport au fond comobile⁹ est appelée vitesse "particulière". Du point de vue de l'observateur, ce champ de vitesse s'ajoute à l'expansion de Hubble et l'on mesure donc pour chaque objet un *redshift* effectif $z_{eff} \simeq H_0 r + \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}$. Un catalogue de galaxies par exemple en fonction du *redshift* n'est donc pas exactement une image tridimensionnelle. Cependant, la distortion observée est caractéristique du scénario de formation des structures, et par là même des paramètres cosmologiques que l'on espère ainsi contraindre. Elle dépend très peu de Ω_Λ [76] mais est sensible à Ω_m .

Supposons à présent que l'on dresse effectivement un tel catalogue (Fig. 2.4). Il ne peut tenir compte que de la matière visible. Peut-on alors considérer que celle-ci transcrit le comportement de *toute* la matière? Dans le cadre du modèle CDM¹⁰ [102], Davis & al. [23] ont

³Le *redshift* z , ou "décalage vers le rouge", d'un objet est défini par $1 + z = \lambda_0 / \lambda_e = a_0 / a_e$, où λ_e est la longueur d'onde d'un photon émis par l'objet, et λ_0 la longueur d'onde du même photon perçue par l'observateur et dilatée par l'expansion de l'espace temps.

⁴La démonstration de cette relation est fournie en annexe A.3.

⁵Le *redshift* est mesuré sur la galaxie hôte de la SNIa très précisément.

⁶La masse de Chandrasekhar est la masse au-delà de laquelle la naine blanche s'effondre irrémédiablement sous l'effet de sa masse. Elle vaut environ $1.4 M_\odot$.

⁷La magnitude absolue M_B est définie comme la magnitude que l'objet aurait s'il était situé à une distance de 10 pc.

⁸<http://www.mso.anu.edu.au/2dfGRS>

⁹On dit qu'un observateur est "comobile" si celui-ci est immobile dans le référentiel de l'Univers en expansion qui suit la loi de Hubble.

¹⁰Un univers plat, dominé par la matière noire, sans constante cosmologique.

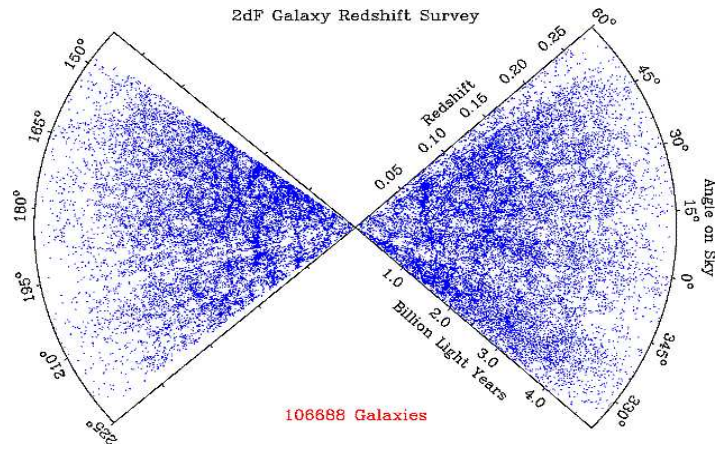


FIG. 2.3 – Représentation du catalogue de galaxies de 2dFGRS [141].

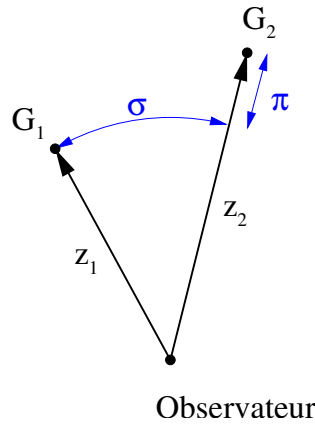


FIG. 2.4 – Illustration des séparations radiale (π) et tangentielle (σ) entre deux galaxies G_1 et G_2 à des *redshifts* z_1 et z_2 d'un observateur.

montré que cette hypothèse conduisait à des valeurs de vitesse de galaxie bien plus grandes que les observations. Associé à la remarque de Kaiser [63] que les amas de galaxies se concentrent bien plus que les galaxies individuellement, cela a donné naissance au concept de **biais** b , qui caractérise l'écart entre le comportement que l'on observe pour la matière lumineuse et celui de la matière sous-jacente. C'est donc l'un des paramètres clés à déterminer lors d'une telle étude puisqu'il intervient directement dans l'interprétation de l'observation, et par conséquent dans l'ajustement des paramètres cosmologiques que l'on cherche à déterminer. Il est défini par rapport aux contrastes de densité de masse et de matière lumineuse comme suit :

$$\frac{\delta\rho_g}{\rho_g} = b \frac{\delta\rho}{\rho} . \quad (2.3)$$

2.2.2 Analyse statistique de catalogues

Aucune théorie de l'Univers primordial ne peut prédire l'emplacement d'un objet particulier à un temps et un lieu donné. Elle ne peut que prédire des observables statistiques, et c'est à ceux-ci qu'il faut comparer les mesures. Parmi ces observables relatifs à la distribution spatiale des galaxies, deux en particulier permettent de contraindre Ω_m .

Le premier est la fonction de corrélation à deux points ξ . Chaque galaxie est repérée par sa position angulaire dans le ciel par rapport à l'observateur au centre de la sphère, et par son *redshift*. La distance qui intervient dans le calcul de la fonction de corrélation est donc une

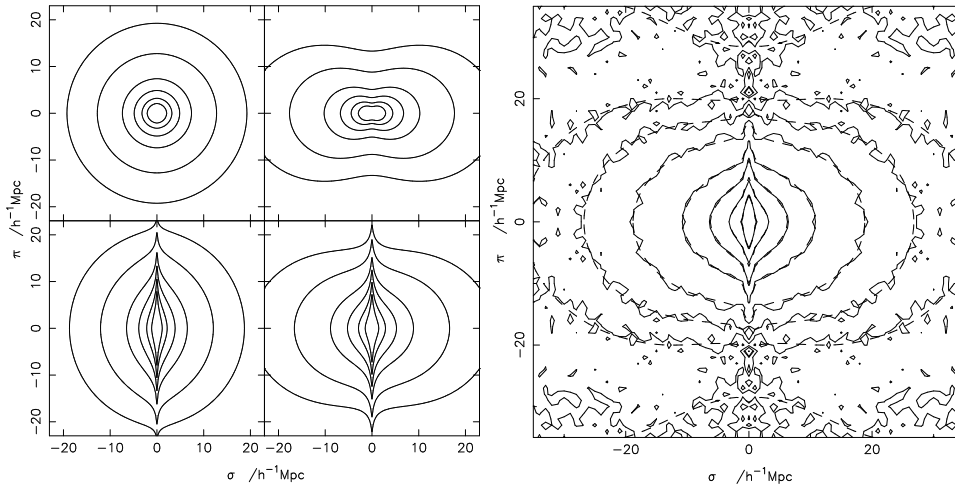


FIG. 2.5 — *Gauche* : Allure de $\xi(\sigma, \pi)$ pour différents champs de vitesse particulières. *haut/gauche* : pas de champ de vitesse particulières, *haut/droite* : vitesses d’effondrement cohérentes, *bas/gauche* : champ de vitesse aléatoire, *bas/droite* : deux effets combinés. *Droite* : Résultat expérimental de 2dFGRS pour les régions nord et sud galactiques combinées. L’échelle est en $\log(1+\xi)$ et va de -0.02 (blanc) à 0.2 (noir). Les contours superposés sont à $\xi = 4, 3, 1, 0.5, 0.2, 0.1$. Les deux figures sont tirées de [48].

distance dans “l’espace des *redshifts*”, et on distingue sa composante radiale π de sa composante tangentielle σ . En effet, la vitesse particulière des galaxies ne se projette pas de la même façon suivant ces deux directions : sa composante radiale est colinéaire à son mouvement comobile vu de l’observateur, mais pas sa composante tangentielle. On exprime donc $\xi(\sigma, \pi)$. Son allure théorique est représentée sur la figure 2.5. Elle tient compte de la loi de Hubble et du champ de vitesses particulières à différentes échelles. L’ajustement des courbes théoriques aux données permet en particulier la détermination du paramètre :

$$\beta = \Omega_m^{0.6}/b \quad (2.4)$$

Le second observable est le bispectre, c’est-à-dire la transformée de Fourier de la fonction de corrélation à trois points, et permet la détermination de b . Formellement, c’est la transformée de Fourier de la corrélation à 3 points. Dans l’hypothèse d’un spectre de fluctuations initiales gaussien comme prédit par l’inflation, celui-ci devrait être nul. Cependant, avec la croissance des structures, des effets non linéaires apparaissent et ce n’est plus le cas.

2.2.3 Résultats expérimentaux

La fonction de corrélation mesurée à partir de la campagne d’observation 2dFGRS [48] est présentée sur la figure 2.5. On y retrouve la contribution du champ de vitesses particulières aléatoires à petite échelle, ainsi qu’une contribution à grande échelle en accord avec l’effondrement cohérent du scénario standard. Plus précisément, l’ajustement des divers paramètres des modèles conduit en particulier à la valeur de β :

$$\beta = 0.49 \pm 0.09 \quad (2.5)$$

Combinés avec les résultats de 2dFGRS [142] sur l’estimation du bispectre qui fournissent :

$$b = 1.04 \pm 0.11, \quad (2.6)$$

on obtient la contrainte suivante sur la densité de matière aujourd’hui, à partir des données de 2dFGRS seules :

$$\Omega_m = 0.23 \pm 0.09 \quad (2.7)$$

2.3 Le cisaillement gravitationnel

Aparté

Dans ses *Opticks*, Newton posait déjà la question suivante : “Do not bodies act upon Light at a distance, and by their action bend its Rays; and is not this action... strongest at the least distance?”. La première trace du calcul de la déviation d’un rayon lumineux θ_N par la masse d’une étoile de masse M et de rayon r suivant sa théorie ne remonte pourtant qu’à J. G. Von Soldner, qui traite le problème sous l’aspect balistique (sous l’hypothèse que les photons sont de faible masse par rapport au défecteur...) et conclut en 1801 à la relation :

$$\theta_N = \frac{2GM}{rc^2} \quad (2.8)$$

Einstein reprit ce calcul en 1907 avec le principe d’équivalence, et retrouve dans le cas de rayons frôlant le Soleil, les 0.87 arcsecondes prédites par Soldner. Il refait ce calcul huit ans plus tard avec la Relativité Générale cette fois-ci, et corrige le précédent calcul de l’effet du moment cinétique négligé alors, pour aboutir à :

$$\theta_E = \frac{4GM}{rc^2} = 2\theta_N \quad (2.9)$$

La mesure fut effectuée en 1919 et confirma ce calcul, montrant ainsi une première fois, la validité de la Relativité Générale par rapport à la mécanique Newtonnienne. L’ “anecdote” concernant cette histoire, est que la première mission partie pour mesurer l’effet de lentille lors d’une éclipse de Soleil eut lieu en 1912 en Argentine. Elle aurait donc dû trouver une déviation de 1.74 arcsec et invalider les calculs d’Einstein, peut-être même son principe d’équivalence... Sauf que la mesure ne put être effectuée à cause de la météo : il n’y a pas que pour les expériences ballons que la météo fait partie du jeu...

2.3.1 L’effet de lentille faible

La déviation de la lumière par la gravitation que nous venons de mentionner est relative à la déflexion d’un rayon lumineux par une étoile, ou du moins un objet massif unique sphérique, de potentiel gravitationnel GM/r . Il peut être généralisé d’une part à une source étendue, d’autre part à un défecteur non ponctuel. Dans le cas d’une source étendue (une galaxie par exemple), les photons de différents points de la source ne sont pas déviés de la même façon par le défecteur. Il en résulte une déformation de la galaxie source, très importante dans le cas de fort effet de lentille, et qui conduit aux “arcs gravitationnels”, comme on peut en voir sur la figure 2.6. La déformation est caractérisée par deux paramètres : la convergence κ qui traduit l’amplification du flux lumineux due au changement d’aire du faisceau lors de la déformation, et le cisaillement γ qui caractérise l’ellipticité induite¹¹.

Afin d’utiliser cet effet dans le cadre de la cosmologie, il faut le généraliser à la déformation de l’image d’une galaxie “lointaine”, non pas par un amas particulier, mais par les structures à grande échelle qui se trouvent le long du parcours des photons (cf. Fig. 2.6). C’est cela qu’on nomme **cisaillement gravitationnel** ou *weak lensing*, car les déformations n’ont lieu qu’à la périphérie des amas et sont de faible amplitude. On est alors sensible au potentiel gravitationnel sur des échelles cosmologiques. Une application importante de cette étude se situe dans le cadre de la formation des structures.

L’aspect que nous souhaitons mentionner ici est relatif à la détermination des paramètres cosmologiques. L’étude du cisaillement gravitationnel permet en effet de contraindre Ω_m et σ_8 ¹². Il dépend très peu de Ω_Λ [12].

¹¹Pour quelques détails supplémentaires, voir l’annexe A.4.

¹² σ_8 est la déviation standard de la densité de masse $\delta\rho/\bar{\rho}$ à l’échelle de $8h^{-1}$ Mpc, et est estimée actuellement à 0.84 ± 0.04 [5]. C’est le paramètre qui donne la normalisation de l’amplitude de $P(k)$.

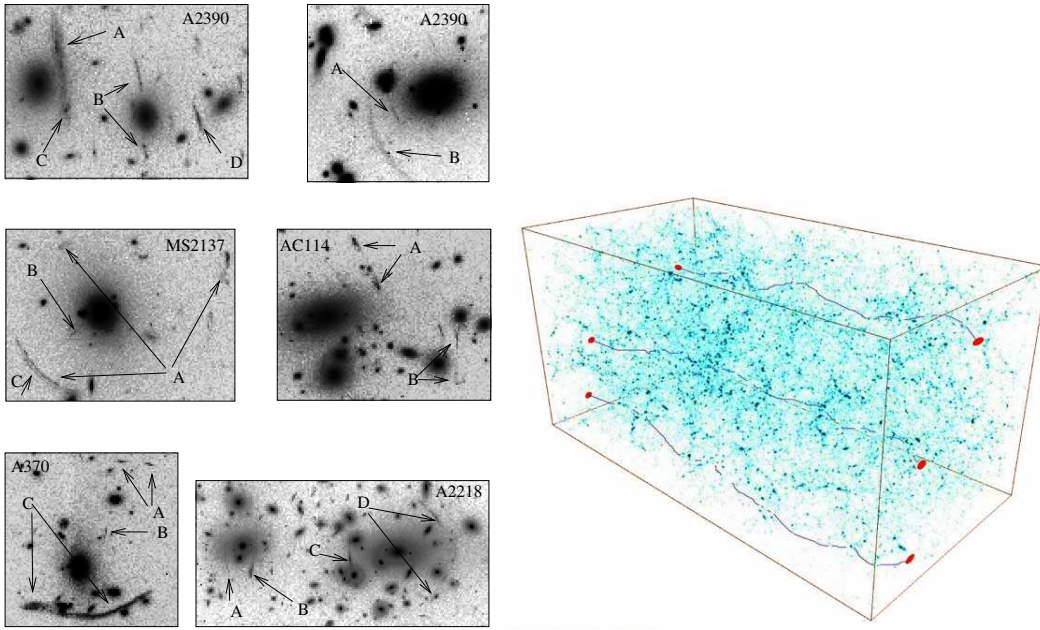


FIG. 2.6 – *Gauche* : Exemples d’effet de lentilles sur quelques images du HST. Figure tirée de [92]. Ces images sont produites par des lentilles fortes, ce n’est pas du cisaillement gravitationnel au sens courant du terme. Elles ne sont ici que pour illustrer le phénomène. On y distingue clairement les images déformées des galaxies sources sous forme d’“arcs gravitationnels”. *Droite* : Simulation de l’effet de cisaillement gravitationnel (*weak lensing*) (Figure par S. Colombi). Cette fois-ci l’image d’une galaxie source est déformée par l’ensemble des grandes structures sur la ligne de visée représentées en bleu sur la figure. Le cube simulé a une taille de l’ordre du Gpc³.

2.3.2 Observations

Comme nous venons de le voir, le cisaillement gravitationnel altère la forme des galaxies observées. Dans ce régime de faibles distortions, il en résulte une modification de leur ellipticité. Supposons que l’on observe un ensemble d’images de galaxies, on peut alors corrélérer leur déformation. L’hypothèse standard étant que les ellipticités des galaxies sont indépendantes, toute mesure d’une corrélation entre celles des images est due au potentiel gravitationnel intégré sur la ligne de visée. Kaiser [65] a montré que dans un modèle de formation de structures à partir d’un potentiel gaussien $P(k) \sim k^n$, la variance du cisaillement était¹³ :

$$\langle \gamma^2(\theta) \rangle^{1/2} \simeq 0.01 \sigma_8 \Omega_m^{0.75} z_s^{0.8} \left(\frac{\theta}{1^\circ} \right)^{-(n+2)/3} \quad (2.10)$$

Le moment d’ordre 3 de la convergence quant à lui vaut :

$$s_3(\theta) \simeq 40 \Omega_m^{-0.8} z_s^{-1.35} \quad (2.11)$$

où z_s désigne le *redshift* du plan source des galaxies. Utilisées conjointement, ces deux observations permettent de déterminer σ_8 et Ω_m .

2.3.3 Résultats

En 2000, les premières mesures de cisaillement ont été rapportées par quatre groupes indépendants [1, 67, 144, 151]. Ces mesures sont représentées sur la figure 2.7 avec les contraintes sur Ω_m et σ_8 déduites de l’une d’elles [54]. Sont également superposés sur les mesures les ajustements pour le modèle Λ CDM pour 3 *redshifts* du plan source, difficiles à

¹³Cette expression suppose également que $\Omega_\Lambda = 0$. Mais comme nous l’avons mentionné plus haut, le cisaillement gravitationnel dépend peu de Ω_Λ [12], on peut donc conserver cette expression avec une bonne approximation.

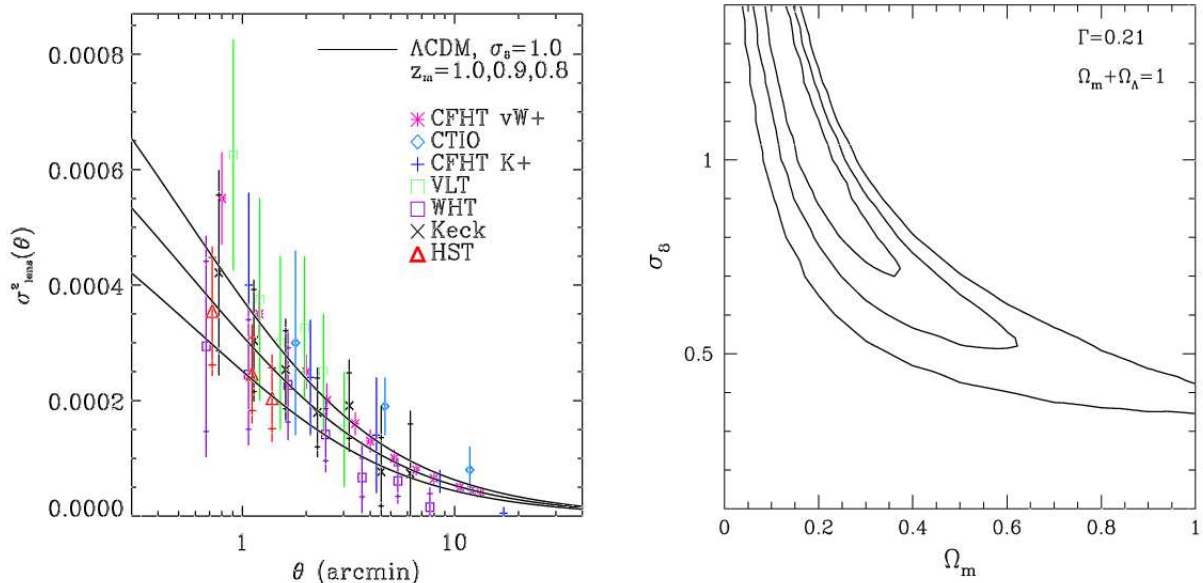


FIG. 2.7 – Mesures récentes (*gauche*) de la variance de cisaillement gravitationnel $\langle \gamma^2 \rangle$ et contraintes des paramètres (Ω_m, σ_8) (*droite*) [145]. On remarque l'accord entre les différentes mesures et la dégénérescence entre (Ω_m, σ_8).

estimer précisément.

Si l'on ne considère que les données du cisaillement gravitationnel, les contraintes obtenues à partir de ces différentes analyses sont, à 90% de niveau de confiance :

$$0.05 \leq \Omega_m \leq 0.8 \quad \text{et} \quad 0.5 \leq \sigma_8 \leq 1.2 \quad (2.12)$$

2.4 Le CMB

Nous décrivons à présent le fond de rayonnement cosmologique (*Cosmic Microwave Background*, CMB). Nous nous attachons ici à sa nature et à l'étude de l'anisotropie de sa température. La description détaillée de sa polarisation fait l'objet du chapitre suivant.

2.4.1 Le corps noir cosmologique

Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.3, l'Univers devient transparent pour le CMB quand les premiers atomes d'hydrogène se forment (on parle de *recombinaison*). Ceci a lieu lorsque l'énergie de l'Univers est de l'ordre de 0.3 eV. Jusque là, les photons diffusent sur les électrons libres¹⁴. On peut être surpris au premier abord que ceci ait lieu vers 0.3 eV, et non pas vers 13.6 eV. Ceci tient au fait que les photons ne sont pas monoénergétiques et sont environ 10^9 fois plus nombreux que les baryons. Il faut donc que l'énergie caractéristique soit suffisamment faible pour que les queues de la distribution soient effectivement négligeables dans le processus de recombinaison. A ce moment là, le taux d'interaction diminue fortement et le libre parcours moyen des photons devient beaucoup plus grand que le rayon de Hubble : les photons sont donc découplés de la matière, ils ne vont plus interagir avec celle-ci, conserver leur spectre de corps noir (cf. Fig. 2.8), et seulement voir leur température diminuer à cause de l'expansion¹⁵. *En*

¹⁴La section efficace de l'interaction Thomson entre une particule chargée de masse m et un photon est proportionnelle à $1/m^2$. L'interaction avec les protons ou les noyaux est donc négligeable devant celle avec les électrons.

¹⁵On néglige pour le moment les anisotropies dites "secondaires", c'est-à-dire celles créées après le découplage. Nous les évoquerons dans la partie 2.5.

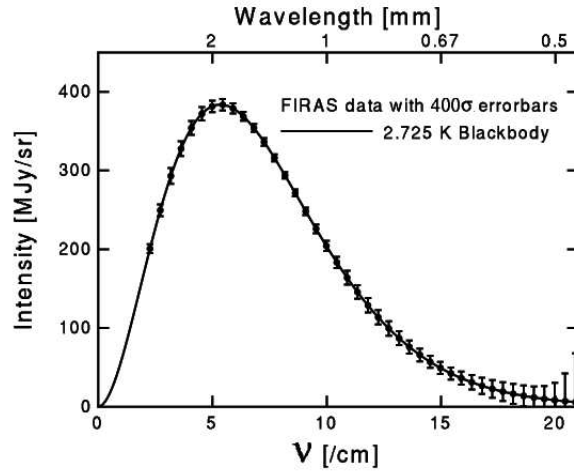


FIG. 2.8 – Spectre du CMB mesuré par FIRAS [86] en 1992 et ajustement à une loi de corps noir. Les barres d’erreur ont été multipliées par 400 pour être visibles.

première approximation, le CMB fournit donc une image de l’Univers tel qu’il était lorsqu’il avait $\sim 380\,000$ ans.

2.4.2 Oscillations du fluide primordial

Au sein du fluide primordial, les photons sont fortement couplés aux baryons. Ceux-ci s’attirent par gravitation, tandis que la pression de radiation des photons s’y oppose. Il en résulte des oscillations acoustiques pour les modes de perturbations qui sont en phase¹⁶. A l’effet de la gravitation, ces oscillations ajoutent donc ceux des variations de densité et de vitesse, chacun laissant son empreinte sur le CMB par les mécanismes suivants.

L’effet Sachs–Wolfe (SW)

C’est l’effet qui traduit l’interaction des photons CMB avec un potentiel gravitationnel. Les perturbations scalaires générées par l’inflation créent des fluctuations de densité qui engendrent des puits de potentiel. Un photon qui “sort” d’un puits perd de l’énergie et se trouve donc décalé vers le rouge. Inversement, un photon qui “tombe” dans un puits gagne de l’énergie et se trouve décalé vers le bleu. Une surdensité du plasma primordial est donc un “point froid” du CMB, une sousdensité, un point chaud. Ainsi, les anisotropies de température reflètent les fluctuations de densité de l’Univers au moment du découplage.

Formellement, si T_0 désigne la température moyenne du CMB, et si $\phi(\mathbf{r})$ est le potentiel gravitationnel observé dans la direction \mathbf{r} , alors l’effet SW se traduit par :

$$\left. \frac{\Delta T}{T_0} \right|_{SW}(\mathbf{r}) = \frac{\phi(\mathbf{r})}{c^2} \quad (2.13)$$

La densité

Les surdensités concentrent la matière et les photons. Un observateur reçoit donc un flux de photons plus important en provenance d’une région surdense. L’effet sur la température se traduit par :

¹⁶La génération des perturbations à l’homogénéité de l’Univers qui initie l’effondrement gravitationnel des structures est un point clef de la cosmologie. L’inflation propose que celles-ci proviennent des fluctuations quantiques d’un champ scalaire qui domine l’Univers primordial. Quelques détails supplémentaires sont proposés en annexe B.

$$\left. \frac{\Delta T}{T_0} \right|_{\rho}(\mathbf{r}) = \frac{1}{3} \frac{\delta \rho}{\rho}(\mathbf{r}) \quad (2.14)$$

L'effet Doppler

Il est dû à la vitesse v du fluide lors de ses oscillations. La vitesse est déphasée de 90° par rapport aux pics de compression. L'effet sur le CMB se traduit par :

$$\left. \frac{\Delta T}{T_0} \right|_v(\mathbf{r}) = -\mathbf{r} \cdot \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})}{c} \quad (2.15)$$

2.4.3 Etude statistique du CMB : le spectre des C_l

Le fait que le CMB n'ait plus interagi avec la matière depuis son découplage est le point clef de son étude. En particulier, ses anisotropies nous informent sur celles de l'Univers primordial, directement liées aux paramètres cosmologiques. Ces perturbations à l'homogénéité résultent de processus stochastiques, dont seules les propriétés statistiques sont prévisibles. C'est donc par ce biais qu'on étudie le CMB¹⁷. Pour cela, on généralise l'analyse de Fourier unidimensionnelle en projetant la carte des anisotropies observées sur la base des harmoniques sphériques (cf. annexe C) :

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.16)$$

et l'on définit *le spectre de puissance angulaire* $\{C_l\}_{l=0, \infty}$ par :

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (2.17)$$

Dans le cas où les a_{lm} sont gaussiens, ce spectre contient toute l'information statistique. Cette définition n'est cependant pas utilisable en l'état. En effet, les C_l prédits par un modèle vont donner lieu à une réalisation des a_{lm} pour un univers. Moyenner ceux-ci pour remonter aux C_l suppose de pouvoir effectuer la mesure sur plusieurs univers... Ceci n'étant pas possible, on construit l'estimateur \hat{C}_l à partir des seuls $2l + 1$ modes m indépendants disponibles pour chaque l de la façon suivante¹⁸ :

$$\hat{C}_l = \langle |a_{lm}|^2 \rangle = \frac{1}{2l + 1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2 \quad (2.18)$$

dont la variance est appelée *variance cosmique* :

$$\text{Var}(\hat{C}_l) = \frac{2}{2l + 1} \hat{C}_l^2 \quad (2.19)$$

Un exemple caractéristique de ce spectre est représenté sur la figure 2.9. La partie “à bas l ” (avant le premier pic) correspond aux perturbations d'échelle plus grande que l'horizon au moment du découplage (plus grandes qu' 1° dans le ciel aujourd'hui environ). Aux multipôles $200 < l < 1500$, on trouve une série de pics. Ils sont dus aux oscillations de l'Univers décrites au paragraphe précédent. Enfin, l'absence de puissance dans la troisième partie, aux $l > 1500$ provient de deux phénomènes. Le premier est la diffusion des photons qui efface l'effet des perturbations dont la taille est inférieure au libre parcours moyen des photons : c'est l'*amortissement de Silk*. Le second est la durée finie qu'a prise le processus de recombinaison : la “surface de dernière diffusion” a en fait une épaisseur, et en l'observant, nous intégrons sur notre ligne de

¹⁷Remarquons dès à présent que l'univers que nous observons n'est donc qu'une *réalisation* de ces processus aléatoires initiaux. Il y a donc une incertitude inhérente à notre observation : *la variance cosmique*.

¹⁸Pour plus de détails voir annexe D

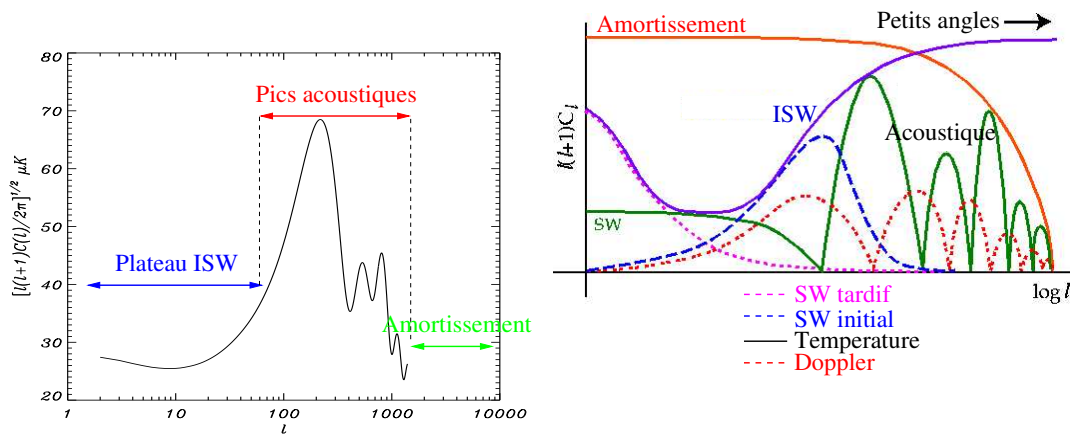


FIG. 2.9 – *Gauche* : Spectre de puissance des anisotropies de température C_l du CMB typique pour les paramètres du modèle cosmologique Λ CDM. On remarque un “plateau” pour les l inférieurs à quelques dizaines, puis une série de pics. Ces pics sont ensuite significativement amortis à partir d’environ $l = 1000$. *Droite* : Schéma des principaux mécanismes générateurs d’anisotropies dans le CMB [56]. SW désigne la contribution de l’effet Sachs–Wolfe, ISW désigne l’effet SW intégré (cf. 2.4.6).

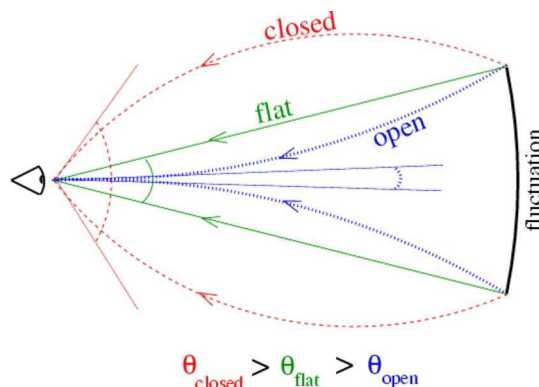


FIG. 2.10 – Illustration de la variation de la taille angulaire d’une même fluctuation physique dans un univers ouvert, plat ou fermé. Suivant la forme des géodésiques suivies par les photons, la fluctuation apparaît plus ou moins étendue.

visée les contributions de toute cette épaisseur, ce qui gomme les fluctuations à trop petite échelle.

2.4.4 Contraintes sur les paramètres cosmologiques

L’allure du spectre étant liée à l’interaction entre les baryons et les photons CMB, on comprend bien que celle-ci dépende de Ω_b . Les baryons quant à eux étant attirés par la matière noire, les C_l dépendent aussi de Ω_m .

D’autre part, suivant que l’Univers est plat, ouvert ou fermé, les géodésiques ne sont pas les mêmes, ce qui conduit à différentes échelles angulaires observées pour une même perturbation initiale. (cf. Fig. 2.10). Ω_0 joue donc sur la position des pics.

Les effets de la constante de Hubble et de Ω_Λ sont similaires, car tous deux influent sur le taux d’expansion de l’Univers, et donc avancent ou retardent l’époque de recombinaison, ce qui se traduit par un décalage des échelles angulaires. La figure 2.11 montre quelques exemples de variation du spectre pour diverses valeurs de ces paramètres.

On retiendra en particulier que le CMB permet de contraindre principalement les paramètres

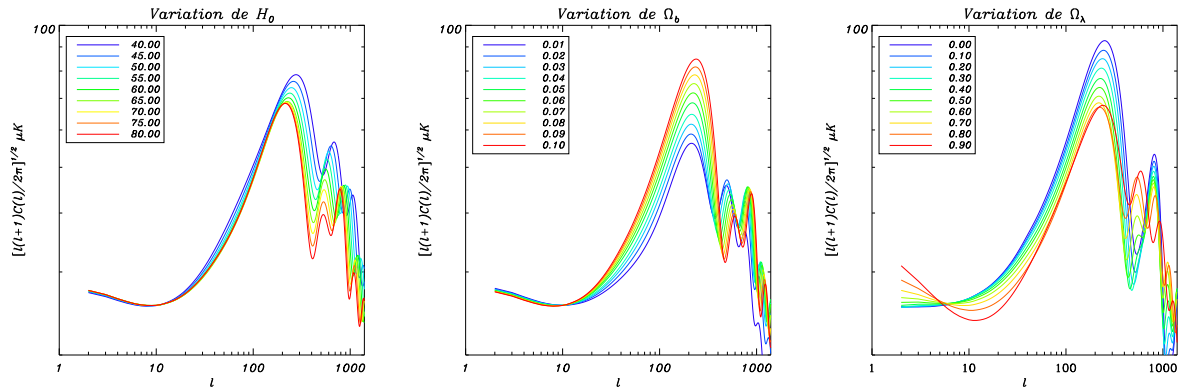


FIG. 2.11 – Exemple de variation de l’allure du spectre de puissance des anisotropies de température du CMB pour différentes valeurs de trois paramètres cosmologiques : H_0 , Ω_b et Ω_λ .

cosmologiques suivant : la densité totale Ω_0 , les densités de matière Ω_m et de matière baryonique Ω_b , le paramètre de Hubble H_0 , la densité de constante cosmologique Ω_Λ , l’amplitude A du spectre des perturbations scalaires ainsi que les indices spectraux n_S et n_T des spectres de perturbations scalaires et tensorielles et le rapport de leurs amplitudes r . Le détail des définitions de ces derniers paramètres est reporté en annexe ???. Il convient cependant de noter que dans l’état actuel des mesures du CMB, ces paramètres ne peuvent être déterminés simultanément et indépendamment, car il subsiste des dégénérescences. Nous reviendrons sur ce point pour illustrer l’apport de la polarisation en section 3.4.3.

2.4.5 La polarisation

Les propriétés du CMB précédemment décrites concernent son intensité. Il se trouve que le CMB est également polarisé, et que cette polarisation dépend aussi, entre autres, des paramètres cosmologiques. Son étude apporte d’une part une redondance précieuse aux valeurs déterminées à partir des anisotropies de température, mais plus important encore, elle permet de briser certaines dégénérescences que la mesure de la température seule ne peut lever.

Nous reviendrons longuement sur la description de la polarisation et sur son apport scientifique au chapitre 3. Pour l’heure, admettons que celle-ci est décrite par deux quantités E et B , respectivement scalaire et pseudo-scalaire. La seconde ne peut-être produite que par les perturbations tensorielles qui entrent dans l’horizon au moment du découplage, comme les ondes gravitationnelles primordiales nées lors de la phase d’inflation. La polarisation du CMB offre donc *la première possibilité d’étude de ce type de perturbations*. C’est un point capital. Les modèles standards d’inflation prédisent en effet une relation particulière entre les contributions scalaire et tensorielle des perturbations. La vérification *a posteriori* de cette relation marquerait un pas décisif vers l’acceptation de l’inflation.

2.4.6 Les anisotropies secondaires

Nous avons commencé cette présentation du CMB en affirmant que, puisque le libre parcours moyen des photons au moment du découplage était devenu grand devant le rayon de Hubble, on pouvait considérer au premier ordre que les photons CMB n’avaient plus interagi avec la matière depuis le découplage. Ceci n’est effectivement vrai qu’au premier ordre, car des effets physiques post-découplage laissent également leur empreinte sur les C_l . On parle alors d’*anisotropies secondaires*.

L’effet Sachs–Wolfe Intégré

La première source est un autre aspect de l’effet Sachs–Wolfe. Il faut en effet tenir compte de la

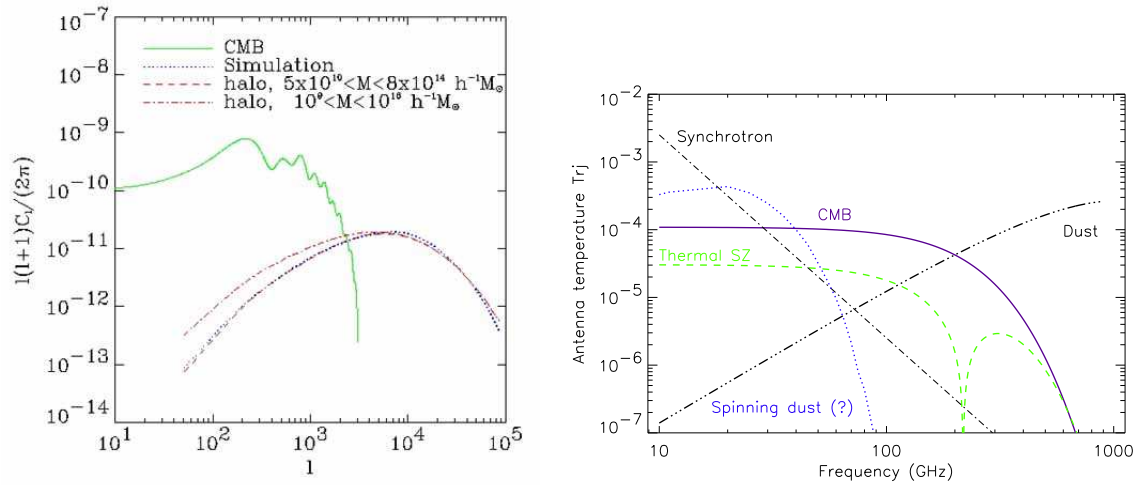


FIG. 2.12 – *Gauche* : Spectre de puissance des anisotropies de température comparé au spectre des anisotropies secondaires dues à l’effet Sunyaev–Zel’dovich qui domine à grand l . *Droite* : Spectres d’émission des avants-plans galactiques comparés au spectre du CMB à l’antcentre galactique. Aux fréquences d’Archeops et de PLANCK–HFI (supérieures à 140 GHz), c’est l’émission thermique de la poussière Galactique qui domine.

variation du potentiel entre l’entrée du photon dans le puits et sa sortie : c’est l’effet Sachs–Wolfe intégré, dont la contribution aux anisotropies est donnée par :

$$\left. \frac{\Delta T}{T_0} \right|_{ISW}(\mathbf{r}) = \frac{2}{c^2} \int \dot{\phi}(\mathbf{r}, t) dt \quad (2.20)$$

Compte tenu de la vitesse de propagation des photons par rapport à une échelle de temps caractéristique liée à la gravitation (la formation d’une galaxie par exemple), cet effet n’est significatif qu’à grande échelle.

L’effet Sunyaev–Zel’dovich

Considérons à présent que l’on observe en direction d’un amas de galaxies. Les photons CMB qui interagissent avec les électrons libres du gaz chaud vont recevoir de l’énergie (effet Compton–inverse), mais sans que leur nombre soit modifié. Le spectre de corps noir est donc déformé, avec dépeuplement des basses énergies au profit des hautes énergies (décalage vers le bleu). C’est l’*effet Sunyaev–Zel’dovich (SZ)*. Dans le cas des amas, ceux-ci étant très localisés, l’effet sur le spectre des C_l est aux grandes valeurs de l (cf. Fig. 2.12–*gauche*)

La Réionisation

L’absence d’observation de l’effet Gunn–Peterson¹⁹ dans les spectres des quasars jusqu’à $z = 5$ (voir par exemple [85]) indique que l’Univers a été “réionisé” après la recombinaison. On observe par contre cet effet sur des quasars à $z = 6$ [4, 25], ce qui signifie que la reionisation s’est achevée vers cette époque. A ce moment-là, les photons CMB interagissent de nouveau avec des électrons libres. L’amortissement de Silk (à partir de $l \simeq 1000$, cf. 2.4.3) était dû au moyennage des perturbations de longueur d’onde plus petite que le libre parcours moyen des photons au moment du découplage. Le même phénomène se produit ici, sauf que le libre parcours moyen des photons est plus important qu’au moment du découplage et l’Univers moins dense, et donc l’amortissement a lieu dès les bas l .

¹⁹L’hydrogène neutre absorbe fortement les longueurs d’ondes de la forêt Lyman α . Cette absorption dans les spectres des objets étudiés, si elle a lieu, signe donc la présence d’hydrogène neutre sur la ligne de visée.

Si τ est l'épaisseur optique de la réionisation, alors la probabilité qu'un photon n'ait jamais diffusé est $e^{-\tau}$, et donc les C_l deviennent $C_l \times e^{-2\tau}$. En outre, la réionisation étant supposée due à l'allumage des premiers quasars, elle est sans doute inhomogène puisqu'il est peu probable que les quasars se soient tous allumés en même temps. L'effet sur les C_l n'est alors pas constant à toutes les échelles angulaires et rend sa maîtrise encore plus délicate. Récemment, WMAP a mesuré à partir de la corrélation TE du CMB²⁰ une valeur étonnante de l'épaisseur optique ($\tau = 0.17 \pm 0.08$ à 95% CL [5]) qui implique une réionisation à $z = 20_{-9}^{+10}$ (95% CL). Cette valeur, comparée aux mesures des quasars, remet en cause les scénarios classiques de formation des premières structures.

Le cisaillement gravitationnel

Il faut enfin mentionner que le cisaillement gravitationnel joue également sur le CMB, notamment sur sa polarisation (cf. 8.3). Concernant celle-ci, il génère des modes B qui peuvent dominer ceux produits par les ondes gravitationnelles primordiales si l'inflation n'a pas eu lieu à une énergie aussi élevée qu'on le suppose généralement.

2.4.7 Les avant-plans galactiques

On appelle ainsi toutes les émissions autres que celles du CMB mais que l'on observe aux mêmes fréquences. La dépendance spectrale des principaux avant-plans est représentée sur la figure 2.12–*droite*, et on remarque qu'ils sont même plus intenses que le CMB à certaines fréquences. Le *synchrotron* désigne le rayonnement émis par les électrons lors de leur mouvement hélicoïdal autour du champ magnétique galactique. Le *bremsstrahlung* désigne quant à lui le rayonnement de freinage des particules chargées en interaction avec d'autres particules. Enfin, les *poussières* du milieu interstellaires, restes des multiples explosions et collisions dans une galaxie, émettent un rayonnement thermique (corps gris à 17 K approximativement). Il faut noter une autre propriété importante de ces avant-plans : *ils sont polarisés*. La polarisation des poussières est en particulier étudiée aux chapitres 4 et 7.4, puisque sa mesure est l'un des objets de cette thèse.

En conclusion, une mesure précise du spectre de puissance du CMB et de sa polarisation nécessitent une bonne soustraction des avant-plans, qui ne sont encore que peu connus.

2.4.8 Résultats expérimentaux

Les mesures de précision du CMB ont commencé véritablement avec COBE en 1992. FIRAS montre que le CMB suit remarquablement une loi de corps noir (cf. Fig. 2.8) à $T = 2.725 \pm 0.002$ (95% CL) [86, 87] et DMR [129] montre pour la première fois une carte des anisotropies à la résolution de 7° , permettant une détermination des C_l jusqu'à $l = 20$. Depuis, de nombreuses expériences ont mesuré le spectre de puissance des anisotropies de température principalement autour du premier pic (cf. Fig. 2.13), et l'on retiendra particulièrement Saskatoon [96] qui fournit les premières mesures de la montée du premier pic en 1996, puis MAXIMA [46] et BOOMERanG [27] qui ont donné simultanément la première allure du premier pic en 2000.

Archeops [6] a donné en octobre 2002 la première détermination du spectre depuis les échelles angulaires de COBE jusqu'à la redescente du premier pic. Enfin, le 12 Février 2003, le satellite WMAP a rendu public les résultats de l'analyse de sa première année de vol, qui fournit la détermination des C_l de $l = 2$ jusqu'au deuxième pic la plus précise à l'heure actuelle.

Un état des lieux sommaire de la détermination des paramètres cosmologiques à *partir de ces seules mesures du CMB* est présenté dans le tableau 2.1. Nous n'avons pas inclus dans ce tableau les valeurs déterminées à partir des données de WMAP car nous n'avons pas trouvé dans la littérature de calcul des paramètres cosmologiques les incluant *sans a priori extérieur au CMB*. Nous reviendrons sur ce point plus précisément dans la discussion du paragraphe suivant.

²⁰Cette mesure constitue la première information cosmologique majeure déduite de la polarisation du CMB.

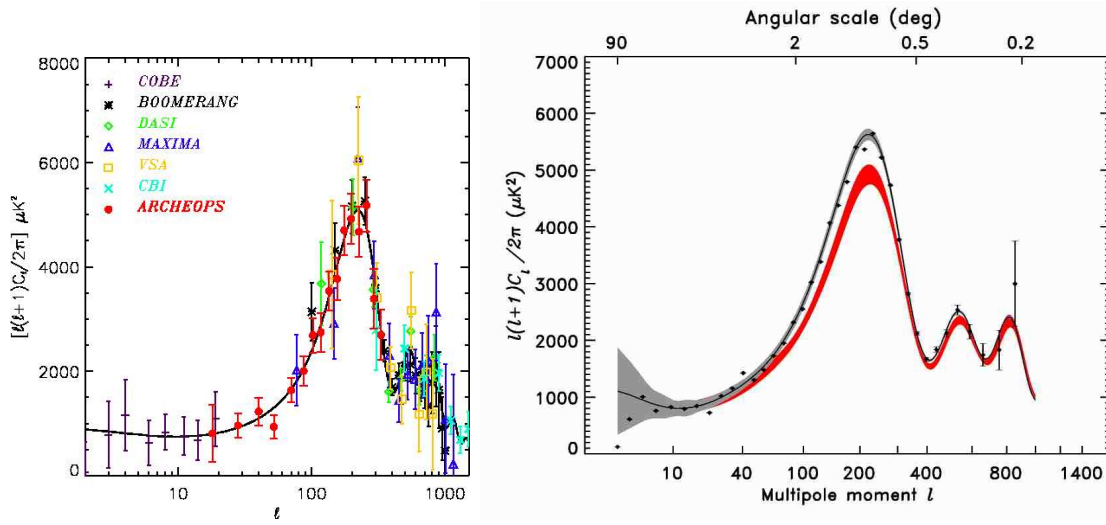


FIG. 2.13 – *Gauche* : Mesures des C_l par les expériences les plus récentes avant WMAP. La courbe théorique superposée correspond au modèle Λ CDM avec les paramètres cosmologiques issus de l’analyse combinée des données CMB et de la valeur de H_0 déterminée par le HST [7]. *Droite* : Spectre déterminé par WMAP (noir) et comparé au spectre moyen des expériences précédentes (rouge) [53]. La bande noire correspond à la variance cosmique qui domine les erreurs systématiques de WMAP. On constate que pour le premier pic, le spectre mesuré par WMAP est un peu plus haut que celui mesuré par les expériences précédentes, mais que sa position est stable.

Données	Ω_0	n_s	$\Omega_b h^2$	h	Ω_Λ	τ
CMB	$1.18^{+0.22}_{-0.20}$	$1.06^{+0.14}_{-0.20}$	$0.024^{+0.003}_{-0.005}$	$0.51^{+0.30}_{-0.30}$	< 0.85	< 0.55
Archeops	> 0.90	$1.15^{+0.30}_{-0.40}$	-	-	< 0.9	< 0.45
Archeops + CMB	$1.15^{+0.12}_{-0.17}$	$1.04^{+0.10}_{-0.12}$	$0.022^{+0.003}_{-0.004}$	$0.53^{+0.25}_{-0.13}$	< 0.85	< 0.4

TAB. 2.1 – Résumé de la détermination des principaux paramètres cosmologiques d’après les mesures les plus récentes effectuées sur le CMB seul avant WMAP [7]. “CMB” désigne les expériences COBE, BOOMERanG, Dasi, MAXIMA, VSA, CBI.

Remarquons cependant que si l’amplitude du premier pic a changé, sa position est identique, et au-delà du deuxième pic, les mesures ne sont pas dues à WMAP. Une détermination des paramètres cosmologiques incluant WMAP serait donc voisine de celle obtenue par “Archeops + CMB” (cf. Tab. 2.1).

L’incertitude sur les mesures de WMAP est limitée par la variance cosmique depuis $l = 2$ jusqu’à la montée du deuxième pic acoustique. Cette excellente précision a quelque peu effacé les résultats antérieurs d’Archeops. Nous souhaitons insister cependant sur le fait qu’Archeops a apporté des mesures environ deux fois plus précises que BOOMERanG et MAXIMA et environ deux fois mieux échantillonnées aux mêmes échelles. Cette précision a permis une bien meilleure détermination de la position du premier pic acoustique et a par conséquent réduit d’un facteur 2 la précision sur Ω_0 et sur Ω_Λ [7]. Il faut également ajouter que la mesure précise de la montée du premier pic a ouvert la voie à la contrainte du rapport entre les puissances des modes scalaires et tensorielles ($r \leq 0.43$ à 95% CL)[91], ainsi qu’à la détermination du paramètre inflationnaire de *Slow Roll*²¹ $\epsilon \leq 0.057$ à 95% CL [79].

On notera par ailleurs que la mesure de $\Omega_b h^2 = 0.022^{+0.003}_{-0.004}$ (même avant WMAP) est en excellent accord avec la détermination par la nucléosynthèse primordiale $\Omega_b h^2(BBN) = 0.0205 \pm 0.0018$ [98] et avec une incertitude comparable.

²¹Pour quelques détails supplémentaires sur l’inflation et les spectres de perturbations qu’elle engendre, on pourra se référer à l’annexe B.

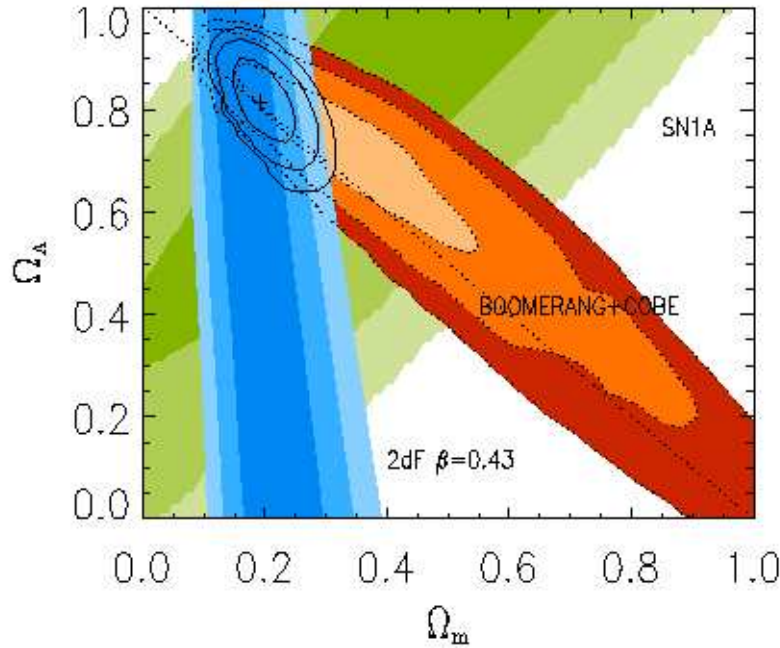


FIG. 2.14 – Contraintes sur les paramètres $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ obtenues à partir des SNIa, du CMB et des grandes structures. On remarque que les ellipses de contraintes issues de ces observations ont une intersection commune compatible avec le modèle Λ CDM. Figure tirée de [143].

2.5 Discussion

Nous venons de décrire quatre observables physiques étudiées à l’heure actuelle pour contraindre les paramètres cosmologiques. Ces observables sont tout d’abord différentes par leur nature et par l’époque à laquelle elles apparaissent. Leur variance cosmique et leurs contaminants sont donc également très différents. D’autre part, les stratégies d’observations et les instruments sont adaptés à chacune de ces études. Ils sont donc soumis à des systématiques qui leur sont propres. On ne peut qu’être frappé alors, au premier abord, par leur remarquable accord en faveur du modèle Λ CDM, pour lequel $\Omega_m \simeq 0.3$ et $\Omega_\Lambda \simeq 0.7$. Cet accord est mieux visualisé sur la figure 2.14 qui montre l’orthogonalité et l’intersection des contraintes dans le plan $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ obtenues à partir des SNIa, des grandes structures et du CMB. Les contours obtenus à partir du cisaillement gravitationnel ne figurent pas sur le graphique, mais sont tout à fait compatibles (cf. Eq. 2.12).

Il convient cependant de revenir sur cette concordance. D’une part celle-ci n’est que très récente et d’autre part, aucune de ces observables, prise *indépendamment*, ne permet de déterminer l’ensemble des paramètres du Λ CDM.

La partie précédente avait pour objectif de simplement décrire les méthodes et leurs résultats. Nous reprenons donc ici chacune d’entre elles de façon un peu plus critique. Nous mentionnerons enfin quelques autres observations qui s’accordent encore mal avec ce modèle.

2.5.1 Les SNIa

L’atténuation de la luminosité des supernovae est la seule de ces observables qui à *elle seule* favorise $\Lambda \neq 0$. Un Univers ouvert est également défavorisé par ces mesures, et c’est *sous l’hypothèse d’un Univers plat* que les SNIa s’accordent avec le modèle de concordance.

Cependant, le caractère de “chandelle standard” et la prise en compte des systématiques sont toujours remis en cause. Parmi les points avancés, on regrette de ne pas avoir pour l’heure de modèle fiable pour les explosions de SNIa à cause de la complexité du phénomène. D’au-

tant que les modèles les plus récents ne convergent pas vers une même théorie. Une partie de l'analyse et de la standardisation des SNIa, comme le facteur d'étirement, est donc toujours purement empirique, sans réelle assise théorique. On remarque également qu'à partir de sept SNIa distantes, Perlmutter *et al* [106] avaient dans un premier temps contraint $\Omega_\Lambda < 0.51$ à 95% CL. Par ailleurs, la déviation dans le diagramme de Hubble est dominée par les SNIa les plus lointaines pour lesquelles la mesure est la plus délicate et cette déviation est extrêmement sensible à l'étalonnage des détecteurs. La comparaison d'échantillons provenant de campagnes d'observation différentes à partir de télescopes différents est donc très délicate. De même, les spectres de la figure 2.1 ne suffisent pas à convaincre toute la communauté que les progéniteurs des SNIa n'ont pas évolué dans le temps. Ces remarques appellent une confirmation des résultats par plus de statistiques.

Un dernier point très critiqué enfin, concerne l'extinction due à la poussière de la galaxie hôte. M. Rowan–Robinson [120] entre autres, estime qu'elle a été mal évaluée, et abaisse les 7 σ en faveur de $\Lambda \neq 0$ à 3-4 σ dans le meilleur des cas.

2.5.2 Les grandes structures

L'étude des grandes structures ne contraint que Ω_m et n'est pas sensible à Ω_Λ . Elle ne peut donc à elle seule confirmer l'ensemble du Λ CDM. On peut également regretter que la barre d'erreur sur Ω_m soit encore 40 % de la valeur elle-même. Il faut noter par ailleurs que les derniers résultats de 2dF mentionnés ci-dessus ne datent que d'un an et sont en contradiction avec les précédentes mesures de biais de 1990 à 1995 (IRAS 1.94 Jy survey [134], QDOT survey [119], 1.2Jy survey [30], POTENT [128]) qui s'accordaient autour d'une valeur $\beta \simeq 0.8$ et donc une valeur de Ω_m compatible avec 1.

2.5.3 Le cisaillement gravitationnel

L'intervalle de confiance actuel sur la détermination de Ω_m par le cisaillement gravitationnel seul $0.05 \leq \Omega_m \leq 0.8$ montre que l'étude de cette observable n'en est qu'à ses débuts. Ceux-ci sont cependant extrêmement prometteurs, en particulier parce que la nature même de l'observation sonde directement la masse, indépendamment de son caractère lumineux ou pas, et n'est donc sensible à aucun biais lié à la nature de la matière. Des campagnes de mesures de la centaine de deg^2 (CFHTLS) sont prévues pour les années à venir. Sans parler de l'amélioration de la précision sur la convergence, celles-ci devraient permettre également la détermination du moment d'ordre 3 qui permettrait de briser la dégénérescence entre Ω_m et σ_8 .

2.5.4 Le CMB

Le CMB a comme premier attrait de se baser sur une physique très bien connue (l'interaction Thomson, l'atome d'hydrogène). Il ne souffre donc pas de problèmes majeurs de modélisation, et l'on peut donc confronter avec confiance les observations à des simulations. Sa dépendance spectrale [86] est historiquement l'une des mesures les plus précises de l'histoire (cf. Fig. 2.8) et fournit donc un outil extrêmement puissant pour traquer les systématiques en comparant des cartes établies à différentes fréquences.

La difficulté expérimentale de sa mesure a longtemps été un frein à son étude, qui plus est sur différentes échelles angulaires. La mesure de COBE [129] a donné les premiers indices forts en faveur de l'inflation en posant le problème de l'horizon (cf. 1.4). Il a cependant fallu attendre l'an 2000, avec les publications de BOOMERanG [27] et MAXIMA [46] pour avoir une allure fiable du premier pic acoustique, une contrainte forte sur Ω_0 et ainsi un argument très fort en faveur d'un Univers plat. Cette mesure du premier pic a également permis de mettre une limite supérieure à la contribution des défauts topologiques comme source de formation des grandes structures. Il faut mentionner cependant les problèmes d'étalonnage qu'ont eus ces expériences, qui ont mené à une première estimation de Ω_b erronée. On mesure l'apport d'Archeops [6] puis

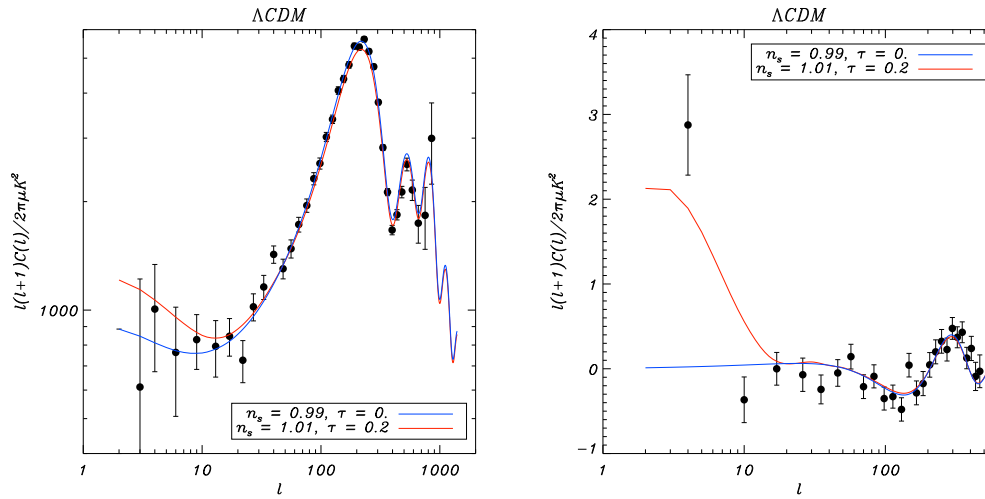


FIG. 2.15 – Exemple de dégénérescence entre l'indice spectral des fluctuations scalaires n_s et la profondeur optique de réionisation τ . Les deux modèles sont difficilement séparables avec le spectre de puissance des anisotropies de température seul, tandis que les informations à bas l provenant de la polarisation sont davantage discriminantes. Les points de mesure sont ceux obtenus par WMAP [72].

WMAP [53] sur ce point.

Cependant, comme le montre le tableau 2.1, Les résultats obtenus à partir du CMB seul ne s'accordent que marginalement avec le Λ CDM. On notera par exemple, que *si l'on ne fait aucune hypothèse extérieure, les données de WMAP sont compatibles avec $\Omega_0 = 1.28$, $\Omega_\Lambda = 0$, $H_0 = 32.5 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$* [130]. C'est l'une des illustrations de la dégénérescence des effets des paramètres cosmologiques sur le CMB. PLANCK, dont le lancement est prévu pour 2007, déterminera le spectre des C_l jusqu'à $l \simeq 2000$ et fournira seul l'essentiel des paramètres cosmologiques au niveau de 1%. Ceci ne sera cependant possible qu'avec l'apport de la mesure de la polarisation, qui permettra également de lever certaines dégénérescences qui subsistent dans le spectre de puissance des anisotropies de température (cf. par exemple Fig. 2.15). PLANCK permettra une mesure précise des modes E et TE sur une vaste gamme angulaire. La mesure de modes B sera plus délicate et dépendra de l'énergie à laquelle a eu lieu l'inflation (cf. paragraphe 8.3).

Il faut enfin rappeler la soustraction des avant-plans et les effets du cisaillement gravitationnel et de l'effet SZ à haut l qui perturberont également la détermination du spectre primaire.

2.5.5 Autres mesures

L'évolution de l'abondance des amas de galaxies en fonction du *redshift* est un autre moyen de déterminer la densité de matière relativement insensible à Λ . Il conduit à l'heure actuelle, pour une étude entre $z = 0.05$ et $z = 0.33$ à $\Omega_m = 0.86^{+0.35}_{-0.25}$ dans le cas d'un Univers plat, $\Omega_m = 0.92^{+0.26}_{-0.22}$ dans le cas d'un Univers ouvert [13]. White *et al* [149] ont mesuré la densité de matière à partir du contenu baryonique des amas et ont conclu en 1993 à $\Omega_m < 0.3$. Cette étude a été reprise depuis, et de nouvelles estimations de la fraction baryonique en fonction de la localisation dans l'amas (le profil de la distribution) et de simulations numériques montrent qu'elle peut s'accomoder de valeurs allant jusqu'à $\Omega_m = 0.8$ [13]. Il faut noter que ces résultats demeurent en désaccord avec les mesures de Bahcall *et al* [2] qui, à partir du nombre d'amas observés jusqu'à $z = 0.8$ concluent à $\Omega_m = 0.2^{+0.15}_{-0.1}$.

2.5.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les points clefs de la mesure des principaux paramètres cosmologiques par les méthodes les plus récentes que sont l'étude des courbes de lumière des SNIa, l'étude des grandes structures, du CMB et du cisaillement gravitationnel. Cet aperçu n'est bien entendu pas exhaustif, tant sur l'inventaire des méthodes que sur la description et les apports pour la cosmologie en général de chacune. Il apparaît en tout cas que les résultats de ces observations convergent vers le modèle Λ CDM, pour lequel, en combinant les différentes observations astrophysiques, les paramètres cosmologiques sont données à 1σ par [5] :

$$\begin{array}{lll} \Omega_0 = 1.02 \pm 0.02 & \Omega_\Lambda = 0.73 \pm 0.04 & \Omega_m = 0.27 \pm 0.04 \\ \Omega_b = 0.044 \pm 0.004 & \sigma_8 = 0.84 \pm 0.04 & n_s = 0.93 \pm 0.03 \\ r < 0.71 \text{ (95 \% CL)} & h = 0.71^{+0.04}_{-0.03} & \tau = 0.17 \pm 0.04 \end{array}$$

L'accord entre ces trois déterminations avec leurs barres d'erreur respectives et compte tenu de leurs différences est tout à fait remarquable. Il faut cependant noter que si cet accord conforte *a posteriori* chacune des mesures, aucune d'elle pour le moment, *individuellement, et sans a priori extérieur* n'établit fermement les valeurs sus-citées. D'autres mesures relatives aux amas de galaxies restent en contradiction avec ce modèle ou du moins compatibles avec un Univers Einstein–de Sitter $\Omega_m = 1$.

Un fait semble cependant établi et concerne la quasi-platitude de l'Univers. La démonstration de ceci ne s'appuie que sur l'hypothèse de $H_0 > 50 \text{ km.s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ et sur les mesures de précision du CMB. Si la valeur exacte de H_0 est toujours controversée, une valeur supérieure à 50 n'est pas véritablement remise en cause.

Les expériences à venir permettront sans aucun doute d'améliorer la précision et la statistique des différentes observations pour ainsi mieux répondre à ces interrogations. On retiendra en particulier MEGACAM pour le cisaillement gravitationnel et PLANCK pour le CMB. Le prolongement de Supernovæ Cosmology Project est le satellite SNAP, encore à l'étude. La mesure des modes B de polarisation du CMB quant à elle, demeure une issue critique car elle est à l'heure actuelle le seul observable qui permette la détermination du spectre des perturbations tensorielles produites lors de l'inflation, et ainsi la détermination de l'énergie à laquelle celle-ci a eu lieu.

Chapitre 3

La polarisation du CMB

Au cours du chapitre précédent, nous avons présenté la physique des anisotropies de température du CMB, et montré les contraintes que celles-ci pouvaient apporter sur le modèle cosmologique, en comparaison des autres méthodes actuelles. Cependant, une part importante de l'information que contient le CMB ne peut être extraite à partir de la seule mesure de sa température ; il faut pour cela mesurer sa polarisation.

L'objet de ce chapitre est de justifier ce point en montrant comment la polarisation permet d'améliorer la précision sur la détermination des paramètres cosmologiques, comment elle permet de lever d'importantes dégénérescences et, enfin, quelles sont les informations qu'elle apporte sur l'Univers primordial qui sont inaccessibles aux autres observables.

Avant de pouvoir présenter ces différents points, il nous faut définir un formalisme pour étudier la polarisation. Nous commençons par présenter les paramètres de Stokes qui permettent de décrire l'état de polarisation d'une onde électro-magnétique. Dans la section suivante, nous montrons comment est générée la polarisation du CMB. Ensuite nous définissons les observables E et B qui seront utilisés par la suite pour extraire les informations physiques de l'étude statistique des anisotropies de polarisation.

3.1 Polarisation d'une onde électromagnétique

Nous allons détailler le formalisme d'étude de la polarisation d'une onde électromagnétique. Celui-ci constitue la première étape pour définir ensuite le cadre d'étude de la polarisation du CMB. Nous définissons ainsi les paramètres de Stokes. Afin de situer le mieux possible ces observables et leur utilisation dans la suite de ce travail, nous les construisons par une approche expérimentale du problème de la mesure de la polarisation. Pour une approche un peu plus formelle, on pourra par exemple se reporter à [58].

3.1.1 Généralités

Une onde électromagnétique est dite polarisée dès lors que l'évolution de son champ électrique dans le temps n'est pas aléatoire. L'état de polarisation le plus général est l'état de polarisation elliptique, pour lequel les projections du champ électrique sur deux axes x et y orthogonaux à la direction de propagation z suivent les équations suivantes :

$$E_x(t) = A_x(t)e^{i(\omega t)} \quad (3.1)$$

$$E_y(t) = A_y(t)e^{i(\omega t + \phi)} \quad (3.2)$$

Si ω est constante, (onde monochromatique), ainsi que les amplitudes A et la phase ϕ on constate que l'onde est naturellement polarisée. On distingue en pratique deux cas particuliers :

- $\phi = 0$: l'onde est polarisée *linéairement* ;
- $\phi = \pi/2$ et $A_x = A_y$: l'onde est polarisée *circulairement*.

On peut également définir les polarisations *droite* et *gauche* si l'on prend ϕ entre 0 et 2π , suivant que la phase est respectivement positive ou négative.

3.1.2 Les paramètres de Stokes

Connaître l'état de polarisation d'un rayonnement revient donc à déterminer les différents paramètres des équations (3.1, 3.2).

Plaçons-nous dans un cadre expérimental idéal où l'on peut sans difficulté distinguer les deux projections du champ électrique $E_x(t)$ et $E_y(t)$ en disposant deux polariseurs parfaits orthogonalement. Cependant, avoir accès aux valeurs du champ et de la phase à tout instant suppose un instrument qui ait un temps de réponse suffisamment court pour être sensible à des fréquences de l'ordre de la centaine de giga Hertz. Un tel instrument n'existe pas à l'heure actuelle. Nous n'aurons donc pas accès au caractère *droit* ou *gauche* de l'ellipse, ni aux valeurs temporelles des champs.

En revanche, nous pouvons mesurer les intensités $\langle |E_x|^2 \rangle$ et $\langle |E_y|^2 \rangle$, les moyennes étant prises sur le temps d'intégration du détecteur, grand devant la période de l'onde incidente. Il nous faut donc maintenant, à partir de mesures d'intensités suivant diverses orientations, retrouver les propriétés géométriques de l'ellipse : la valeur de ses deux demi-axes et son orientation.

Définition

Nous nous donnons un repère (\vec{x}, \vec{y}) orthogonal à la direction de propagation de l'onde \vec{z} . La première caractéristique de l'onde est son intensité, qui est la somme des intensités mesurées suivant les deux directions x et y :

$$I \equiv \langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle \equiv I_x + I_y \quad (3.3)$$

La façon la plus simple de compléter l'intensité pour évaluer les demi-axes de l'ellipse est alors de mesurer la différence entre les deux projections sur x et y . Notons ce paramètre :

$$Q \equiv I_x - I_y \quad (3.4)$$

Si Q est positif, alors le grand axe de l'ellipse est "plutôt suivant x ", si Q est négatif, il est "plutôt suivant y ". Mais comme le montre la figure 3.1, plusieurs ellipses distinctes ont le même paramètre Q . Il faut donc construire une nouvelle observable qui permette de les distinguer. L'idée la plus simple est de tourner encore nos polariseurs. On définit alors :

$$U \equiv I_x^{45} - I_y^{45} \quad (3.5)$$

où l'exposant 45 signifie que l'on se place dans une base orientée à 45° par rapport à x . On remarque immédiatement que U est l'équivalent de Q dans cette nouvelle base. Cette fois-ci, l'ensemble des paramètres I, Q, U permet de complètement situer l'ellipse dans le plan x, y .

En effet :

- I et Q fournissent A_x^2 et A_y^2
- U fournit ϕ :

$$\begin{aligned} U \equiv I_x^{45} - I_y^{45} &= \left\langle \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (E_x + E_y) \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (-E_x + E_y) \right|^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \left| A_x + A_y e^{i\phi} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| -A_x + A_y e^{i\phi} \right|^2 \\ &= 2A_x A_y \cos \phi \end{aligned}$$

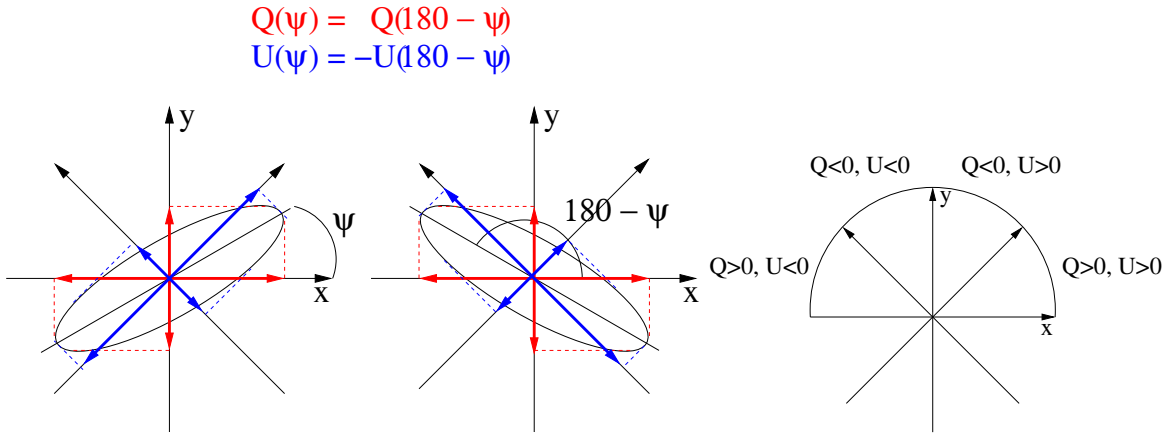


FIG. 3.1 – *Haut* : Les deux ellipses représentées ci-dessus ont les mêmes projections sur x et y et ont donc le même paramètre Q . En revanche, leur projection sur les axes x_{45} et y_{45} permettent de les distinguer. *Bas* : Récapitulatif des signes de Q et U en fonction de la position de l'ellipse dans le plan.

Ces paramètres sont les *paramètres de Stokes*. Il existe également le quatrième paramètre :

$$V = 2A_x A_y \sin \phi \quad (3.6)$$

qui permet de caractériser complètement l'état de polarisation en ajoutant la connaissance du signe de la phase. Comme ce signe nous est inaccessible, nous n'y ferons plus référence dans la suite de cet exposé.

On définit également le degré de polarisation :

$$p \equiv \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (3.7)$$

Si l'onde est complètement polarisée, on a de plus la relation suivante :

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (3.8)$$

On définit également le degré de polarisation linéaire :

$$p_l \equiv \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \quad (3.9)$$

Remarque :

Compte tenu du fait que V n'est pas mesurable par des bolomètres aux fréquences où nous étudions le CMB (la centaine de GHz) et que V est nul dans le cas du CMB (cf. 3.2.1), afin de ne pas alourdir les notations dans la suite du texte :

Dans toute la suite de cet exposé, nous ne considérerons plus que le *degré de polarisation linéaire*, que nous appellerons simplement “degré de polarisation” et que nous noterons simplement p .

Algèbre des Paramètres de Stokes

Avant de relier les paramètres I, Q, U aux mesures d'un détecteur polarisé dans le paragraphe suivant, nous allons tout d'abord montrer comment ils se transforment quand on change la base de référence. Nous supposons pour cela que dans la base (x, y) les paramètres de l'onde sont

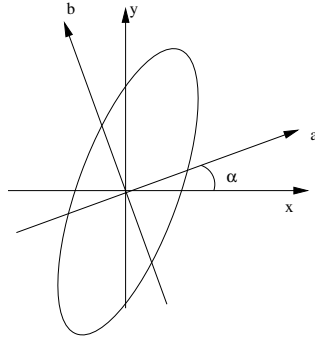


FIG. 3.2 – Convention d'orientation relative des bases (x, y) et (a, b) dans lesquelles on cherche les paramètres de Stokes de l'ellipse de polarisation représentée.

$(I, Q, U)_{xy}$, et que nous cherchons les paramètres $(I, Q, U)_{ab}$ dans la base (a, b) , où la direction a fait un angle α avec l'axe x (cf. Fig. 3.2).

L'intensité est bien évidemment conservée. Nous avons alors :

$$\begin{pmatrix} E_a \\ E_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Ainsi¹ :

$$\begin{aligned} Q_{ab} &= \langle |E_a|^2 \rangle - \langle |E_b|^2 \rangle \\ &= |\cos \alpha A_x + \sin \alpha A_y e^{i\phi}|^2 - |-\sin \alpha A_x + \cos \alpha A_y e^{i\phi}|^2 \\ &= (A_x^2 - A_y^2) \cos 2\alpha + 2A_x A_y \cos \phi \sin 2\alpha \\ &= Q_{xy} \cos 2\alpha + U_{xy} \sin 2\alpha \end{aligned}$$

Le calcul est similaire pour U_{ab} en faisant le changement $\alpha \rightarrow \alpha + \pi/4$:

$$U_{ab} = -Q_{xy} \sin 2\alpha + U_{xy} \cos 2\alpha$$

Nous pouvons donc à présent donner la relation générale de transformation des paramètres de Stokes dans une base (a, b) dont l'axe a fait l'angle α par rapport à l'axe x de la base d'origine :

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \end{pmatrix}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \cdot & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \end{pmatrix}_{xy} \quad (3.11)$$

La relation précédente fournit immédiatement la détermination de l'orientation de l'ellipse. En effet, dans la base propre de l'ellipse, définie par son grand et son petit axe, les paramètres de Stokes sont : $Q_{propre} = pI$ et $U_{propre} = 0$. Si l'ellipse fait l'angle ψ par rapport à notre axe x de référence, l'application de la relation (3.11) pour l'angle $-\psi$ conduit à :

$$Q = \cos 2\psi Q_{propre} \quad (3.12)$$

$$U = \sin 2\psi Q_{propre} \quad (3.13)$$

et donc ;

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{U}{Q} \quad (3.14)$$

Remarques :

¹Nous omettons volontairement le facteur $e^{-i\omega t}$ pour ne pas alourdir les notations

- On prendra garde dans le calcul de l'arctangente, à ne pas prendre brutalement l'arctangente mathématique, défini sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, sinon l'angle ψ se retrouverait contraint dans $] -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$. Il faudra déterminer l'angle 2ψ entre 0 et 2π , pour bien déterminer ensuite ψ qui est bien défini à π près.

Mesure et Détermination des Paramètres de Stokes

Supposons que la direction principale de polarisation de l'onde incidente fasse l'angle ψ avec l'axe x de notre système de référence. En vertu du paragraphe précédent, nous avons donc $Q = pI \cos 2\psi$ et $U = pI \sin 2\psi$. Supposons à présent que nous disposons d'un détecteur polarisé qui fait l'angle α avec x . Celui-ci n'est sensible qu'à la projection du champ électrique sur sa direction passante, il mesure donc (au bruit près) :

$$\begin{aligned} m &\propto \langle E^2 \cos^2(\alpha - \psi) \rangle \\ &\propto \langle \frac{1}{2} E^2 (1 + \cos 2\alpha \cos 2\psi + \sin 2\alpha \sin 2\psi) \rangle \\ &\propto \frac{1}{2} (I + Q \cos 2\alpha + U \sin 2\alpha) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Il faut donc au moins trois mesures suivant trois angles distincts pris entre 0 et π pour déterminer les 3 paramètres de Stokes pour un même point observé. Dans le cas général, un même point est observé plusieurs fois et ne constitue qu'un pixel parmi les autres d'une carte. Il faut donc étendre la formule précédente pour combiner au mieux les différentes mesures relatives à ce pixel, mais également tenir compte du bruit et des mesures voisines, des corrélations entre échantillons, des corrélations pixel à pixel, en traitant simultanément toute la carte. Si l'on dispose de n mesures, (3.15) se généralise en un système matriciel

$$\mathbf{M} = \mathcal{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3.16)$$

\mathbf{M} est le vecteur des n mesures m_i , \mathbf{N} le vecteur de bruit, \mathbf{S} le vecteur des paramètres de Stokes (la carte du ciel observé) et \mathcal{A} est la matrice de pointage, qui contient à la fois les coordonnées du pixel et les angles des polariseurs. Son expression analytique n'est pas très intuitive, aussi nous choisissons un cas particulier pour l'explicitier. Si $i = 1, \dots, n$ désigne les indices des pixels du ciel observé, \mathbf{S} est le vecteur :

$$(I_1 \ Q_1 \ U_1 \ I_2 \ Q_2 \ U_2 \ \dots \ I_n \ Q_n \ U_n). \quad (3.17)$$

Pour fixer les idées, supposons que les deux mesures m_t et m_{t_1} soient relatives aux pixels numéro 1 et 2, alors les lignes t et t_1 de \mathcal{A} sont :

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha_t & \sin 2\alpha_t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cos 2\alpha_{t_1} & \sin 2\alpha_{t_1} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

La détermination du vecteur de Stokes se fait en minimisant le χ^2 du système :

$$\chi^2 = (\mathbf{M} - \mathcal{A}\mathbf{S})^T \mathcal{N}^{-1} (\mathbf{M} - \mathcal{A}\mathbf{S}) \quad (3.19)$$

où \mathcal{N} est la matrice de covariance du bruit. La solution est donc :

$$\mathbf{S} = (\mathcal{A}^T \mathcal{N}^{-1} \mathcal{A})^{-1} \mathcal{A}^T \mathcal{N}^{-1} \mathbf{M} \quad (3.20)$$

et la matrice de variance du vecteur de Stokes S est :

$$\mathcal{V} = (\mathcal{A}^T \mathcal{N}^{-1} \mathcal{A})^{-1} \quad (3.21)$$

Nous avons donc la solution formelle de la détermination de la polarisation du rayonnement étudié. Le détail de sa mise en pratique est présenté au paragraphe 7.3 et en annexe ??.

Configuration d'un plan focal

Nous venons de montrer comment, à partir de mesures par des détecteurs polarisés à différentes orientations, on pouvait reconstruire l'état de polarisation du rayonnement incident. En pratique, existe-t-il une configuration de ces détecteurs qui minimise l'erreur sur la reconstruction des paramètres de Stokes ?

Couchot *et al* [21] ont montré qu'une telle configuration était obtenue si les orientations des n détecteurs couvraient uniformément 180° .

Supposons en effet que le bruit soit blanc et identique d'un détecteur à l'autre, de déviation standard σ . Dans ce cas, la matrice \mathcal{N} s'écrit simplement :

$$\mathcal{N} = \text{diag}(\sigma^2) \quad (3.22)$$

\mathcal{N} disparaît alors de l'équation (3.20), et la matrice de variance devient :

$$\mathcal{V}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \mathcal{A}^T \mathcal{A} \quad (3.23)$$

avec :

$$\mathcal{A}^T \mathcal{A} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} n & \sum \cos 2\alpha_i & \sum \sin 2\alpha_i \\ \sum \cos 2\alpha_i & \sum \cos^2 2\alpha_i & \sum \cos 2\alpha_i \sin 2\alpha_i \\ \sum \sin 2\alpha_i & \sum \cos 2\alpha_i \sin 2\alpha_i & \sum \sin^2 2\alpha_i \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

On remarque alors que si les α_i sont également répartis et couvrent 180° , et si chaque détecteur fournit un nombre identique de mesures, alors les sommes de cosinus et de sinus s'annulent, et la matrice de covariance est diagonale. On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{n} \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Les erreurs sur les paramètres de Stokes sont donc décorréelées et le volume de la boîte d'erreur prend sa valeur minimale : $\frac{8\pi}{3} \left(\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}\right)^3$.

Ce type de configuration est celui adopté pour Archeops² et PLANCK³.

3.2 La polarisation du CMB

Cette partie est consacrée aux propriétés de polarisation du CMB. Nous commencerons par démontrer pourquoi le CMB doit être polarisé, en montrant quelles sont les sources qui génèrent de la polarisation et pourquoi elles sont présentes dans l'Univers primordial. Nous décrirons ensuite par quels moyens on étudie la distribution statistique des états de polarisation et quelles sont les informations cosmologiques que l'on peut en tirer.

3.2.1 Interaction Thomson

Au moment du découplage matière-rayonnement, lorsque le CMB se forme, l'Univers est un plasma totalement ionisé d'électrons, protons, photons. Les photons sont en interaction permanente avec les baryons. La section efficace de diffusion photon-particule chargée étant inversement proportionnelle au carré de la masse, les principaux diffuseurs sont les électrons. La section efficace de la diffusion Thomson est :

²Cf. chapitre 5

³Cf. chapitre 8

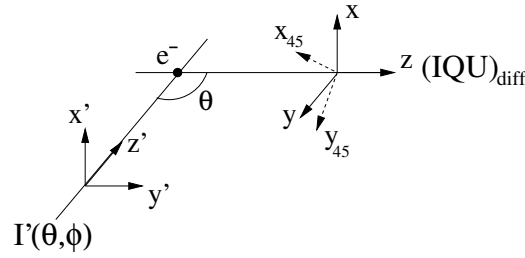


FIG. 3.3 – Diffusion Thomson d'un photon sur un électron. θ est l'angle entre les directions incidente \vec{z}' et diffusée \vec{z} dans le plan de diffusion. \vec{x} et \vec{x}' sont parallèles.

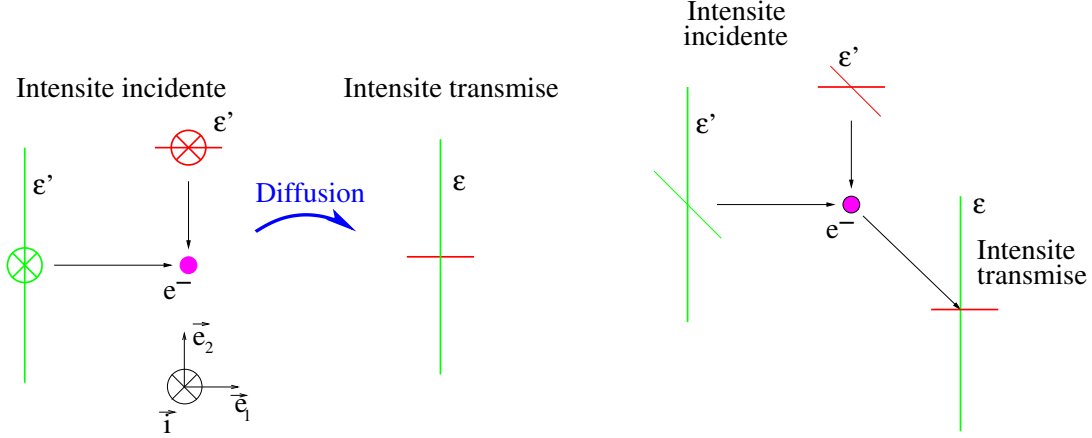


FIG. 3.4 – Une anisotropie quadrupolaire de l'intensité incidente sur un électron diffuseur du plasma primordial au moment du découplage génère une polarisation linéaire du photon diffusé du point de vue de l'observateur. *Gauche* : Deux directions d'incidence sur un électron orthogonales entre elles, avec des intensités différentes (projection à deux dimensions perpendiculairement à la ligne de visée), et les polarisation transmises après diffusion. *Droite* : Même schéma en pseudo-perspective.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\hat{\epsilon} \cdot \hat{\epsilon}'|^2 \quad (3.26)$$

où σ_T est la section efficace Thomson totale, $\hat{\epsilon}'$ et $\hat{\epsilon}$ sont les vecteurs unitaires indiquant les polarisations linéaires du photon incident et diffusé, et $d\Omega$ est l'élément d'angle solide. On voit donc que pour un photon pris individuellement, l'interaction favorise l'état de polarisation $\hat{\epsilon}'$. Remarquons également que cette interaction ne modifie pas la phase et ne peut donc pas générer de polarisation circulaire :

Dans le cas du CMB : $V = 0$

La relation (3.26) permet également de prédire quelle direction de polarisation est préférentiellement transmise lors de la diffusion. Prenons la figure 3.3 : la composante de $\hat{\epsilon}'$ parallèle à x' est intégralement transmise, la composante parallèle à y' est atténuée par le cosinus de l'angle de diffusion et se trouve complètement éteinte quand la diffusion a lieu à 90° .

3.2.2 Génération de la polarisation par un quadrupole : approche qualitative

Du point de vue de l'observateur, l'état de polarisation de chaque photon est bien sûr inaccessible. Seules des régions dans le ciel pour lesquelles les photons auraient une polarisation

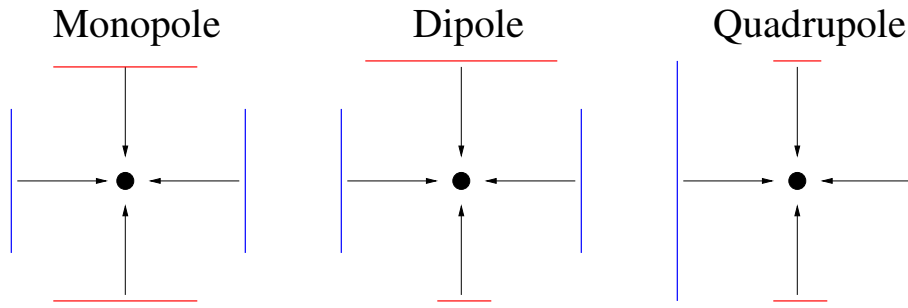


FIG. 3.5 – *Gauche* : Représentation de la direction de polarisation transmise pour deux directions incidentes orthogonales et situées dans le plan de ciel. Si l’intensité incidente est isotrope les polarisations incidentes s’annulent mutuellement, si elle est dipolaire, la polarisation “verticale” compense exactement la polarisation “horizontale”. Pour une anisotropie quadrupolaire, il n’y a plus de compensation, et l’observateur voit de la polarisation.

commune peuvent être observables. La figure 3.4 illustre un des mécanismes qui génèrent ces régions. Considérons un électron du plasma primordial au moment du découplage, et définissons par rapport à celui-ci une direction d’observation \vec{i} . Du point de vue de l’observateur, il nous faut à présent définir deux directions \vec{e}_1, \vec{e}_2 orthogonales à \vec{i} pour définir l’orientation de la polarisation. Considérons à présent deux directions incidentes sur l’électron, orthogonales entre elles, dans le plan de la figure, et pour chacune, définissons les axes de référence sur lesquels se projette l’état de polarisation. Ceux-ci doivent être orthogonaux entre eux et vis-à-vis de la direction de propagation du photon. On peut donc fixer l’un des deux suivant \vec{e}_1 ou \vec{e}_2 sans restreindre la généralité de la discussion. En vertu du terme $|\epsilon \cdot \epsilon'|$ de la section efficace, on voit que pour chacune des directions incidentes, seule une composante de la polarisation est transmise en direction de l’observateur : la direction \vec{e}_1 pour le rayon incident provenant du haut sur la figure, la direction \vec{e}_2 pour celle venant de la gauche.

Considérons alors les types d’anisotropie que peut présenter l’intensité incidente sur l’électron, et prenons pour cela la figure 3.5. La longueur des traits représente l’intensité.

- Monopole : si l’intensité est isotrope, la polarisation totale résultante est nulle.
- Dipole : pour fixer les idées en prenant la figure 3.5, supposons que l’intensité venant de la droite et de la gauche de l’électron est identique, tandis que celle suivant la direction verticale présente un gradient. Là encore, aucune polarisation n’est observée, puisque la contribution “gauche + droit” compense exactement la contribution “haut + bas”, par définition du dipole.
- Quadrupole : les deux contributions précédentes ne se compensent pas, et il y a génération de polarisation pour l’observateur.

Il faut donc au moins une anisotropie quadrupolaire de l’intensité incidente pour observer de la polarisation.

3.2.3 Génération de la polarisation par un quadrupole : approche quantitative

Nous allons à présent quantifier le raisonnement qualitatif du paragraphe précédent. Nous suivrons pour cela Kosowsky [73].

Considérons la figure 3.3 qui définit les axes de référence de notre discussion et l’angle de diffusion θ . Nous noterons avec un “’” les paramètres de Stokes relatifs aux photons incidents, et gardons les notations standard (I, Q, U) pour les paramètres de Stokes de l’onde diffusée vue par l’observateur. L’intensité incidente I' est supposée non polarisée. L’application de la relation (3.26), pour une surface d’interaction σ_b permet de calculer les projections I_x et I_y :

$$\begin{aligned}
I_x &= \frac{3\sigma_T}{8\pi\sigma_b} [I'_x(\vec{x}' \cdot \vec{x})^2 + I'_y(\vec{y}' \cdot \vec{x})^2] \\
I_y &= \frac{3\sigma_T}{8\pi\sigma_b} [I'_x(\vec{x}' \cdot \vec{y})^2 + I'_y(\vec{y}' \cdot \vec{y})^2]
\end{aligned}$$

Afin d'estimer U on projette de la même manière sur les axes x_{45} et y_{45} , ce qui conduit finalement à :

$$\begin{aligned}
I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} I' (1 + \cos^2 \theta) \\
Q_{diff} &= \frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} I' \sin^2 \theta \\
U_{diff} &= 0
\end{aligned}$$

Ces relations sont valables pour le système d'axes de la figure 3.3 défini dans le plan de diffusion. Dans le cas général, ce plan fait un angle ϕ avec le plan de référence (x, z) de l'observateur. Dans le système d'axes de l'observateur, on obtient donc les expressions de Q et U en appliquant la relation (3.11) :

$$\begin{aligned}
Q &= \cos(2\phi) Q_{diff} \\
U &= -\sin(2\phi) U_{diff}
\end{aligned}$$

Il ne reste alors plus qu'à sommer sur toutes les directions incidentes pour obtenir les caractéristiques de l'onde diffusée :

$$\begin{aligned}
I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} \int I'(\theta, \phi) (1 + \cos^2 \theta) d\Omega \\
Q &= \frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} \int I'(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos(2\phi) d\Omega \\
U &= -\frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} \int I'(\theta, \phi) \sin^2 \theta \sin(2\phi) d\Omega
\end{aligned}$$

Décomposons alors I' en harmoniques sphériques suivant (x, y, z) :

$$I' = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (3.27)$$

Le détail du calcul est reporté en annexe E. Il montre que lorsque la direction d'observation est \hat{z} , la seule composante qui contribue à la polarisation est la composante a_{22} , et qu'on a alors :

$$\begin{aligned}
I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi\sigma_b} \left[\frac{8\sqrt{\pi}}{3} a_{00} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} a_{20} \right] \\
Q &= \frac{3\sigma_T}{8\pi\sigma_b} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \text{Re } a_{22} \\
U &= -\frac{3\sigma_T}{8\pi\sigma_b} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \text{Im } a_{22}
\end{aligned}$$

Dans le cas général, la direction d'observation \hat{n} n'est bien entendu pas alignée avec l'axe \hat{z} des Y_{lm} . Notons R la rotation qui transforme \hat{z} en \hat{n} . On obtient la décomposition multipolaire \tilde{a}_{lm} de l'intensité dans la nouvelle base d'axe principal \hat{n} par la relation :

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_{lm} &= \int Y_{lm}^*(R\Omega) I'(\Omega) d\Omega \\
&= \sum_{m'=-m}^m D_{m'm}^{l*}(R) \int Y_{lm'}^*(R\Omega) I'(\Omega) d\Omega \\
&= \sum_{m'=-m}^m D_{m'm}^{l*}(R) a_{lm'} \tag{3.28}
\end{aligned}$$

où $D_{m'm}^l$ désigne la fonction D de Wigner⁴ On a donc le résultat suivant :

Ce sont les composantes quadrupolaires de l'intensité incidente sur le diffuseur, et elles seules, qui génèrent la polarisation vue par l'observateur.

Chaque composante, caractérisée par la valeur de m a une source physique différente et crée une figure de polarisation différente.

3.3 Perturbations et figures de polarisation

Au cours des paragraphes précédents, nous avons montré comment un rayonnement non polarisé (mais avec une anisotropie d'intensité quadrupolaire) pouvait acquérir une polarisation du point de vue de l'observateur. Il reste à présent une dernière étape à compléter : quelles sont les sources de ces quadrupoles ?

Intuitivement, on s'attend à ce que les mécanismes qui génèrent des anisotropies de température jouent également un rôle vis à vis de la polarisation. Si tel est le cas, on doit également observer des corrélations entre la polarisation et la température.

Il existe trois types de perturbation : scalaire, vectoriel, tensoriel. Leurs sources physiques sont respectivement, les sur(sous)-densités, les mouvements de vortex, la présence d'ondes gravitationnelles⁵. Nous allons détailler ceci, en montrant quelle figure de polarisation est engendrée par quel type de perturbation.

3.3.1 Perturbation scalaire

Considération de symétrie

Une perturbation de densité a pour effet d'accréter ou de "repousser" la matière qui l'entoure. Cet effet est à symétrie sphérique : si \vec{k} désigne le vecteur d'observation depuis la perturbation, la vitesse du fluide vérifie $\vec{v} \parallel \vec{k}$, ce qui correspond au quadrupole Y_{20} [57], le $m = 0$ justifiant la dénomination "scalaire".

Cette symétrie sphérique engendre également une symétrie par rapport à tout plan passant par le centre de la perturbation. Reportons nous alors à la figure 3.6. On prend comme références dans le plan de ciel les vecteurs $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et

$$\begin{aligned}
\vec{e}_r^{45} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_r + \vec{e}_\theta) \\
\vec{e}_\theta^{45} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\vec{e}_r + \vec{e}_\theta) .
\end{aligned}$$

⁴Pour plus de détails, voir l'annexe C.

⁵Remarquons que les ondes gravitationnelles génèrent également une partie des perturbations scalaires. Ce sont en revanche les seules à produire des perturbations tensorielles

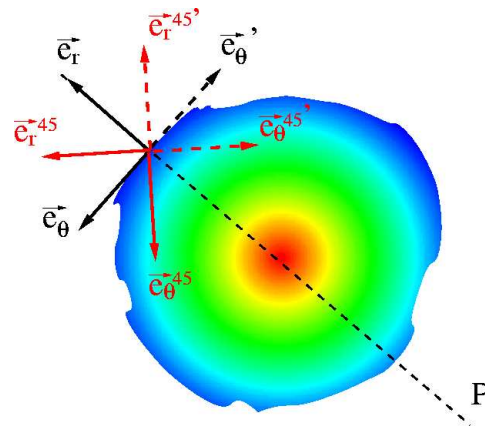


FIG. 3.6 – Une surdensité est une perturbation invariante par parité. La figure de polarisation qu’elle engendre doit donc être également invariante par parité. La parité laisse \vec{e}_r invariant et transforme \vec{e}_θ en $\vec{e}_\theta' = -\vec{e}_\theta$, et de même pour les vecteurs de définition de U . Dans ce nouveau repère, $Q' = Q$ et $U' = -U$.

On définit les observables de Stokes “radiales” dans ce système :

$$\begin{aligned} Q_r &= (\vec{E} \cdot \vec{e}_r)^2 - (\vec{E} \cdot \vec{e}_\theta)^2 \\ U_r &= (\vec{E} \cdot \vec{e}_r^{45})^2 - (\vec{E} \cdot \vec{e}_\theta^{45})^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

La symétrie par rapport au plan P de la figure transforme \vec{e}_θ en $\vec{e}_\theta' = -\vec{e}_\theta$: c’est ce que l’on entend par changement de “parité”. Dans ce repère symétrique, on a $Q' = Q$ et $U' = -U$. La perturbation étant elle invariante par parité, la figure de polarisation qu’elle engendre doit être invariante par parité. Il en résulte que $U' = -U = U = 0$.

Une perturbation scalaire produit un champ de polarisation Q pur.

La figure de polarisation, c’est-à-dire la direction du vecteur de polarisation au voisinage de la perturbation, est donc soit radiale ($Q_r > 0$) soit tangentielle ($Q_r < 0$), selon que l’on a une sur ou une sous-densité.

Phénoménologie

Considérons par exemple une sur-densité (Fig. 3.7), c’est-à-dire un point froid du CMB. Celle-ci, par effet gravitationnel, attire le plasma qui l’entoure vers elle-même. Le plasma se déplace donc dans l’ensemble concentriquement vers la sur-densité, mais avec une vitesse d’autant plus grande que l’on est proche du centre⁶. Ainsi, un électron test e proche de la sur-densité, se déplace vers le centre de la zone d’influence, plus vite que ceux qui sont plus distants de la sur-densité, mais moins vite que ceux qui en sont plus près. Radialement, l’électron e voit donc le plasma environnant s’éloigner de lui. A l’inverse, les lignes de convergence étant concentriques, dans la direction \vec{e}_θ orthogonale au rayon, l’électron e voit le plasma se rapprocher de lui. Le comportement du plasma est donc opposé dans deux directions orthogonales vis-à-vis de l’électron e : c’est un quadrupole. Les photons sont en interaction permanente avec le plasma et suivent donc ses mouvements. D’autre part, en reprenant les figures 3.3 et 3.4, on voit que la composante de polarisation préférentiellement transmise est orthogonale à la direction d’incidence et à la direction diffusée. Compte tenu de l’orientation du

⁶Cf. remarque au paragraphe suivant.

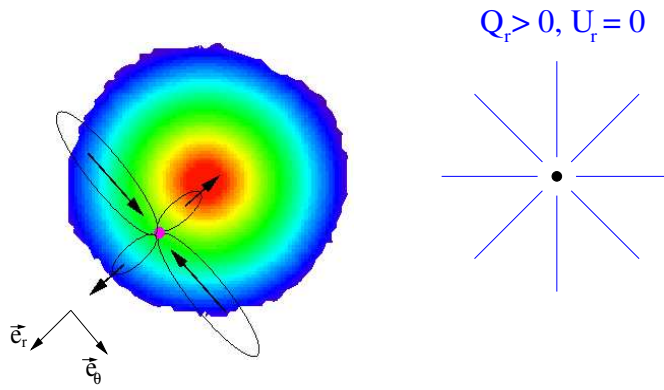


FIG. 3.7 – *Gauche* : Autour d’une fluctuation (ici une sur-densité), le plasma acquiert un mouvement qui vis à vis d’un électron isolé est quadrupolaire. *Droite* : figure de polarisation engendrée par une surdensité.

quadrupole (cf. Fig. 3.7), on voit que c’est la direction radiale de polarisation qui est transmise principalement. Il est clair que dans le cas d’une sous-densité, un raisonnement analogue conduirait à une orientation opposée de la polarisation (Fig. 3.11).

Bilan :

- une sur-densité du CMB (point froid) génère une figure de polarisation radiale
- une sous-densité (point chaud) génère une figure de polarisation tangentielle

Remarque : L’allure de la figure de polarisation dépend de l’orientation du quadrupole, qui dépend de la vitesse du plasma. L’affirmation que celle-ci est d’autant plus grande que l’on est proche de la sur-densité nécessite quelques précisions. En effet, celle-ci découle du fait que le plasma qui se déplace vers la sur-densité, “descend” le puits de potentiel gravitationnel qu’elle crée. Ainsi, il va effectivement d’autant plus vite qu’il est “bas” dans le puits. Cependant, ce raisonnement ne tient plus lorsqu’on est “trop près” de la sur-densité, car en s’approchant de la perturbation, la densité du plasma croît également, et avec elle la pression de radiation qui s’oppose au mouvement du plasma. Près du centre de la perturbation, on devrait donc avoir des vitesses d’autant plus faibles que l’on est près du centre, et donc un quadrupole inversé, et avec lui la figure de polarisation. Entre ces deux contributions, nous supposons que le gradient de vitesse est dominant au bord du puits de potentiel et que c’est donc là qu’il faut chercher la figure de polarisation principale [22, 73]. Ceci a été confirmé par les mesures récentes de polarisation (cf. Sect. 3.4.3) de DASI [74] et WMAP [72], qui montrent que le spectre de E et celui de la corrélation TE sont en accord avec ces considérations théoriques.

3.3.2 Perturbation vectorielle

Les perturbations vectorielles correspondent aux mouvements de vortex du fluide, qui ne sont pas nécessairement associés à des fluctuations de densité. Cette fois-ci, $\vec{v} \perp \vec{k}$, mais l’orientation de la vitesse change de π quand $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ [57]. Le mouvement du fluide orthogonal à la direction d’observation locale \vec{k} crée un effet Doppler dont les lobes piquent à 45° de \vec{k} et \vec{v} . Les lobes sont bien sûr inversés quand on observe suivant $-\vec{k}$. Le quadrupole associé à cette perturbation est Y_{21} , d’où le nom de vectoriel. Cette fois-ci la figure n’est plus invariante par parité dans le système radial, et donc :

Une perturbation vectorielle peut générer Q_r et U_r non nuls.

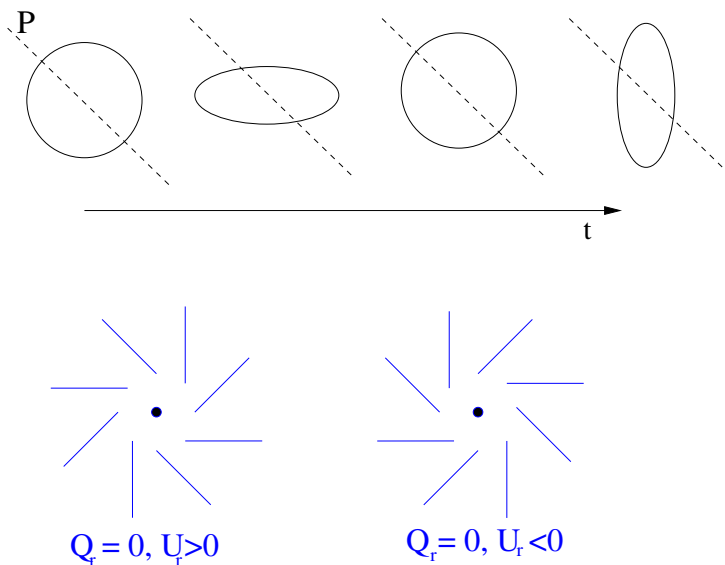


FIG. 3.8 – Déformation d’un cercle de particules test par le passage d’une onde gravitationnelle. Cette fois-ci, un plan quelconque passant par le centre du cercle initial de particules n’est pas plan de symétrie de la perturbation : elle n’est pas invariante par parité et peut donc générer Q_r et U_r . Pour la figure de polarisation, on fixe Q_r à 0 pour mettre l’accent sur la contribution de U_r .

Remarque importante : Dans le cas d’un univers de type inflationnaire, les perturbations vectorielles sont négligeables. On ne trouve de perturbations vectorielles que dans des modèles de type défauts topologiques qui présentent des sources de perturbation produites après la phase inflationnaire.

3.3.3 Perturbation tensorielle

Ces perturbations sont caractéristiques du passage d’une onde gravitationnelle, comme celles produites lors de la phase d’inflation par exemple. Si on l’observe suivant sa direction de propagation \vec{z} , l’onde déforme l’espace temps en comprimant la direction \vec{x} puis la direction \vec{y} (cf. Fig. 3.8). Ceci correspond au quadrupole Y_{22} . On voit sur la figure 3.8 que là encore, la perturbation n’est pas invariante par parité et que l’on peut donc attendre $U_r \neq 0$.

Une perturbation tensorielle peut générer Q_r et U_r non nuls.

3.4 Les champs de polarisation E et B

Comme nous l’avons présenté au paragraphe 2.4.3, c’est par l’étude statistique du CMB que l’on retire les informations physiques. Cela tient par nature au caractère stochastique des anisotropies du CMB, mais également au fait que l’on cherche à acquérir des informations sur l’Univers dans son ensemble. Il en est de même pour la polarisation.

Afin d’étudier statistiquement les anisotropies de polarisation, nous allons tout d’abord définir deux spectres de puissance analogues à celui de la température du point de vue conceptuel, mais techniquement différents. Nous montrerons ensuite comment ces spectres évoluent en fonction du modèle d’Univers considéré.

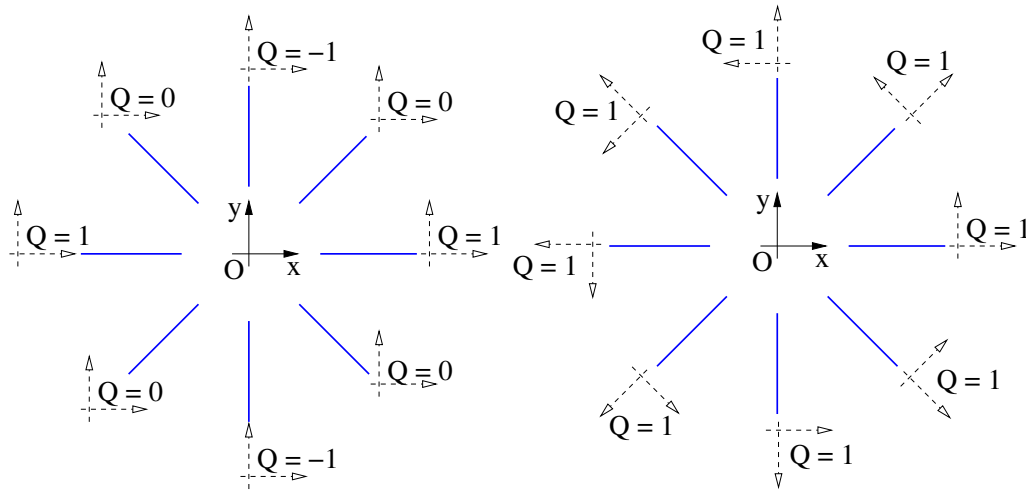


FIG. 3.9 – *Gauche* : Schéma des valeurs de Q au voisinage d’une surdensité dans un référentiel unique pour le plan de ciel. En moyenne $\langle I_0 Q \rangle = 0$. *Droite* : Schéma des valeurs de Q dans la base radiale en chaque point. Cette fois-ci $\langle I_0 Q \rangle \neq 0$.

3.4.1 Problématique

Afin de calculer les spectres de puissance de la polarisation, on serait tenté d’appliquer directement le formalisme développé pour les anisotropies de température à la polarisation. Mais on se heurte immédiatement à une difficulté technique : Q et U dépendent du choix des axes de référence, ne sont pas invariants par rotation autour de la ligne de visée. Ils doivent donc être tournés dans le référentiel du laboratoire avant d’être superposés⁷[90].

Afin d’illustrer cela, prenons la figure 3.9 (gauche) et considérons le voisinage d’une surdensité au point O . D’après 3.3.1, elle engendre une figure de polarisation radiale, qui est *donc corrélée à l’intensité*. Supposons à présent que l’on veuille calculer cette corrélation en termes des paramètres de Stokes. Nous allons estimer la corrélation entre I et Q , c’est-à-dire la moyenne sur les points à la distance θ :

$$\langle I_0 Q \rangle_\theta \quad \text{et} \quad \langle I_0 U \rangle_\theta$$

et de même pour U . Supposons qu’en chaque point du plan de ciel considéré, le référentiel choisi pour exprimer Q et U soit le référentiel “naturel” (\vec{e}_x, \vec{e}_y) . La figure 3.9 (gauche) montre alors que les valeurs autour de O de Q et U varient de telle sorte que les moyennes $\langle IQ \rangle$ et $\langle IU \rangle$ sont nulles. Ceci signifierait donc que la polarisation est décorrélée de la température, ce qui est faux dans ce cas précis. En revanche, si l’on refait le calcul dans la base radiale (cf. Fig. 3.9 droite), c’est-à-dire qu’à chaque paire de points que l’on prend lors du calcul des moyennes, on redéfinit Q et U dans un repère dont les axes sont définis *par rapport aux deux points*, et non par rapport à un choix arbitraire, on voit que cette fois-ci, Q et U sont constants, la symétrie de la figure est respectée et la corrélation est correctement évaluée.

Bien que délicat, le calcul tenant compte de cette rotation en tout point est faisable [90], mais ne s’exprime simplement que dans le cas des petites échelles. Afin de permettre une étude à toute échelle, il serait intéressant de manipuler des grandeurs scalaires comme la température, qui ne dépendent que de la direction d’observation et pas d’un autre choix de repère. Deux formalismes similaires sont apparus récemment (et simultanément) pour bâtir ces observables :

⁷Nous avons déjà été confrontés à un problème similaire lors du calcul de la diffusion Thomson au paragraphe 3.2.2.

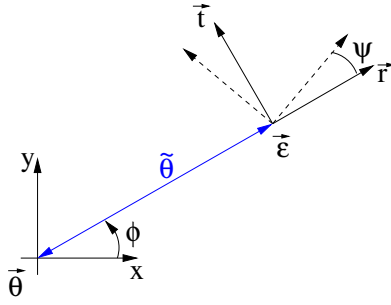


FIG. 3.10 – Conventions pour la construction de E et B dans l'espace réel sur le plan de ciel dans l'approximation des petits angles. On cherche à évaluer la contribution de la polarisation du point $\vec{\epsilon}$ à $E(\vec{\theta})$ et $B(\vec{\theta})$. $Q(\vec{\epsilon})$ et $U(\vec{\epsilon})$ dépendent du choix du repère local qui fait un angle ψ avec la direction radiale $\vec{r} = \vec{\epsilon} - \vec{\theta}$. $\tilde{\theta}$ est la distance entre les deux points $\vec{\theta}$ et $\vec{\epsilon}$.

- Kamionkowski, Kosowsky et Stebbins décrivent la polarisation à l'aide d'harmoniques sphériques tensorielles [68]
- Seljak et Zaldarriaga le font à l'aide d'harmoniques sphériques spinnées [126]

Le formalisme de Seljak et Zaldarriaga semble être devenu plus populaire (sans doute par le biais du code de simulation CMBfast [125]), et c'est celui que nous suivrons dans la suite de cet exposé. Il s'appuie sur la définition de deux nouvelles observables E et B .

3.4.2 Construction de E et B

Construction dans l'espace réel

Le but est de construire, par une *transformation linéaire et inversible*, à partir de Q et U , deux quantités E et B qui conservent la propriété de distinguer les types de perturbations (c'est-à-dire qui n'aient pas la même parité), mais qui soient invariantes par rotation autour de la ligne de visée. Nous nous plaçons pour cela dans l'approximation des petits angles en suivant [156], c'est-à-dire que l'on considère qu'on observe une petite zone du ciel et qu'on peut approcher le ciel par un plan.

Les notations utilisées dans ce paragraphe sont définies sur la figure 3.10. Les différents points du ciel $\vec{\theta}$ sont repérés par rapport à la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) . En chaque point, Q et U dépendent du choix d'un repère. On ne peut donc pas définir E et B localement par une transformation inversible, sans quoi eux aussi dépendraient du repère. Ils sont donc définis en un point par une fonction du voisinage :

$$\begin{aligned} E(\vec{\theta}) &= \int K_E(\vec{\theta}, \vec{\epsilon}) \mathbf{S}(\vec{\epsilon}) d^2\vec{\epsilon} \\ B(\vec{\theta}) &= \int K_B(\vec{\theta}, \vec{\epsilon}) \mathbf{S}(\vec{\epsilon}) d^2\vec{\epsilon} \end{aligned}$$

où K est le noyau de la transformation et \mathbf{S} désigne le vecteur de Stokes (Q, U) . Nous allons à présent évaluer la contribution du point $\vec{\epsilon}$ à $E(\vec{\theta})$ pour déterminer la forme de K . Nous cherchons une transformation linéaire, c'est-à-dire de la forme :

$$\delta E(\vec{\theta}) \propto \alpha_Q^E Q + \alpha_U^E U$$

Q et U dépendent du choix du repère local qui fait l'angle ϕ avec \vec{e}_x , donc $\alpha_{Q,U}^E$ doivent en dépendre également. Il faut aussi tenir compte *a priori* de la séparation entre $\vec{\theta}$ et $\vec{\epsilon}$. Aucune direction ne devant être privilégiée, seule la distance $\tilde{\theta}$ est prise en compte. Ainsi :

$$\delta E(\vec{\theta}) \propto \alpha_Q^E(\tilde{\theta}, \phi) Q + \alpha_U^E(\tilde{\theta}, \phi) U = w(\tilde{\theta}) [\alpha_Q^E(\phi) Q + \alpha_U^E(\phi) U]$$

Afin de simplifier les calculs, plaçons nous dans la base radiale (\vec{e}_r, \vec{e}_t) . On veut que E soit invariant par rotation, donc pour tout ψ :

$$\begin{aligned} \alpha_Q^E(0) Q_r + \alpha_U^E(0) U_r &= \alpha_Q^E(\psi) Q(\psi) + \alpha_U^E(\psi) U(\psi) \\ &= \alpha_Q^E(\psi) [Q_r \cos 2\psi + U_r \sin 2\psi] + \alpha_U^E(\psi) [-Q_r \sin 2\psi + U_r \cos 2\psi] \\ &= [\alpha_Q^E(\psi) \cos 2\psi - \alpha_U^E(\psi) \sin 2\psi] Q_r \\ &\quad + [\alpha_U^E(\psi) \cos 2\psi + \alpha_Q^E(\psi) \sin 2\psi] U_r \end{aligned}$$

et donc :

$$\begin{aligned} \alpha_Q^E(\psi) &= \cos 2\psi \alpha_Q^E(0) + \sin 2\psi \alpha_U^E(0) \\ \alpha_U^E(\psi) &= -\sin 2\psi \alpha_Q^E(0) + \cos 2\psi \alpha_U^E(0) \end{aligned}$$

On souhaite également que E soit invariant par parité, c'est-à-dire par réflexion d'axe \vec{r} . Le raisonnement mené au paragraphe 3.3.1 se reconduit ici : en notant avec un " ' " les observables dans le système réfléchi, on a

$$\begin{aligned} Q'_r &= Q_r \\ U'_r &= -U_r \end{aligned}$$

Donc $\alpha_U^E(\tilde{\theta}, 0) = 0$ d'où l'on tire finalement, en incluant la normalisation de $\alpha_Q^E(0)$ dans la pondération w , la forme de la transformation K_E :

$$\begin{aligned} \alpha_Q^E(\psi) &= w(\tilde{\theta}) \cos 2\psi \\ \alpha_U^E(\psi) &= -w(\tilde{\theta}) \sin 2\psi \end{aligned}$$

Nous avons déjà remarqué au paragraphe 3.3.1 qu'une perturbation scalaire (invariante par parité) ne pouvait générer que de la polarisation radiale $U_r = 0$. On montre ici que la construction d'une quantité invariante par parité à partir de Q et U ne peut se faire qu'à partir de Q_r .

$$\begin{aligned} E(\vec{\theta}) &= \int w(\tilde{\theta}') Q_r(\vec{\theta} + \vec{\theta}') d^2 \tilde{\theta}' \\ &= \int w(\tilde{\theta}') [Q(\vec{\theta} + \vec{\theta}') \cos 2\phi' + U(\vec{\theta} + \vec{\theta}') \sin 2\phi'] d^2 \tilde{\theta}' \end{aligned} \quad (3.30)$$

En suivant le même raisonnement pour B , on montre que :

$$\begin{aligned} B(\vec{\theta}) &= \int w(\tilde{\theta}') U_r(\vec{\theta} + \vec{\theta}') d^2 \tilde{\theta}' \\ &= \int w(\tilde{\theta}') [-Q(\vec{\theta} + \vec{\theta}') \sin 2\phi' + U(\vec{\theta} + \vec{\theta}') \cos 2\phi'] d^2 \tilde{\theta}' \end{aligned} \quad (3.31)$$

Parmi les pondérations possibles en fonction de la distance $\tilde{\theta}$, le choix de $w(\tilde{\theta}) = -1/\tilde{\theta}^2$ assure un lien simple avec la décomposition en harmoniques sphériques qui sera décrite au paragraphe suivant et utilisée par la suite.

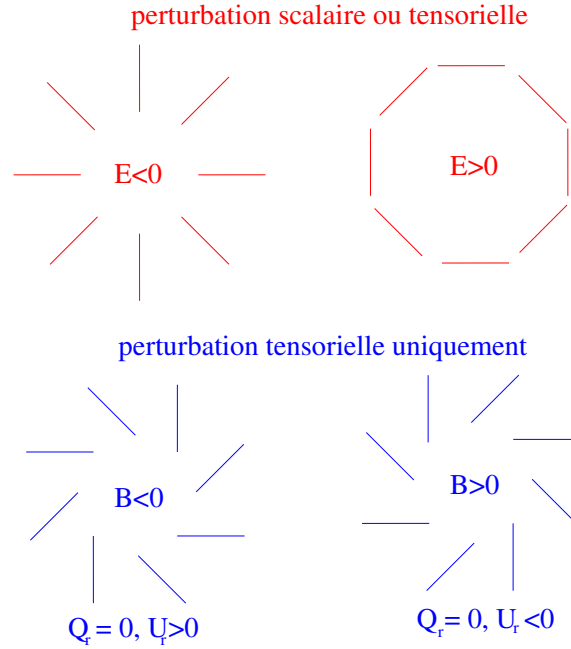


FIG. 3.11 – Schéma récapitulatif des valeurs des champs E et B et des figures de polarisation associées et de la nature de la perturbation qui les crée.

Comme nous l'avons montré en 3.3, les différents types de perturbations génèrent différentes figures de polarisation. En rapprochant cela de l'étude du paragraphe précédent, nous pouvons donc conclure que :

- une perturbation scalaire ne génère que Q_r , donc : $B = 0$
- une perturbation tensorielle génère Q_r et U_r : $E, B \neq 0$

Une détection de B non nulle signe donc la présence d'un fond d'ondes gravitationnelles primordiales.

En reprenant les figures 3.7 et 3.8, et les équations (3.30, 3.31), nous pouvons donc résumer l'allure des différentes observables de polarisation définies jusqu'ici en fonction de la perturbation qui les génère (Fig. 3.11).

Construction dans l'espace des Y_{lm}

Rappelons la relation (3.11) : une fois la base d'observation choisie dans le plan du ciel, une rotation d'un angle ψ autour de la ligne d'observation transforme (Q, U) en (Q', U') :

$$\begin{pmatrix} Q' \\ U' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\psi & \sin 2\psi \\ -\sin 2\psi & \cos 2\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ U \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

En notant \hat{n} le vecteur unitaire qui définit la direction d'observation, on peut alors écrire :

$$(Q \pm iU)'(\hat{n}) = e^{\mp 2i\psi} (Q \pm iU)(\vec{n}) \quad (3.33)$$

Cette relation caractérise $(Q \pm iU)$ comme une grandeur "de spin 2" sur la sphère⁸. La base naturelle de décomposition de ces fonctions est celle des harmoniques sphériques spinées⁹ de

⁸Plus généralement, une fonction ${}_s f$ est dite de "spin s " si lors de cette rotation elle se transforme suivant ${}_s f = e^{-is\psi} {}_s f$.

⁹Quelques propriétés de ces fonctions sont rappelées en annexe C.

spin 2 :

$$(Q \pm iU)(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{\pm 2, lm} Y_{lm}(\hat{n}) \quad (3.34)$$

Newmann & Penrose [99] ont alors montré qu'il existait un opérateur ∂ et son conjugué $\bar{\partial}$ qui permettaient d'augmenter ou diminuer le spin d'une fonction spinnée d'une unité. Ainsi, en l'appliquant deux fois à $(Q \pm iU)$, on peut bâtir deux quantités de spin 0, c'est-à-dire scalaires, qui ne dépendent plus que de la position (θ, ϕ) sur la sphère, et plus du choix de la base de définition de $Q(\psi)$ et $U(\psi)$:

$$\bar{\partial}^2(Q + iU) = \sum_{lm} \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{1/2} a_{2, lm} Y_{lm}(\hat{n}) \quad (3.35)$$

$$\partial^2(Q - iU) = \sum_{lm} \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{1/2} a_{-2, lm} Y_{lm}(\hat{n}) \quad (3.36)$$

$$(3.37)$$

E et B étant scalaires, elles se décomposent sur la base des harmoniques sphériques usuelles Y_{lm} . Elles sont reliés aux deux quantités précédentes par la relation suivante :

$$\begin{aligned} a_{E, lm} &= \frac{a_{2, lm} + a_{-2, lm}}{2} \\ a_{B, lm} &= i \frac{a_{2, lm} - a_{-2, lm}}{2} \end{aligned}$$

Soit (x, y) le système de coordonnées (orthogonal à la direction d'observation) choisi pour définir Q et U . Si Q' et U' sont les valeurs des paramètres de Stokes pour la même onde incidente mais relativement à la base $(-x, y)$, alors :

$$Q' = Q \quad U' = -U$$

Par conséquent, relativement à la base $(-x, y)$:

$$\begin{aligned} a_{E', lm} &= \frac{a'_{2, lm} + a'_{-2, lm}}{2} \\ &= \frac{a_{-2, lm} + a_{2, lm}}{2} \\ &= a_{E, lm} \end{aligned} \quad (3.38)$$

et en revanche le même calcul conduit à

$$a_{B', lm} = -a_{B, lm} \quad (3.39)$$

On retrouve ainsi les résultats du paragraphe précédent, exprimés cette fois-ci dans l'espace des harmoniques sphériques.

E et B sont des champs scalaires.
Sous un changement de parité du repère local d'observation, E est invariant et B change de signe.

La définition d'observables qui se décomposent suivant les harmoniques sphériques Y_{lm} , permet à présent de traiter statistiquement la polarisation, de manière analogue à la température.

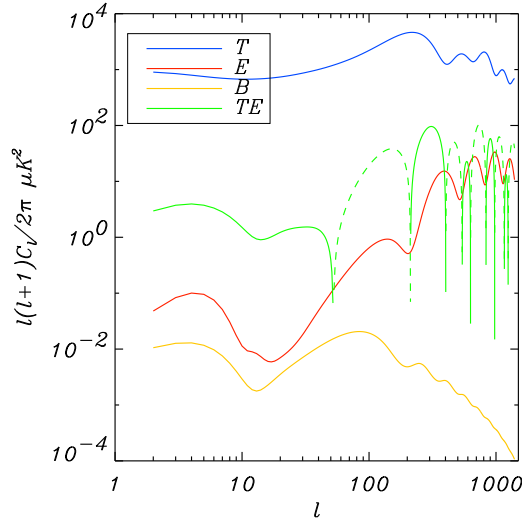


FIG. 3.12 – Spectres de puissance des anisotropies de température et de polarisation pour le modèle Λ CDM [5]. Les pointillés correspondent aux parties anti-corrélées entre la température et le mode E .

3.4.3 Spectres de puissance de la polarisation

Définition

Afin d'étudier complètement le CMB, il faut donc ajouter à l'étude du spectre de puissance de sa température celle des modes E et B . On dispose donc de trois observables, qui permettent de former six corrélations à deux points : TT , EE , BB , TE , TB , EB . B étant de parité inverse à T et E , les spectres de TB et EB sont nuls¹⁰. Il ne reste donc plus que quatre spectres définis en analogie avec celui de la température par :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^{T*} a_{l'm'}^T \rangle &= C_l^T \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{E*} a_{l'm'}^E \rangle &= C_l^E \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{B*} a_{l'm'}^B \rangle &= C_l^B \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{T*} a_{l'm'}^E \rangle &= C_l^{TE} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned}$$

Ces spectres pour le modèle Λ CDM le plus proche des mesures de WMAP [5] est représenté sur la figure 3.12. On remarque que les spectres de puissance de la polarisation sont au mieux un ordre de grandeur plus faibles que la température. Les pics du mode E correspondent aux pics de vitesse des oscillations du fluide primordial et sont donc déphasés avec les pics de température. Les (anti)corrélations correspondent au signe choisi pour E autour d'une (sur)sous-densité (cf. 3.4.2). Le mode B est encore plus faible que le mode E , puisque dans le cadre général des théories inflationnaires, les perturbations tensorielles qui le produisent sont de plus faible amplitude que les perturbations scalaires.

Tout comme la température, les spectres de polarisation varient en fonction des paramètres cosmologiques. Leur mesure apporte donc tout d'abord une redondance précieuse par rapport à leur détermination à partir de la température, et améliorent la précision des estimations. Mais plus important encore, ces mesures permettent de lever des dégénérescences entre certains paramètres cosmologiques, et fournissent également des informations sur l'inflation, inaccessibles autrement. Ce sont ces deux derniers points sur lesquels nous souhaitons insister pour motiver la mesure de la polarisation. Nous nous appuyerons pour cela sur les mesures les plus récentes.

¹⁰Une démonstration explicite est fournie en annexe D.2.2

Mesures expérimentales

La figure 3.13 résume les limites supérieures à la polarisation apportées depuis Penzias et Wilson en 1965 jusqu'en septembre 2002. C'est alors que DASI, interféromètre opérant au pôle Sud, à des fréquences allant de 26 à 36 GHz, a rapporté la première détection du mode E à 4.9σ [74]. Cette mesure est encore à ce jour la seule mesure publiée du mode E .

En février 2003, WMAP a rendu public les résultats issus de sa première année de prises de données. La mesure du spectre de température a déjà été mentionnée au paragraphe 2.4. sur la figure 3.14, on remarque que le spectre de TE [72] (au centre) présente une forte remontée à bas l , caractéristique d'une réionisation de forte épaisseur optique $\tau = 0.17 \pm 0.04$. Cette valeur a surpris la communauté et remet en cause les modèles de formation des étoiles et des structures. Cet exemple montre la nécessité de mesurer la polarisation du CMB si l'on veut en extraire le maximum d'informations. On attend encore, pour très prochainement l'estimation du mode E par WMAP.

Parallèlement à cela, d'autres équipes travaillent activement sur la mesure de la polarisation¹¹. On notera en particulier BOOMERanG qui a volé en Janvier 2003 équipé de PSB et dont les données sont en cours d'analyse, MAXIPOL qui doit voler au printemps 2003 avec dans ce cas un polariseur qui tourne devant le plan focal. Enfin, d'autres projets, au sol et en ballon, ou en orbite sur la station internationale (SPORt) devraient voir le jour en attendant PLANCK en 2007.

La mesure de la polarisation n'en est donc qu'à ses débuts. Mais ces débuts étant extrêmement prometteurs, sa quête est un domaine de recherche particulièrement actif aujourd'hui.

Levées de dégénérescences et contraintes de l'inflation

L'exemple le plus frappant est sans doute celui du couple de paramètres (n_s, τ) , où n_s est l'indice spectral des perturbations scalaires et τ l'épaisseur optique de la réionisation. Lorsque l'indice spectral augmente, la puissance des anisotropies, donc l'amplitude des pics du spectre (en particulier à haut l) augmente également. Cet effet peut être compensé par une hausse de τ , puisque l'effet de la réionisation sur les C_l est une atténuation par $\exp(-2\tau)$. Ceci est illustré sur la figure 3.14.

Cependant, lors de la réionisation, les photons CMB diffusent à nouveau sur des électrons et acquièrent donc de la polarisation. Ceci se produisant plus tard que la recombinaison, le regain de puissance apparaît sur les spectres à bas l . L'effet est peu visible sur le spectre de température, car l'effet Sachs–Wolfe intégré domine, et la variance cosmique devient importante à cette échelle. En revanche, la polarisation ne subissant pas l'effet Sachs–Wolfe, l'empreinte de la réionisation sur son spectre est très nette, et permet de lever la dégénérescence avec n_s .

Le mode E étant dû aux perturbations scalaires qui créent également les anisotropies de température, la majeure partie de l'information qu'il recèle est présente dans la mesure de TE . Cependant, la mesure de E peut apporter des informations supplémentaires sur la réionisation : les figures 3.15 montrent comment E permet de distinguer différents modèles de réionisation, ce que ne peuvent pas faire la température et le mode TE seuls [55]. Dans chaque cas les sources d'ionisation se trouvent dans des halos de matière noire dont l'abondance est décrite par des simulations à N corps [61]. Le premier modèle suppose que les halos qui ont une température de viriel T_{vir} supérieure à 10^4 K (halos massifs) contiennent du métal dans la fonction de masse initiale, contrairement aux "minihalos" ($T_{vir} < 10^4$ K. Le second suppose que les minihalos ne contribuent pas, tandis que la contribution des halos massifs est accrue. Le troisième modèle suppose qu'il existe une transition brutale entre les étoiles sans métal et les étoiles ordinaires à $z \simeq 14$ [153]. Le quatrième modèle suppose que les minihalos sont plus efficaces que dans le premier modèle. Enfin, le cinquième modèle suppose que la formation stellaire engendre une

¹¹Pour une revue, voir [47]

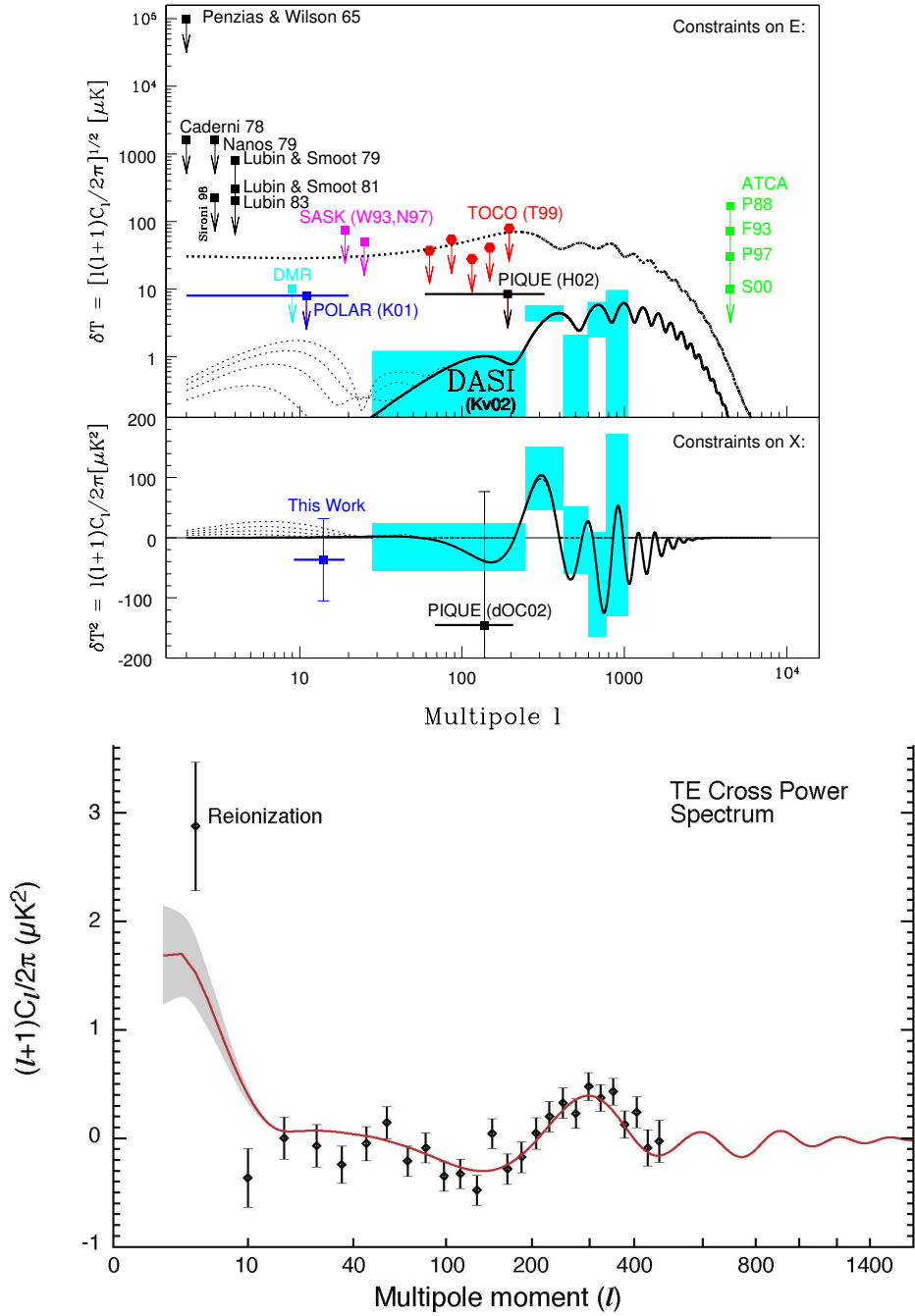


FIG. 3.13 – *Gauche* : Etat des lieux des limites supérieures à la polarisation et première détection par DASI. Figure tirée de [97]. *Droite* : Mesure du spectre TE par WMAP [72].

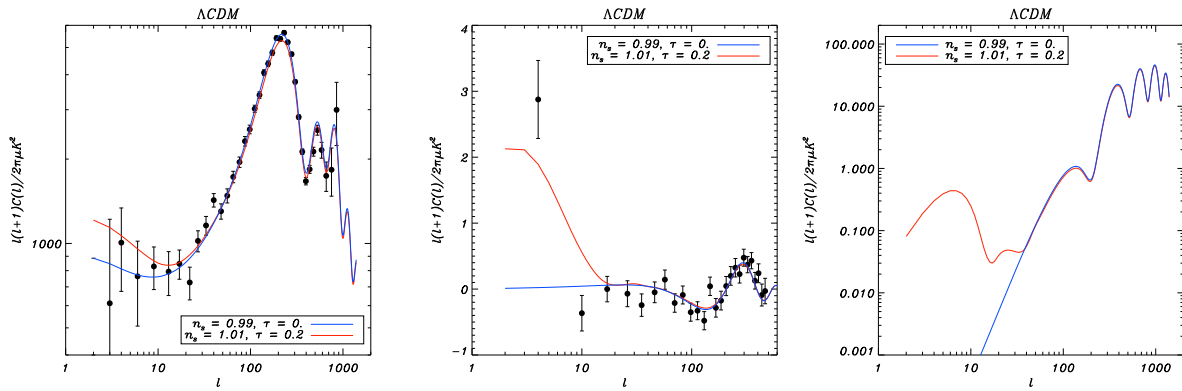


FIG. 3.14 – Spectres de puissance des anisotropies de température (*gauche*), de corrélation température–polarisation (*centre*) et de polarisation (*droite*) dans le cadre d’un univers Λ CDM, comparé aux données de WMAP [5]. Les mesures des anisotropies de la température ne suffisent pas à distinguer clairement l’effet de l’indice spectral des perturbations scalaires et de la réionisation. La polarisation permet de lever en partie cette dégénérescence entre n_s et τ .

contre–réaction qui ionise les molécules d’H2 vers $z \simeq 21$. Chacun de ces modèles est compatible avec les données de WMAP [72].

Concernant la possibilité qu’offre la polarisation d’étudier les modes tensoriels, la figure 3.16 illustre l’apport de la mesure du mode B pour la détermination de l’indice spectral tensoriel n_T . Nous avons choisi ici un modèle Λ CDM dans lequel nous avons fait varier seulement n_T . La température et les modes scalaires de polarisation sont très peu sensibles à ce paramètre. En revanche, si le mode B est mesuré à la précision de la variance cosmique, on peut espérer placer de fortes contraintes sur la valeur de n_T .

Contraintes sur les paramètres cosmologiques

Quelle précision supplémentaire sur les paramètres cosmologiques la polarisation apporte–t–elle par rapport à la température ?

Afin de répondre à cette question, il faut connaître la précision avec laquelle sont mesurés les C_l , ainsi que leur dépendance en fonction des Ω_i . La matrice de Fisher est définie par :

$$F_{ij} = \sum_l \sum_{X,Y} \frac{\partial C_l^X}{\partial \Omega_i} \text{Cov}^{-1}(\hat{C}_l^X, \hat{C}_l^Y) \frac{\partial C_l^Y}{\partial \Omega_j} \quad (3.40)$$

où Cov désigne la matrice de covariance des estimateurs des spectres¹². L’erreur minimale sur la détermination d’un paramètre cosmologique Ω_i est alors donnée par $\sqrt{(F^{-1})_{ii}}$, et les termes hors–diagonale $(F^{-1})_{ij}$ sont quant à eux reliés aux covariances entre deux paramètres. Une dégénérescence entre deux paramètres se traduit alors par un ensemble de valeurs équiprobables du couple (Ω_i, Ω_j) . L’expression (3.40) montre que *la matrice de Fisher dépend du modèle choisi $C_l(\Omega_i)$ et des paramètres cosmologiques sélectionnés pour le décrire*. Une étude complète de cette problématique dépasse le cadre de cet exposé et a déjà été menée par [154]. Nous en résumons ici les principaux résultats.

L’amplitude des C_l du spectre de température intègre les effets des anisotropies primaires et secondaires, en particulier l’effet de la réionisation, si bien que les deux contributions sont difficilement séparables, en particulier à bas l où la variance cosmique est importante. Nous avons déjà vu une illustration de cela pour la dégénérescence entre n_s et τ au paragraphe 3.4.3 ;

¹²La matrice de covariance des C_l est donnée en annexe D.2.

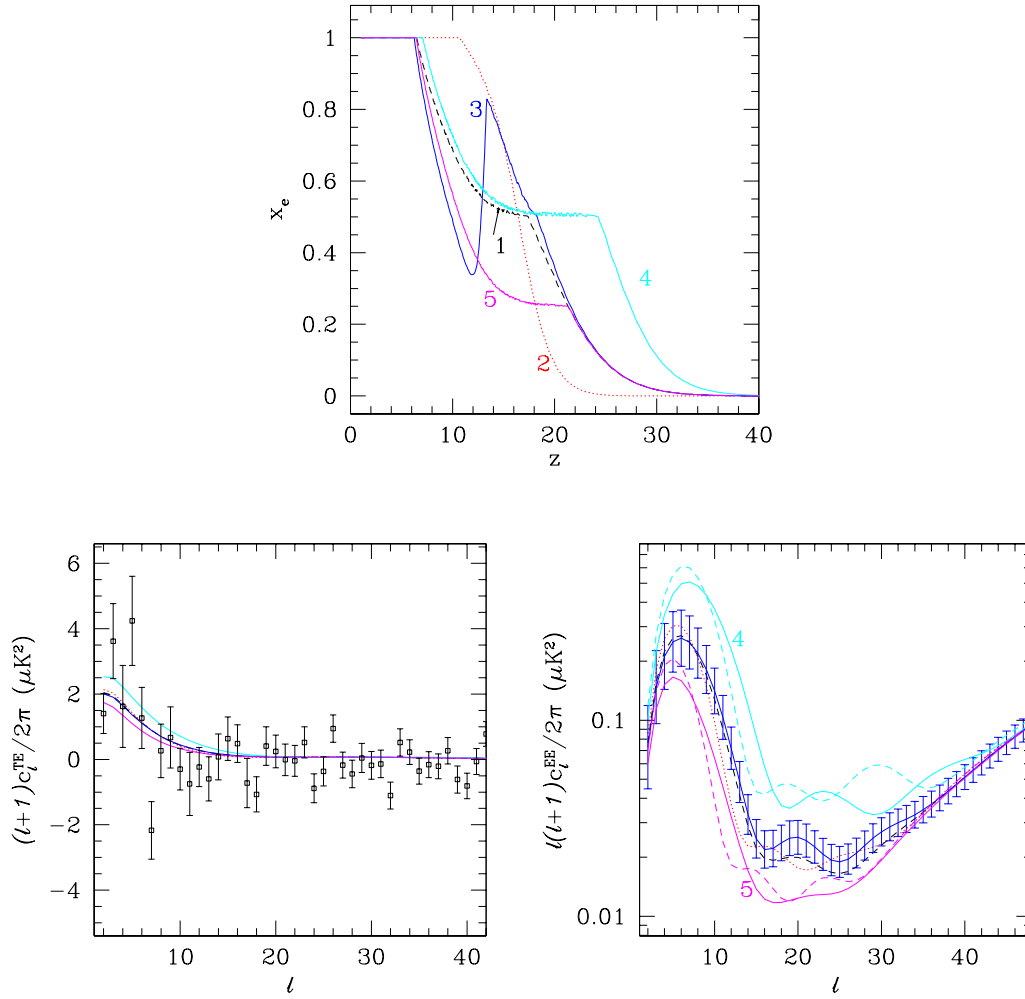


FIG. 3.15 – *Haut* : Evolution du taux d'ionisation de l'Univers en fonction du *redshift* pour 5 modèles différents de réionisation proposés par [55]. *Bas-gauche* : Spectre *TE* du CMB prédit par ces 5 modèles comparés aux points de mesures de WMAP [72]. *Bas-droite* : Spectre du mode *E*. Celui-ci permet de séparer les modèles.

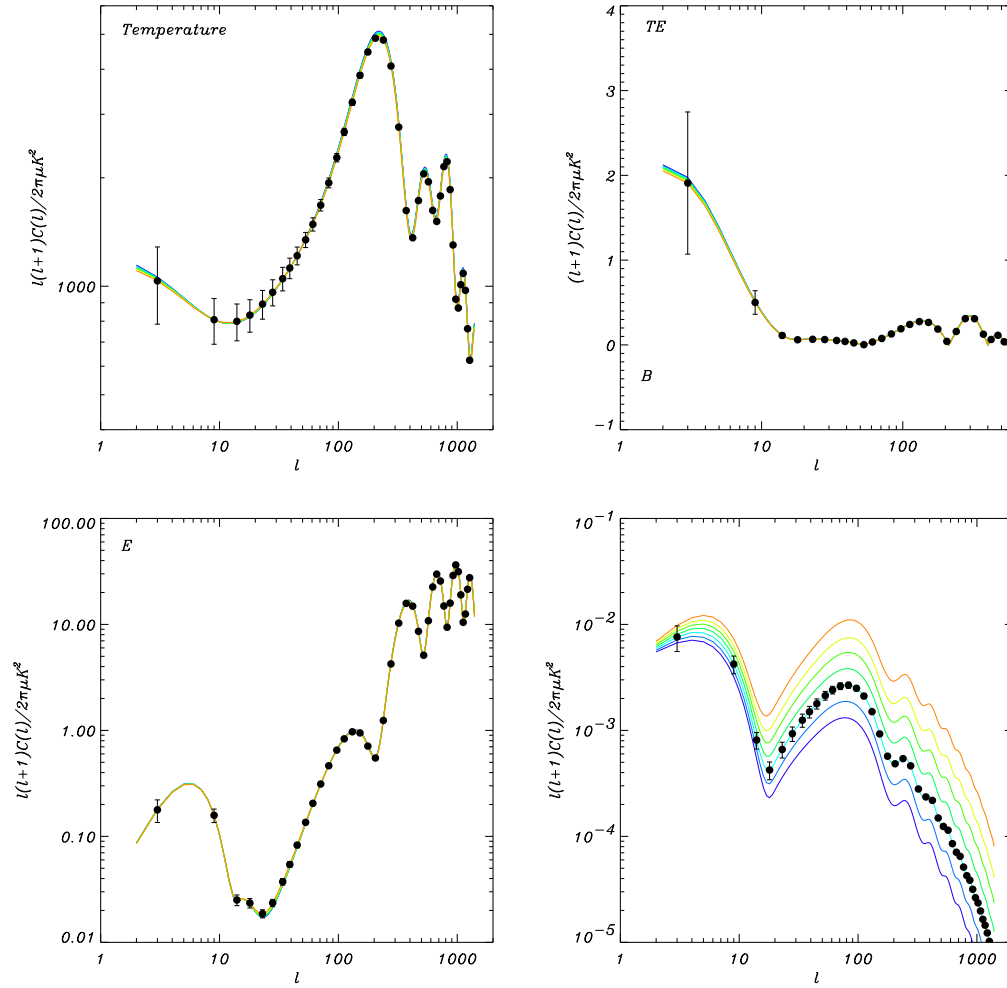


FIG. 3.16 – Spectres de puissance des anisotropies de température, de corrélation température–polarisation et de polarisation dans le cadre d’un Univers Λ CDM pour un indice tensoriel variant régulièrement de -0.5 à 0.1. Les barres d’erreur représentées sont uniquement dues à la variance cosmique.

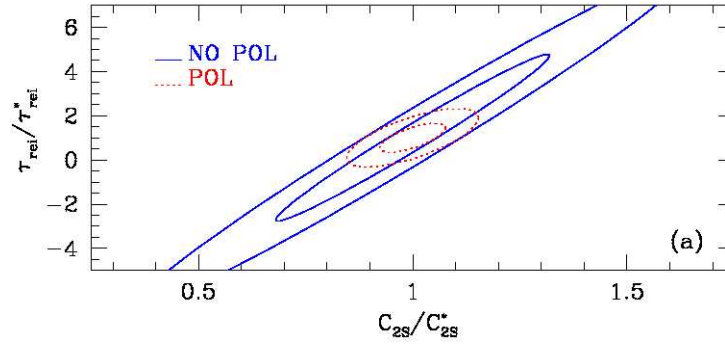


FIG. 3.17 – Ellipses de contraintes sur le quadrupole C_2 et l'épaisseur optique de la réionisation τ , avec ou sans l'information apportée par la polarisation [154]. Les valeurs avec une étoile correspondent aux paramètres du modèle pris pour la simulation.

il en est de même pour le quadrupole C_2 et τ . La mesure du quadrupole est souvent utilisée comme normalisation du spectre des perturbations. Là encore, la sensibilité particulière de la polarisation à la réionisation permet de lever la dégénérescence. La figure 3.17 montre les contours équiprobables du couple (C_2, τ) , déterminés avec ou sans l'information de la polarisation

Lorsqu'elle ne permet pas de briser des dégénérescences, en apportant des mesures supplémentaires la polarisation permet toutefois d'améliorer la précision sur la détermination des paramètres cosmologiques. Ceci est illustré par les contours obtenus sur les densités de matière et de matière baryonique par rapport à la constante de Hubble (Fig. 3.18) : les contours à 68% CL dans le cas de la température seule deviennent des contours à 95% CL en incluant la polarisation.

La mesure du mode B , comme nous l'avons déjà mentionné, ouvre la voie vers l'étude des perturbations tensorielles générées lors de l'inflation, et permet donc en particulier de contraindre leur contribution par rapport à celle des perturbations scalaires, caractérisée par le paramètre $r \equiv \mathcal{T}/\mathcal{S}$, défini comme le rapport des amplitudes des deux spectres :

$$\mathcal{S} \equiv 6 C_2^{T, scal} \quad (3.41)$$

$$\mathcal{T} \equiv 6 C_2^{T, tens} \quad (3.42)$$

Les figures 3.19 montrent les ellipses de contraintes entre r et l'indice spectral scalaire n_S (noté n sur la figure), ainsi qu'entre r et τ [70], superposées aux contours prédits par divers modèles d'inflation. On note là encore l'apport de la mesure de la polarisation sur la précision des paramètres.

Pour conclure ce paragraphe, nous retiendrons que la mesure de la polarisation améliore significativement la détermination des paramètres cosmologiques et qu'elle est nécessaire pour briser des dégénérescences que la température ne peut pas lever. Enfin, elle ouvre la voie vers une contrainte des modèles d'inflation par l'intermédiaire de la mesure des modes B .

Cependant, les deux modes de polarisation, en particulier le mode B , sont d'amplitude très faible (au mieux un ordre de grandeur plus faible que la température) et leur mesure est particulièrement délicate. D'autre part, certaines émissions d'avant-plans sont également polarisées et constituent un obstacle à la détermination des spectres de C_l^E et C_l^B . C'est le cas de la poussière Galactique, présentée au chapitre suivant.

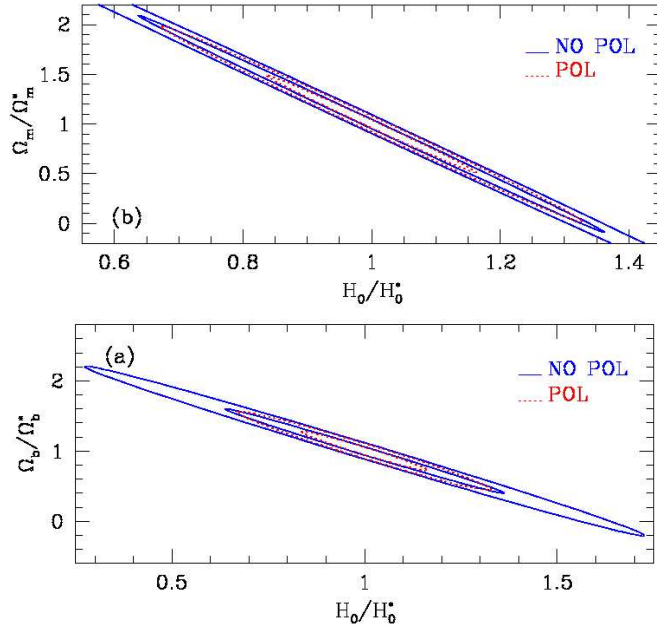


FIG. 3.18 – Ellipses de contraintes sur les densités de matière et de matière baryonique ainsi que sur le paramètre de Hubble en incluant ou non les mesures de polarisation [154]. Les valeurs avec une étoile correspondent aux paramètres du modèle pris pour la simulation.

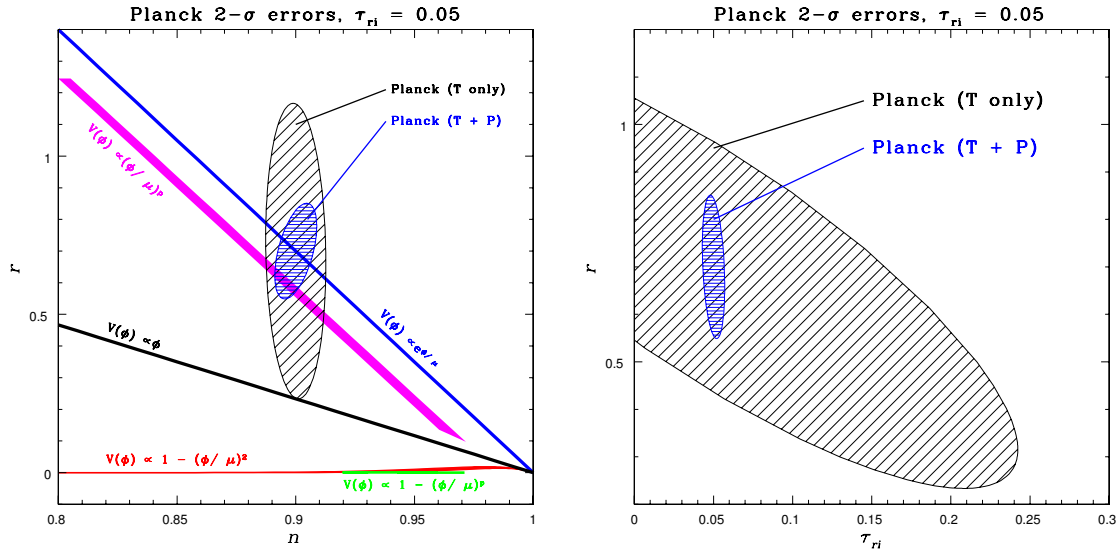


FIG. 3.19 – *Gauche* : Ellipses de contraintes entre le rapport d'amplitudes des modes tensoriels et scalaires r , et l'indice spectral scalaire n_s (noté n ici) prévues pour Planck, en incluant ou non la polarisation. *Droite* : Même chose pour r et τ . Les figures sont tirées de [70].

Chapitre 4

Émission thermique polarisée de la poussière galactique

Le Milieu InterStellaire (MIS) est principalement constitué de matière sous deux états : du *gaz*, principalement d'hydrogène (74% de la masse totale du MIS) et des grains de matière solide : *la poussière*. Ces deux composantes participent au cycle de formation et de destruction des étoiles. Celles-ci se forment par effondrement de matière interstellaire, brillent quelques milliards d'années, et restituent une partie de leur masse sous forme de poussière lorsqu'elles s'éteignent.

Le cycle de vie des étoiles relie leur composition chimique à celle de la poussière. Les grains se forment par nucléation et croissance dans l'environnement d'étoiles en fin de vie, généralement les Géantes du diagramme d'Hertzsprung–Russel. Le milieu circumstellaire étant principalement constitué de Carbone, Oxygène, Azote, Silicium, Magnésium, Fer et Soufre, ces éléments se retrouvent dans les grains. Plus précisément, l'Oxygène se liant préférentiellement au Carbone, les grains issus de milieux riches en Carbone seront composés de *graphite* [35] ; lorsque le milieu est au contraire riche en Oxygène, celui-ci ne pouvant se trouver sous forme solide, il se lie au Silicium et forme des grains de *silicate* avec le Magnésium, le Fer et l'Aluminium [138].

Bien que relativement peu abondante (seulement 1% de la masse du gaz), la poussière est responsable de 30% de l'émission énergétique de la Galaxie qu'elle rayonne dans le domaine submillimétrique. Cette énergie provient de sa grande efficacité d'absorption du rayonnement stellaire dans les domaines visible et ultra-violet. Cette intense émission, associée au fait que le MIS est optiquement mince dans le domaine submillimétrique, permet de sonder la quasi-totalité de la matière, y compris dans des régions denses. Cette propriété constitue, avec les informations qu'elle apporte sur la physique stellaire, les deux principales motivations de l'étude de la poussière.

Deux autres aspects de la poussière sont plus directement reliés à l'étude du CMB. Premièrement, son intense émission aux fréquences supérieures à la centaine de GHz fait d'elle un avant-plan significatif pour la détermination des fluctuations du fond diffus. Deuxièmement, l'émission de la poussière doit être polarisée : elle constitue donc un avant-plan également pour la mesure de la polarisation du CMB.

L'objet du prochain paragraphe est de revoir brièvement les principaux arguments en faveur de la polarisation de l'émission thermique des poussières. Nous donnons ensuite un ordre de grandeur du degré de polarisation que l'on peut attendre dans le domaine submillimétrique à partir des observations existantes dans l'optique. Nous concluons par une estimation des propriétés statistiques de cette polarisation en comparaison des spectres de puissance des anisotropies du CMB, en température et polarisation.

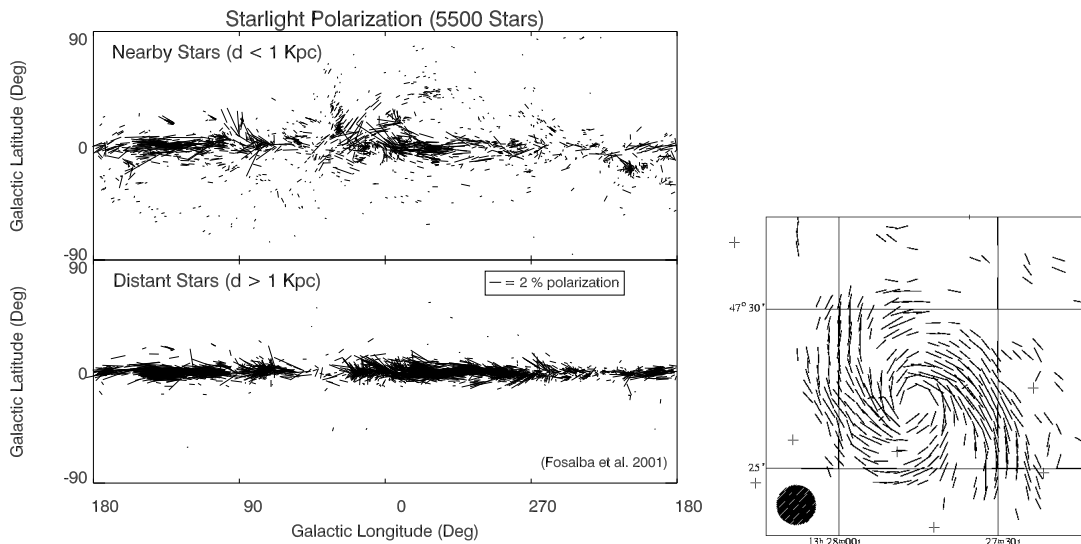


FIG. 4.1 – *Gauche* : Etat des lieux des mesures de polarisation de l’émission optique des étoiles due à l’absorption par la poussière interstellaire [31]. Chaque vecteur représente la direction de polarisation et a une longueur proportionnelle au degré de polarisation. *Droite* : Observation du champ magnétique de M51 [11].

4.1 Polarisation de l’émission de la poussière galactique

Depuis Hiltner [51] et Hall [43] en 1949, de nombreuses observations de l’extinction du rayonnement des étoiles par la poussière interstellaire ont confirmé que cette absorption engendrait de la polarisation. L’explication naturelle de ce phénomène est que les grains sont asymétriques et alignés par rapport au champ magnétique. Les grains les plus abondants sont d’une taille inférieure à $0.1 \mu\text{m}$. Qualitativement, on peut donc supposer que les longueurs d’ondes optiques sont grandes devant les grains et que le champ électrique est alors constant sur tout le grain. Ce champ polarise alors les atomes du grain diélectrique, générant ainsi un ensemble de dipôles, qui vont rayonner à leur tour. L’intensité perçue par un observateur subit alors une *extinction* qui est le résultat de la diffusion de l’onde rayonnée par les grains, de l’absorption au sein des diélectriques non parfaits et de l’interférence destructive dans le sens de propagation entre l’onde incidente transmise et l’onde rayonnée par les grains. Du fait qu’il y a davantage de dipôles créés suivant la dimension du grain la plus grande, l’extinction se produit préférentiellement suivant cette direction. La polarisation observée dans le domaine visible est donc orientée *perpendiculairement* au grand axe des grains.

D’autre part, la poussière ré-émet par rayonnement thermique l’énergie qu’elle absorbe dans l’optique. Cette émission est bien modélisée par un spectre de Planck à 17.5 K modifié par une émissivité τ normalisée à la densité colonne d’hydrogène N_H : $\tau/N_H = 1.0 \cdot 10^{-25} (\lambda/250\mu\text{m})^{-2} \text{cm}^2$ [15]. Elle se fait donc principalement dans le domaine submillimétrique (submm par la suite), c’est pourquoi les bolomètres à 353 GHz ($850 \mu\text{m}$) d’Archeops et de PLANCK-HFI y sont très sensibles. De même que l’absorption de la lumière optique se fait principalement suivant le grand axe des grains, d’après la loi de Kirchhoff, l’émission thermique millimétrique se fait également suivant cette direction. *La direction de la polarisation de l’émission thermique est donc orthogonale à la direction de polarisation observée dans l’optique.*

Cependant, pour que le niveau de polarisation soit significatif, il faut que l’alignement des grains soit effectif. Pour cela, de nombreux mécanismes d’alignement des grains ont été proposés.

4.2 Alignement des grains de poussière avec le champ magnétique

Les mesures accumulées au fil des ans, et leur comparaison aux observations du rayonnement synchrotron, confirment la forte corrélation qui existe entre cet alignement et le champ magnétique galactique. Dès 1951, Davis & Greenstein (DG) proposent un mécanisme d'alignement paramagnétique qui conduit les grains à avoir *leur grand axe perpendiculaire au champ*, en bon accord avec les observations expérimentales. La figure 4.1 montre l'état des lieux de la distribution des angles de polarisation mesurés dans l'optique en 2000¹ [31]. Cette allure est cohérente avec un champ magnétique situé principalement dans le plan de la Galaxie, en accord avec les observations de rotation de Faraday dans le cas d'un champ magnétique suivant les bras spiraux, et comme observé sur M51 (cf. Fig. 4.1). D'autre part, l'arc des vecteurs de polarisation à haute latitude suit l'éperon du Nord polaire galactique, qui est également une figure bien connue du domaine radio. Le champ magnétique jouant un rôle clef dans les scénarios de formation d'étoiles à partir de l'accrétion de poussière, on mesure l'intérêt des informations que peut apporter la poussière sur son orientation et sa cohérence, même en dehors du contexte de l'étude du CMB. Bien que mis en défaut et modifié plusieurs fois depuis, le modèle DG a servi de point de repère jusqu'en 1995. En effet, le lien entre l'orientation des grains et le champ magnétique est devenu moins clair avec, entre autres, les observations suivantes :

- Les grains de poussière sont de tailles variées, et les plus petits d'entre eux sont peu ou pas alignés (cf. par exemple [88])
- Une part importante des grains dans les nuages moléculaires ne sont pas alignés (cf. par exemple [40])
- Les grains peuvent être alignés avec *leur grand axe parallèle au champ* [116].

Plusieurs modèles d'alignement, magnétiques et mécaniques ont été proposés comme alternative au mécanisme DG (voir par exemple [78] pour une revue historique). Actuellement, le modèle qui semble favorisé par les données est celui des *couples radiatifs* : la forme irrégulière des grains engendrerait une diffusion anisotrope de la lumière, ce qui mettrait les grains en rotation, renforcerait le mécanisme DG, et alignerait donc les grains *orthogonalement au champ magnétique*. L'idée remonte à 1976 [26], mais son plein essor date de 1996 quand les premières simulations numériques ont pu être effectuées [29]. Le modèle est actuellement toujours en cours de développement.

Pour conclure, après une cinquantaine d'années d'observations et de développements théoriques, la question de l'origine de l'alignement des grains de poussière avec le champ magnétique est toujours débattue. En outre, il n'est pas exclu que plusieurs mécanismes existent en pratique et dominant dans des environnements différents. Toute nouvelle observation est donc d'une grande importance pour la compréhension de ce phénomène et pour pouvoir contraindre le champ magnétique galactique.

4.3 Polarisation de l'émission thermique

Si ce sont les mêmes grains de poussière qui sont responsables de la polarisation optique et de l'émission thermique (submm) dominante, alors le fait que celle-ci doive être polarisée et orthogonale à la polarisation optique n'est pas remis en cause. Ceci a par ailleurs pu être vérifié expérimentalement sur Orion [49]. La cohérence observée de la polarisation optique laisse donc

¹La première figure similaire date de 1975 [127] et permettait déjà de tirer les mêmes conclusions.

envisager une polarisation submm tout aussi cohérente.

4.3.1 Ordre de grandeur

Nous proposons ici une estimation au premier ordre du degré de polarisation submm. Pour cela nous allons relier le degré de polarisation optique (indice V) aux épaisseurs optiques du nuage (dans le domaine visible) τ_V , suivant deux directions de polarisation orthogonales. Nous supposons ensuite comme [132] que les épaisseurs optiques τ_{mm} dans le domaine submm suivant ces deux directions, si elles ne sont pas égales à celles du domaine optique, sont dans le même rapport².

Nous notons 1 et 2 deux directions orthogonales fixes suivant notre ligne de visée par rapport auxquelles nous définissons la polarisation. Le degré de polarisation dans le visible de l'émission d'une étoile émettant un flux F et vue au travers d'un nuage de poussière est alors défini par :

$$p_V \equiv \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} = \frac{10^{-0.4m_1} - 10^{-0.4m_2}}{10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2}} \quad (4.1)$$

où m est la magnitude de l'étoile $m \equiv -2.5 \log F$. La différence d'extinction $\Delta m \equiv m_1 - m_2$ entre les deux directions 1 et 2 étant faible, la relation précédente se simplifie en

$$p_V = -1/2 \ln 10 \times 0.4 \Delta m = -0.46 \Delta m \quad (4.2)$$

Si l'on note avec un indice $_0$ les valeurs de la magnitude et du flux de l'étoile qu'on observerait sans la présence du nuage intermédiaire, on définit l'extinction A_V par

$$m = -2.5 \log F = m_0 + A_V \quad (4.3)$$

donc :

$$A_V = 2.5 \log(e) \tau_V = 1.085 \tau_V = 1.085 \frac{\tau_{V_1} + \tau_{V_2}}{2} . \quad (4.4)$$

On a également la loi empirique [150, 41] :

$$p_V = 0.03 A_V . \quad (4.5)$$

D'autre part, l'émissivité à $850 \mu\text{m}$ vaut $\tau/N_H \simeq 9 \cdot 10^{-27} \text{cm}^2$ [15], pour un rapport $N_H/A_V \simeq 1.9 \cdot 10^{-21}$ [123], ce qui conduit à $\tau/A_V \sim 10^{-5}$. Les lignes de visées les plus denses dans le plan Galactique ont une extinction de l'ordre de $A_V \simeq 20$, τ est donc finalement de l'ordre de 10^{-4} . La poussière est donc optiquement mince dans le domaine submm. Un observateur du rayonnement submm n'est donc sensible qu'à la somme de l'intensité émise le long de la ligne de visée, il n'y a pas d'effet d'absorption. On mesure donc à la fréquence ν :

$$\begin{aligned} I_{mm} &= \tau_{mm} B_{mm}(T) \\ &= \tau_{mm_1} \frac{B_{mm}(T)}{2} + \tau_{mm_2} \frac{B_{mm}(T)}{2} \end{aligned}$$

où $B_{mm}(T)$ désigne la loi de Planck à la température T , et le degré de polarisation est alors défini par :

$$p_{mm} \equiv \frac{I_{mm_1} - I_{mm_2}}{I_{mm_1} + I_{mm_2}} = \frac{\tau_{mm_1} - \tau_{mm_2}}{\tau_{mm_1} + \tau_{mm_2}} \quad (4.6)$$

²Stein [132] suggère même que ce rapport soit différent et favorable à une polarisation plus forte dans le submm que dans l'optique.

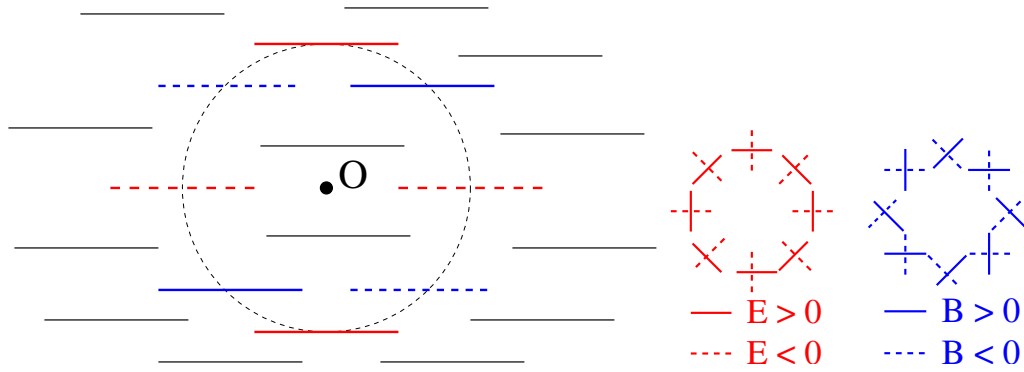


FIG. 4.2 – Schéma du champ de vecteur de polarisation issu d'une distribution de grains parfaitement alignés autour d'un point du ciel observé. Cette figure est à rapprocher de la figure 3.11. Une partie du champ de vecteurs participe aux figures de polarisation invariantes par parité autour de O (rouge), l'autre partie participe aux perturbations qui ne le sont pas (bleu). Il y a donc génération de modes E et B en quantité approximativement égales.

D'après (4.2) et (4.4), l'extinction est ainsi reliée à l'épaisseur optique par :

$$p_V = -0.46 \Delta m = -1/2 (\tau_{V_1} - \tau_{V_2}) \quad (4.7)$$

En combinant (4.4), (4.5) et (4.7), et en rappelant l'hypothèse selon laquelle les épaisseurs optiques dans le visible et le submm sont dans le même rapport suivant les directions 1 et 2, nous obtenons le rapport cherché :

$$p_{mm} = \frac{\tau_{mm_1} - \tau_{mm_2}}{\tau_{mm_1} + \tau_{mm_2}} = \frac{\tau_{V_2} - \tau_{V_1}}{\tau_{V_2} + \tau_{V_1}} = 0.03 \times 1.085 \simeq 3\% \quad (4.8)$$

Dans le cadre de nos hypothèses, on peut donc attendre une polarisation de l'émission submm de la poussière galactique polarisée à environ 3%, ou plus [132]. La mesure de cette polarisation par Archeops, dans le cas de l'émission diffuse à grande échelle ou dans celui de nuages denses a été une partie importante de mon travail de thèse. Elle est décrite en détail au chapitre 7 et confirme le calcul de cet ordre de grandeur.

Une seconde étude à mener concerne les propriétés statistiques de cette émission, afin d'évaluer sa contamination lors de la détermination des spectres de puissance des anisotropies de polarisation du CMB. Cette étude est en cours. Pour l'heure, je présente les résultats d'une estimation théorique de Prunet *et al* [115].

4.3.2 Spectres de puissance de polarisation de la poussière

Quel mode de polarisation la poussière produit-elle ? E ? B ? Prenons un point d'observation dans le ciel où les grains de poussière sont alignés (cf. Fig. 4.2). Le champ de vecteurs de polarisation a autant de composantes suivant les modes radial et tangentiel (Q_r), que suivant les modes impairs (U_r) : *l'émission polarisée de la poussière a donc des spectres de polarisation E et B similaires.*

Afin de simuler ces spectres, Prunet *et al* [115] procèdent de la façon suivante : la distribution de la poussière est estimée en utilisant sa corrélation à celle du gaz HI [15], et n'ayant pas d'information sur la direction d'alignement des grains, ils considèrent plusieurs cas d'orientation du champ magnétique par rapport aux nuages. Dans le premier cas, le champ magnétique est aligné avec la direction principale du nuage, dans le second, le champ magnétique est situé aléatoirement dans le plan orthogonal à cette direction³. Les deux modèles donnent des spectres

³Cette condition définit donc un plan. Les auteurs font alors varier aléatoirement la direction du champ dans ce plan, ce qui peut représenter un champ hélicoïdal qui entourerait le nuage.

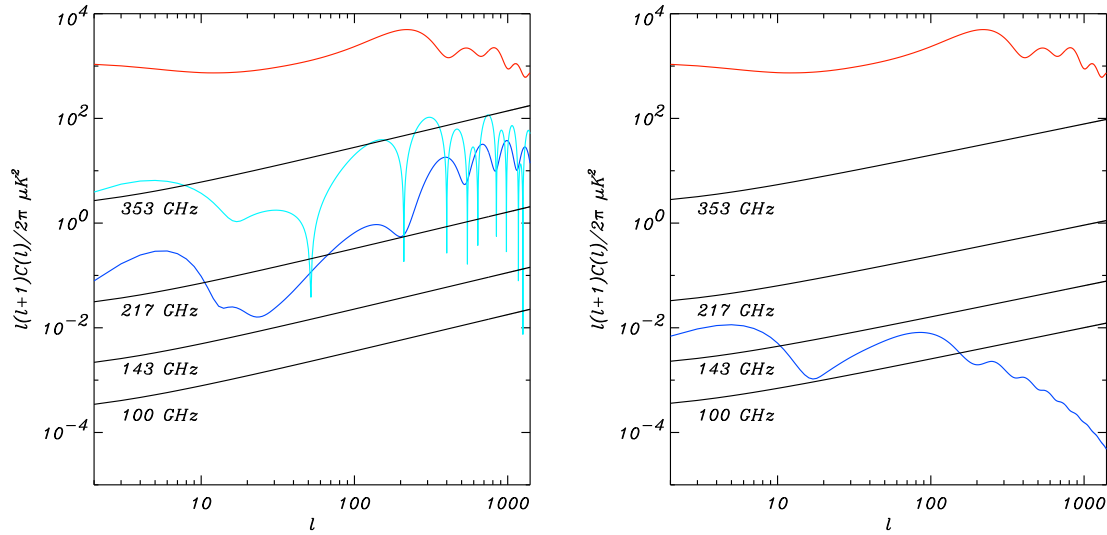


FIG. 4.3 – *Gauche* : Estimation théorique du mode E de l'émission de la poussière galactique à 100, 143, 217 et 353 GHz à haute latitude galactique (de 30 à 75°) comparé aux modes T , E et TE du CMB. *Droite* : Même chose pour le mode B de la poussière comparé au mode B du CMB.

de puissance similaires, qui, une fois estimés pour la distribution de poussière entre 30 et 45° de latitude Galactique et normalisés à 100 GHz valent :

$$\begin{aligned} C_l^E &= 8.9 \cdot 10^{-4} l^{-1.3} \mu\text{K}^2 \\ C_l^B &= 1.0 \cdot 10^{-3} l^{-1.4} \mu\text{K}^2 \\ C_l^{TE} &= 1.7 \cdot 10^{-2} l^{-1.95} \mu\text{K}^2 \end{aligned}$$

L'allure de ces spectres est représentée sur la figure 4.3. Cette étude montre que la poussière est un contaminant marginal pour la mesure des modes E et TE du CMB par les canaux à 143 GHz d'Archeops ou 100 GHz de PLANCK-HFI. En revanche, dès 143 GHz, son mode B domine celui du CMB. La poussière sera donc un important contaminant pour la détection des modes de perturbations tensorielles par PLANCK-HFI.

De ces deux études, nous pouvons tirer plusieurs conclusions. Tout d'abord, la cohérence observée de la polarisation dans le domaine optique permet d'anticiper une polarisation de l'ordre de 3% dans le domaine submillimétrique. D'autre part, à partir de la distribution de la poussière à haute latitude, des estimations montrent que le spectre de puissance du mode E , et ce à haute latitude galactique (30 à 75°), sera un contaminant marginal pour la mesure du mode E du CMB aux fréquences de PLANCK-HFI (143 et 217 GHz), mais dominera fortement le mode B .

Une étude précise de l'émission polarisée de la poussière est donc nécessaire pour la préparation de la mesure de la polarisation du CMB. Cette étude est l'une des motivations d'Archeops, qui parallèlement à la mesure du spectre de puissance de la température, dispose de détecteurs polarisés à 353 GHz, particulièrement sensibles à l'émission thermique submillimétrique de la poussière.

Deuxième partie

Cadre expérimental

Chapitre 5

Archeops

La figure 5.1 montre les résultats des mesures du spectre de puissance des anisotropies de température du CMB par diverses expériences en 1999 [136]. On remarque en particulier deux choses :

- peu de mesures sont présentes entre le dernier point de COBE [129] à $l = 20$ et les autres mesures entre $l \simeq 80$ et $l \simeq 600$;
- la mesure du premier pic acoustique est imprécise.

Archeops est né en 1998 de la volonté de combler ces deux manques. C'était en cela un projet complémentaire de BOOMERanG et MAXIMA, deux autres expériences embarquées par des ballons stratosphériques qui concentraient leur zone d'observation pour déterminer le premier pic. Pour cela, Archeops a été conçu pour cartographier une large fraction du ciel (environ 30%) avec une grande résolution angulaire (10 arcmin) et un rapport signal sur bruit de $\Delta T/T \simeq 3 \cdot 10^{-5}$ par pixel de 20 arcmin.

Par ailleurs, Archeops est un banc de test pour PLANCK-HFI. Tout d'abord, la technologie de détection basée sur des bolomètres refroidis à 100 mK par un cryostat à dilution $^3\text{He}/^4\text{He}$ en cycle ouvert, la configuration du télescope, l'optique froide, la stratégie de pointage et l'électronique sont des répliques de celles qui seront utilisées pour HFI. D'autre part, Archeops permet à la communauté scientifique, en particulier française, de se former au traitement de données comme celles qui seront collectées par le satellite.

Archeops a volé cinq fois :

- vol technique le 17 juillet 1999 depuis Trapani (Sicile) jusqu'en Espagne qui a permis d'enregistrer 4h30 de données ;
- vol avorté le 12 janvier 2001 ;
- vol scientifique (KS1) le 29 janvier 2001 qui a fourni 7h30 de données ;
- vol avorté le 17 janvier 2001 (KS2) ;
- vol scientifique le 7 février 2002 qui a fourni 12 heures de données (KS3).

L'objet de ce chapitre est de résumer les principaux aspects techniques d'Archeops et leur motivation.

5.1 Contraintes expérimentales liées à la mesure du CMB

Comme nous le montrons en annexe D, l'erreur sur la détermination du spectre de puissance des anisotropies de température C_l^T , pour une bande de L modes l , et pour une fraction de ciel

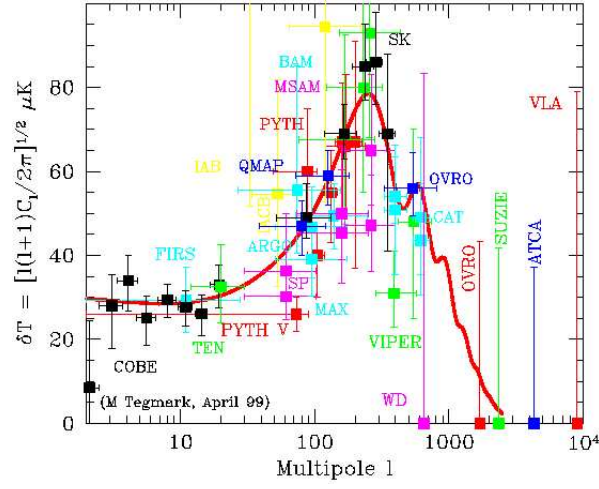


FIG. 5.1 – Etat des lieux de la mesure du spectre des C_l^T en 1999, quand a commencé le projet Archeops. Le premier pic est encore mal défini par le nuage de points de mesure et peu de mesures existent entre les points de COBE et la montée du premier pic.

couvert f_{sky} est bien approchée par¹ (D.30) :

$$\sigma(\widehat{C}_l^T) = \sqrt{\frac{2\Delta l}{(2l+1)Lf_{cut}}} \left[C_l^T + f_{sky} \frac{4\pi s_T^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right], \quad (5.1)$$

où $\Delta l = 1/\sqrt{f_{sky}}$ désigne la distance minimale entre deux modes l indépendants, s_T [$\mu K \cdot \text{sec}^{1/2}$] la sensibilité de l'instrument², et t_{obs} le temps d'observation.

Au premier ordre, on peut dire que le dimensionnement d'une expérience CMB est déterminé par cette équation et les performances instrumentales. On constate en premier lieu que, naturellement, augmenter le temps d'observation diminue le bruit par pixel $f_{sky}4\pi s_T^2/t_{obs}$. De même, diminuer le lobe permet de mesurer les plus hauts l . L'effet de la fraction de ciel couvert f_{sky} n'est pas aussi direct. Il faut alors comparer l'incertitude à temps d'observation constant. Si l'on veut mettre l'accent sur les hauts l , on a intérêt à couvrir moins de ciel pour diminuer la contribution du bruit par pixel $f_{sky}4\pi s_T^2/t_{obs}$, tandis que si l'on veut mesurer les bas l , on a intérêt à augmenter la couverture de ciel.

Afin de couvrir la gamme angulaire $20 \leq l \leq 600$, il faut donc à Archeops une large couverture de ciel et une bonne résolution.

5.1.1 La stratégie de pointage

Le premier point à déterminer est la couverture de ciel envisagée. Afin de fixer un ordre de grandeur, supposons que l'on veuille estimer le spectre au dernier point de COBE $l = 20$, avec un rapport signal sur bruit de $C_l^T/\sigma_l = 3$, et une largeur de bande $L = 2\Delta l$. Négligeons pour le moment le bruit instrumental, l'équation 5.1 conduit alors à :

$$f_{sky} = \left(\frac{C_l^T}{\sigma_l} \right)^2 \frac{2}{2(2l+1)} = 0.2 \quad (5.2)$$

¹La démonstration de cette relation est proposée en annexe D. Nous supposons ici pour ce calcul d'ordre de grandeur que tout le ciel couvert est utilisé pour la détermination des C_l .

²La sensibilité est définie comme l'intégrale en fréquence de la densité spectrale du bruit et sur un temps d'une seconde. Elle s'exprime donc en unité de puissance $\times \text{sec}^{1/2}$ et caractérise le niveau de bruit de l'instrument.

et alors $\Delta l = 1/\sqrt{f_{sky}} = 2.2$. Ceci n'est qu'un ordre de grandeur qui suppose que la totalité des 20% de ciel couvert sont effectivement utilisés, et que l'échantillonnage des pixels est homogène. Il donne cependant l'ordre de grandeur de la couverture nécessaire à Archeops. A titre de comparaison, les expériences BOOMERanG et MAXIMA, expériences ballons également, couvrent respectivement environ 3–5% et 0.3% du ciel.

Afin de sonder la large couverture angulaire d'Archeops, il est nécessaire de faire tourner le télescope sur lui-même. Les paramètres à prendre en compte pour couvrir ces 20 % du ciel, sont alors :

- l'élévation qui détermine le diamètre des cercles observés dans le ciel ;
- la vitesse de dérive du ciel par le télescope. Celle-ci est en première approximation égale à la vitesse de rotation de la Terre à la latitude d'observation ;
- la durée d'observation.

L'élévation doit être suffisamment petite pour couvrir de grandes échelles angulaires³, et suffisamment haute pour que la terre et l'atmosphère gênent le moins possible la mesure. Le compromis naturel est $\delta = 45^\circ$. Afin de pouvoir effectuer l'étalonnage sur Jupiter lors des vols depuis Kiruna, on a choisi :

$$\delta = 41^\circ.$$

Quelles doivent être la vitesse de rotation de la nacelle a [tours.mn⁻¹] et la fréquence d'échantillonnage f_{ech} [Hz] pour avoir une couverture du ciel homogène et un bon échantillonnage du lobe ?

Il faut au moins deux points de mesure par lobe pour respecter le théorème de Nyquist. On prend un point de marge supplémentaire. Pour un lobe de 9 arcmin, il faut donc que la distance entre deux échantillons le long d'un cercle $d_1 = 360 \times \cos \delta \times (a/f_{ech})$ [deg] soit inférieure à 3 arcmin, doit $a/f_{ech} < 1.84 \cdot 10^{-4}$. Pour que la couverture soit homogène, il faut que la distance entre deux échantillons voisins appartenant à deux cercles consécutifs d_2 soit égale à d_1 . La vitesse du balayage du ciel est donnée en première approximation par la rotation de la Terre à la latitude d'observation L : $\Omega = 360 \cos L / (24 \times 60)$ [deg.mn⁻¹]. La distance entre deux cercles consécutifs est donc $d_2 = \Omega/a$. En imposant $d_1 = d_2$ avec $a/f_{ech} = 1.84 \cdot 10^{-4}$, on trouve :

$$a \simeq 2 \text{ tours.mn}^{-1}.$$

dont on déduit également $f_{ech} \simeq 175$ Hz. Archeops tourne effectivement à environ 2 tours.mn⁻¹, mais sa fréquence d'échantillonnage est 153 Hz.

La figure 5.2 illustre cette stratégie de pointage. La redondance est due au fait que trois cercles consécutifs (approximativement) passent par les mêmes pixels et que le plan focal est équipé de plusieurs détecteurs. Certaines régions du ciel sont également vues plusieurs fois pendant le vol. La redondance est représentée sur la figure 5.2 à droite.

Enfin, une fois ces paramètres fixés, l'étude de la couverture du ciel montre qu'un vol de 24 heures permet d'obtenir une couverture de ciel homogène (et conduit plutôt à $f_{sky} \simeq 0.35$) :

$$t_{obs} = 24 \text{ heures.}$$

5.1.2 Le télescope

Le télescope est de type Grégorien hors-axe similaire à celui de PLANCK, avec un miroir primaire parabolique de grand axe 177 cm et un miroir secondaire elliptique de grand axe 84 cm. Tous deux sont en aluminium pour des raisons de poids et de résistance à l'ouverture du parachute (10 g d'accélération). Les miroirs satisfont de plus les conditions de Mizuguchi–Dragone [95, 28] qui annulent l'astigmatisme au premier ordre ainsi que la polarisation croisée.

³et pour ne pas pointer sur le ballon...

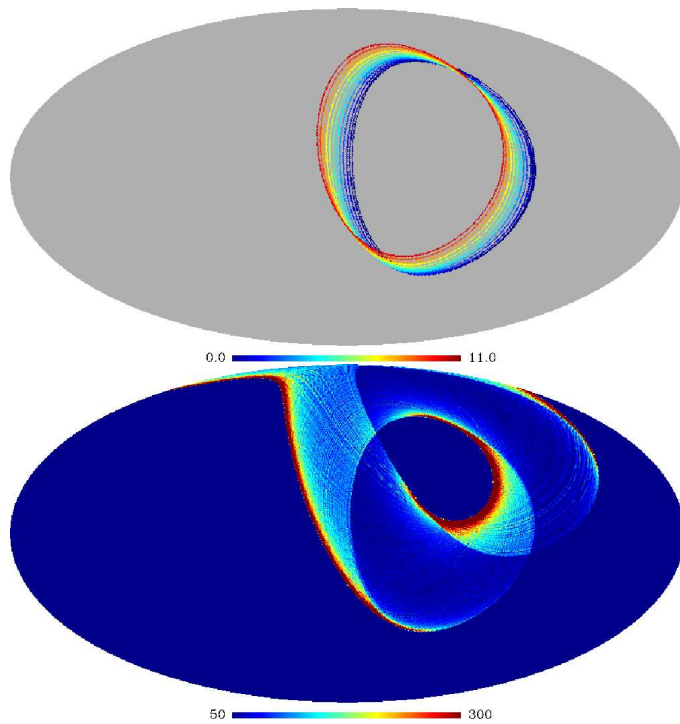


FIG. 5.2 – *Gauche* : Illustration de la stratégie de pointage d’Archeops. Les tours sont numérotés par ordre chronologique (un tour tous les quarts d’heure est représenté seulement pour la lisibilité). *droite* : Redondance en nombre de mesures par pixel de 27 arcmin à 353 GHz pour le vol KS3 entre 15h et 27h UT.

Couplé aux cornets monomodes (cf. 5.2.5) le télescope a une résolution de l’ordre de la tache de diffraction $\theta \simeq 1.2\lambda/D$ où D est le diamètre effectif du primaire. Dans le cas d’Archeops celui-ci est de l’ordre de 1 m, et donc à 143 GHz, la résolution (largeur à mi-hauteur du lobe) est de l’ordre de

$$FWHM \simeq 8 \text{ arcmin}$$

5.1.3 Le senseur stellaire

Afin d’obtenir les cartes des observations, il est nécessaire de savoir quelle direction observe le télescope à chaque instant. Ceci est rendu possible grâce au senseur stellaire. C’est un télescope optique placé sur le côté de la nacelle qui pointe dans la même direction que l’instrument à environ 1 degré près en azimut et élévation. Il est constitué d’une barette de 46 photodiodes placées au foyer d’un miroir optique de 40 cm de diamètre et de 3.6 m de focale. Il permet la détection de 50 à 200 étoiles par tour de magnitude inférieure ou égale à 12 en 5 ms d’intégration. Ces étoiles sont ensuite identifiées d’après un catalogue. L’utilisation d’un GPS donne les coordonnées locales de la nacelle, qui permettent alors de reconstruire *a posteriori* la direction de pointage avec une précision meilleure que 1.5 arcmin (rms).

5.1.4 La nacelle

La nacelle (Fig. 5.3) qui tient l’ensemble de l’instrument est en aluminium. Les caractéristiques du vol (altitude, volume du ballon...) imposent que l’expérience tout intégrée pèse moins de 500 kg. L’ensemble de la nacelle est bafflé avec du polystyrène recouvert de mylar aluminisé pour éviter tout rayonnement parasite hors axe. Une bafflage en forme d’escalier a été ajouté en tête de la nacelle à la suite du vol technique de Trapani pour rejeter la fraction de rayonnement réfléchi par le ballon.

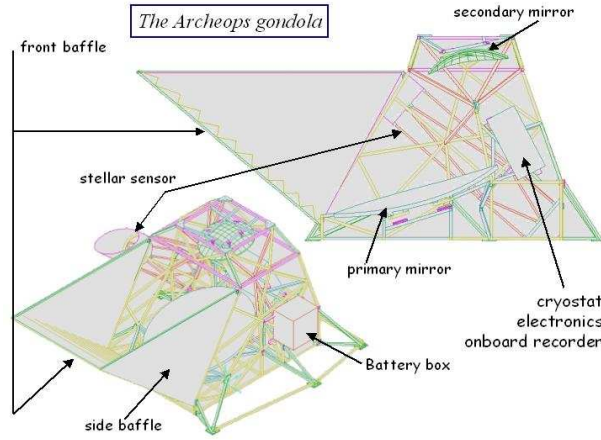


FIG. 5.3 – Image CAO d’Archeops. On distingue en particulier les deux miroirs, le cryostat, le senseur stellaire et le bafflage.

5.2 Le plan focal

Au cours du paragraphe précédent, nous avons montré comment la configuration du télescope avait été choisie pour permettre la détermination théorique des C_l aux échelles angulaires souhaitées. Ici, nous traitons la mesure même du signal en résumant les choix technologiques effectués pour optimiser la sensibilité de l’instrument. En particulier, nous résumons la mesure à l’aide de bolomètres.

Lorsque nous serons amenés à exprimer les bruits intervenant dans la mesure, nous les exprimerons en NEP [$\text{W}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$] (*Noise Equivalent Power*) ou NEV [$\text{V}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$] (*Noise Equivalent Voltage*) en fonction des expressions les plus couramment utilisées. On passe de l’une à l’autre de ces expressions par l’intermédiaire de la fonction de réponse S du détecteur en $\text{V}\cdot\text{W}^{-1}$.

5.2.1 Le bruit de photons

Le bruit de photons est le bruit ultime de détection. Il provient des fluctuations de rayonnement incident sur le détecteur⁴. Il a pour expression [77] :

$$NEP_\gamma = \frac{2}{\eta^2} \int h\nu Q_\nu d\nu + \frac{1+P^2}{\eta^2} \int \frac{c^2}{U\nu^2} Q_\nu^2 d\nu$$

où Q_ν est la puissance détectée par unité de fréquence, P le degré de polarisation, $c^2/U\nu^2$ la cohérence spatiale du faisceau (soit 1 à la limite de diffraction) et η l’efficacité quantique du détecteur. Une expression plus simple, qui néglige le deuxième terme, valable au premier ordre est

$$NEP_\gamma = 10^{-17} \sqrt{\left(\frac{\nu}{143 \text{ GHz}}\right) \left(\frac{P_{ciel}}{1 \text{ pW}}\right)} \text{ W}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$$

pour une puissance incidente P_{ciel} attendue de l’ordre de quelques pW à des fréquences observées de la centaine de GHz.

L’objectif d’une mesure de précision est d’avoir un bruit instrumental inférieur à celui-ci, et des détecteurs à courte constante de temps (de l’ordre de la milliseconde) pour pouvoir échantillonner le ciel comme nous le souhaitons. Les seuls détecteurs à l’heure actuelle capables de remplir de tels critères à ces fréquences sont les bolomètres. Ils ont des réponses de l’ordre de $10^9 \text{ V}\cdot\text{W}^{-1}$ et des bruits de l’ordre de $10 \text{ nV}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$. Leur principe est brièvement décrit ci-dessous. Ils sont utilisés à des températures de l’ordre de la centaine de mK.

⁴Ce rayonnement est la somme des émissions des différentes parties de l’instrument en vue des cornets, de l’atmosphère par exemple. Le CMB ne représente que quelques pourcents de la puissance totale.

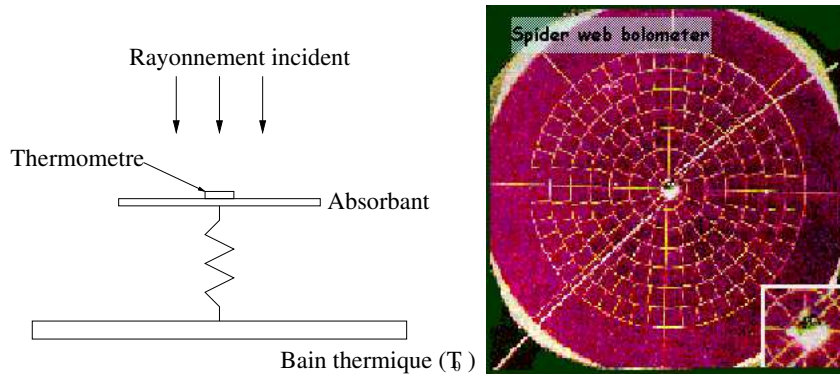


FIG. 5.4 – Schéma de principe d’un bolomètre. L’absorbant est échauffé par le rayonnement incident et l’élévation de température est mesurée par le thermomètre. La température du bolomètre est légèrement supérieure à celle du bain thermique. Figure tirée. Figure de [84].

5.2.2 Fonctionnement d’un bolomètre

Le schéma de principe d’un bolomètre est représenté sur la figure 5.4. L’absorbant est relié à un bain thermique afin d’évacuer la chaleur qu’il reçoit. Le rayonnement incident chauffe le thermomètre ce qui fait varier sa résistance électrique. C’est la mesure de la variation de tension induite aux bornes de cette résistance qui fournit le signal.

L’originalité des bolomètres d’Archeops tient à la forme de l’absorbeur. Celui-ci est en “toile d’araignée” (cf. Fig. 5.4). Ceci présente plusieurs avantages : la géométrie fournit une grande résistance électrique, la masse est très faible ce qui affranchit de tout problème de vibration ou d’accélération. Enfin, le détecteur offre une surface très faible aux rayons cosmiques.

Plusieurs puissances entrent en jeu dans le fonctionnement du bolomètre :

- la puissance de radiation P_r inclut le signal, mais également toute autre puissance parasite qui serait passée à travers les filtres (rayonnement thermique de l’optique, ozone...);
- la puissance Joule P_J qui provient de l’intensité qui circule dans le thermomètre pour en mesurer la résistance :

$$P_J = R(T)I^2 = R_\infty \exp\left(\frac{T_r}{T}\right)^a$$

R_∞, T_r et a étant des paramètres mesurés expérimentalement.

- la puissance P_T qui est échangée entre l’absorbant et le bain thermique par une fuite thermique de conductance $G(T) = g(T/T_0)^\beta$:

$$P_T = \int_{T_0}^T G(T)dT = g\left(T^\beta - T_0^\beta\right)$$

- la puissance liée à la capacité thermique C du détecteur :

$$P_c = C \frac{dT}{dt} .$$

Ces puissances se combinent et conduisent à l’équation de fonctionnement du bolomètre :

$$P_r + P_J = P_T + P_c . \quad (5.3)$$

A l’équilibre, $P_c = 0$, et la puissance de radiation cherchée est donnée par :

$$P_r = g \left[\left(\frac{T}{T_b}\right)^\beta - \left(\frac{T_0}{T_b}\right)^\beta \right] - RI^2 \quad (5.4)$$

Paramètres	Valeur Typique	Variation mesurée
R_∞	90 Ω	20 à 250 Ω
T_r	15 K	10 à 20 K
a	0.5	0.5
β	2.3	1.6 à 2.8
G	3 pW	1.6 à 2.8 pW
I (courant de polarisation)	0.5 nA	0.5 à 1 nA

TAB. 5.1 – Valeurs typiques des paramètres des bolomètres d’Archeops. On constate une dispersion importante entre les valeurs mesurées [84].

où T_b est une température arbitraire égale à 0.1 K. On voit alors le compromis qu’il va falloir trouver sur l’intensité de polarisation du bolomètre : plus elle est grande, plus la variation de tension aux bornes de la résistance est grande et donc meilleure est la sensibilité. Mais I doit rester suffisamment faible pour que la puissance Joule reste de l’ordre de celle du rayonnement. Le courant de polarisation optimal est donc déterminé en fonction de la puissance du rayonnement incident. Il est déterminé par un étalonnage au sol.

La réponse instantanée du bolomètre est définie par la variation de tension en sortie du bolomètre en fonction de la variation de puissance incidente. Le bain thermique est supposé à température constante ainsi que le courant de polarisation. D’après (5.4), on déduit :

$$dP_r = g \left(\frac{T}{T_b} \right)^{\beta-1} \beta \frac{1}{T_b} dT - I^2 dR \quad (5.5)$$

En posant $\alpha = (T/R)dR/dT$, on a $dV = \alpha R I dT/T = \alpha V dT/T$, et finalement la réponse instantanée du détecteur est donnée par :

$$S_0 = \frac{dV}{dP_r} = \frac{(\alpha/T)V}{g(T/T_b)^{\beta-1}\beta/T_b - IV\alpha/T} \quad (5.6)$$

avec $\alpha = (T/R)dR/dT$. Les valeurs typiques des paramètres des bolomètres d’Archeops sont données dans le tableau 5.1 et conduisent à une réponse de l’ordre de 10^9 V.W^{-1} , ce qui correspond à des réponses de l’ordre du mV pour une puissance provenant du ciel attendue de l’ordre du pW. Cette expression donne la réponse statique du détecteur. En incluant l’effet de la constante de temps, la réponse devient $S = S_0 e^{-t/\tau}$. Cette constante de temps est liée à l’échange de température entre l’absorbant de capacité thermique C et le bain thermique par le lien de conduction G . Elle vaut $\tau = C/G$.

5.2.3 Bruits de mesure

Différents bruits entrent en jeu lors de la mesure :

- Le bruit thermique, dû aux fluctuations de température rapides (induites par celles du rayonnement) entre le bain cryogénique et le bolomètre [86] :

$$NEV_{therm} = 4k_b T_0^2 G S_0^2 \quad (5.7)$$

- Le bruit Johnson dû à l’agitation thermique des électrons qui baisse avec la température :

$$NEV_{Johnson} = \sqrt{4k_b T R} \quad (5.8)$$

Ces bruits s’ajoutent en quadrature et sont inférieurs à $\sim 5 \text{ nV.Hz}^{-1/2}$. En ajoutant le bruit de l’électronique $NEV_{elec} \simeq 6 \text{ nV.Hz}^{-1/2}$, on en déduit le bruit total instrumental théorique

$$NEV_{instr}^{th2} = NEV_{therm}^2 + NEV_{Johnson}^2 + NEV_{elec}^2$$

	KS1				KS3			
Canaux	143	217	353	545	143	217	353	545
NEV_{γ}	13.6	7	8.9	4	5.8	6.3	9.6	5.11
NEV_{instr}^{th}	15	8	10	5	9.9	9.8	12.8	8.3
NEV_{mes}	35	13	50	25	12.3	12.6	13.2	8.2
$c \times 10^3$	13.1	32.7	154.4	598.0	10.4	32.7	154.4	598.0
s	457	425	7720	14950	128	412	2038	4903

TAB. 5.2 – Valeurs typiques du bruit de mesure théorique NEV_{instr}^{th} et mesuré NEV_{mes} en $nV.Hz^{-1/2}$ en comparaison au bruit de photons pour les vols de KS1 et KS3 [84] pour les différents canaux (GHz). Avec l'étalonnage mesuré en vol c en $\mu K.\mu V^{-1}$, on en déduit la sensibilité du détecteur en $\mu K.Hz^{-1/2}$ [84].



FIG. 5.5 – Gauche : Photo du plan focal complet d'Archeops. Droite : Schéma du cryostat d'Archeops et des cornets en vue de la fenêtre.

Les valeurs typiques sont présentées dans le tableau 5.2. Le bruit total permet alors de déterminer la sensibilité s de l'instrument qui intervient dans le calcul de l'erreur sur les C_l (Eq. 5.1). Il suffit pour cela de tenir compte de l'étalonnage du détecteur en $V.K^{-1}$.

La nette amélioration entre les deux vols est due principalement à quatre facteurs :

- Le pivot qui fait tourner la nacelle était fixé rigidement à la nacelle lors de KS1. Il a été déplacé sur la chaîne de vol à 70 m au-dessus de la nacelle pour KS3. Toutes les vibrations qu'il produisait et qui se traduisaient par des bouffées de bruit (reproduites en laboratoire) importantes et difficiles à traiter ont donc été éliminées.
- Les connecteurs des bolomètres ont été fixés sur la plaque support des bolomètres ce qui a réduit leurs vibrations. Ceci n'avait pas été possible en raison des délais de livraison des bolomètres.
- Il s'est avéré qu'une intensité légèrement supérieure à celle déterminée au sol optimise la sensibilité, même si elle diminue la réponse instantanée du bolomètre, diminue davantage le bruit et permet donc d'améliorer la qualité du signal.
- L'ensemble de la chaîne optique a été entièrement nettoyé.

5.2.4 Le cryostat

Afin de descendre aux températures de la centaine à la dizaine de mK, on a recours aux propriétés de la dilution de l' ^3He dans l' ^4He . Ce sont les deux seuls fluides quantiques stables à ces températures, et leur mélange est endothermique. La puissance absorbée lors du mélange à l'interface $^3\text{He}/^4\text{He}$ est directement proportionnelle au débit d' ^3He . Une dilution "classique" entretient donc un flot d' ^3He dans une *boîte de mélange* d'où l'on tire la puissance de refroidissement recherchée. Le recyclage de l' ^3He se fait en chauffant le mélange en sortie de l'échangeur dans le *bouilleur* pour récupérer essentiellement l' ^3He dont la pression de vapeur est beaucoup plus grande que celle de l' ^4He . Il est alors pompé et réinjecté dans le circuit.

Ce principe nécessite la pesanteur, pour marquer la séparation de phase dans le bouilleur et pomper la vapeur d' ^3He . Il n'est donc pas applicable dans une expérience spatiale. Afin d'y remédier, Benoît *et al.* [10] ont développé un processus original : en augmentant le débit d' ^3He , des bulles apparaissent dans le mélange et se maintiennent par capillarité dans les tubes minces de l'échangeur (*les capillaires*). L'interface bulles/mélange permet alors l'échange de chaleur. Ce sont également les bulles qui permettent le maintien de la circulation du mélange car, sans elles, la pression osmotique maintiendrait l' ^3He dans la partie froide du cryostat. On parle de dilution à *cycle ouvert* car on injecte des isotopes purs en entrée du circuit et on récupère du mélange en sortie.

L'autre particularité du cryostat d'Archeops (Fig. 5.5) est la largeur de sa fenêtre d'ouverture (15 cm de diamètre) sur les 300 K ambiants qui nécessite une optimisation très fine des échangeurs aux différents étages. Cette large ouverture est en effet nécessaire pour la configuration d'Archeops (et Planck) qui utilise des cornets optiques afin de minimiser la contribution des lobes secondaires.

5.2.5 L'optique froide

Archeops observe le ciel à quatre fréquences : 143, 217 GHz qui sont proches du maximum d'intensité du CMB, 353 et 545 GHz qui sont plus sensibles à l'émission Galactique qu'au CMB.

L'optique d'Archeops est identique à celle qui sera utilisée pour PLANCK. Elle est constituée de trois cornets (cf. Fig. 5.6), deux dans l'étage à 10 K, un à 100 mK en vue du bolomètre (Fig. 5.5). Cette configuration minimise la puissance incidente sur le cryostat. Les cornets sont monomodes pour les voies à 143 GHz et 353 GHz, multimodes pour certaines voies à 217 GHz, et à 545 GHz. Le principal avantage des cornets est la réjection des lobes secondaires.

La particularité des bolomètres à 353 GHz qui nous intéresse spécialement est qu'ils sont associés par paires en *Ortho Mode Transducer* (OMT) (cf. Fig. 5.6). Dans chaque paire, un seul des deux est directement face à un cornet en vue du ciel. Un polariseur divise le faisceau incident en deux polarisations, en laisse passer une vers le premier bolomètre et réfléchit la seconde vers l'autre bolomètre. La différence de trajet optique, compte-tenu des dimensions du système est négligeable. On pourra donc par la suite, supposer qu'à chaque instant, les deux bolomètres d'une même paire voient exactement le même point du ciel⁵.

5.2.6 Performances théoriques

Avec cette configuration expérimentale, il est maintenant possible de calculer la précision avec laquelle Archeops devrait mesurer le spectre de puissance des anisotropies de température du CMB.

Nous nous plaçons dans le cas du vol de KS3, c'est-à-dire d'un vol de 12 heures, qui couvre 30% du ciel. Supposons que l'on utilise seulement 20% du ciel (en se plaçant en dehors de la

⁵Il faudra tenir compte des constantes de temps des bolomètres pour moduler cette affirmation, mais ceci n'est pas lié à l'optique.

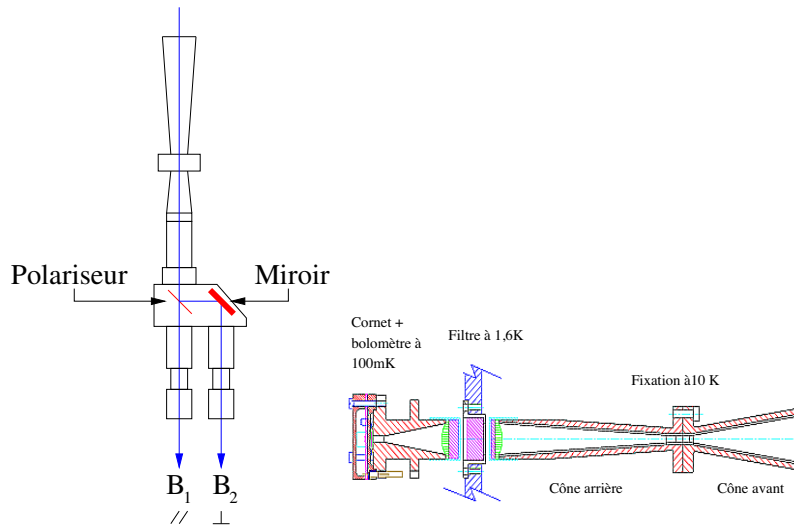


FIG. 5.6 – Schéma des Ortho Mode Transducers (OMT) d’Archeops. Les bolomètres sont appariés. Un seul des deux fait face au cornet. Une direction de polarisation passe à travers le polariseur et atteint le premier bolomètre (B_1 , direction \parallel). L’autre polarisation est réfléchiée par le polariseur puis un miroir avant d’atteindre le second bolomètre (B_2 , direction \perp).

Galaxie) pour calculer le spectre des C_l , avec 10 bolomètres, d’une sensibilité de $200 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$, avec une résolution moyenne de 13 arcmin. Ces paramètres sont un bon ordre de grandeur des sensibilités et résolutions des détecteurs à 143 et 217 GHz. La figure 5.7–gauche montre la précision que l’on peut attendre sur la détermination du spectre. On remarque qu’on obtient une très bonne détermination du second pic acoustique, et que la variance d’échantillonnage domine la variance instrumentale jusqu’à la “redescente” du premier pic acoustique.

La figure 5.7–droite montre le spectre des anisotropies de température qu’Archeops aurait pu mesurer avec les 6 bolomètres à 353 GHz, pour 25% de couverture de ciel lors d’un vol de 12 heures. La grande incertitude sur les C_l en comparaison à la figure 5.7–gauche provient essentiellement de la faible intensité du CMB à 353 GHz par rapport à 143 et 217 GHz. Compte tenu de la difficulté d’estimer précisément ce spectre à cette fréquence, on voit que la détermination des spectres de polarisation est hors d’atteinte pour les données de ce vol. Nous reviendrons sur les sensibilités et conditions de vol nécessaires à cela au chapitre 8.

En pratique, la première analyse publiée [6] n’a porté que sur les deux bolomètres les plus sensibles à 143 et 217 GHz, dont les sensibilités étaient respectivement d’environ 150 et $90 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ respectivement. Le résultat est présenté sur la figure 5.8. Ce fut la première détermination du spectre des C_l depuis le dernier point de COBE [129] à $l = 20$ jusqu’à $l = 350$ par une même expérience. Ce furent également les premières mesures échantillonnées sur des bandes de seulement dix modes l environ le long de la “montée” du premier pic, avec de plus des barres d’erreur environ deux fois plus petites que celles des autres expériences ballon comme BOOMERanG et MAXIMA.

Ces mesures ont permis par exemple de contraindre la densité totale de l’Univers $\Omega_0 = 1_{-0.02}^{+0.03}$ [7], améliorant ainsi d’un facteur 2 la précision d’alors sur ce paramètre. L’échantillonnage de la montée du premier pic a permis également d’améliorer les contraintes sur le paramètre inflationnaire ($r \leq 0.43$ à 95% CL)[91] et de contraindre pour la première fois à partir du CMB le paramètre de *Slow Roll*⁶ $\epsilon \leq 0.057$ à 95% CL [79].

Par ailleurs, Archeops a permis de valider l’ensemble de la conception de PLANCK–HFI en démontrant en particulier la stabilité de la cryogénie et le faible niveau de bruit de l’électronique froide. L’expérience acquise par la communauté en terme de traitement de données similaires à celles qui seront prises par PLANCK est également considérable.

⁶Quelques détails supplémentaires sur l’inflation sont présentés en annexe B.

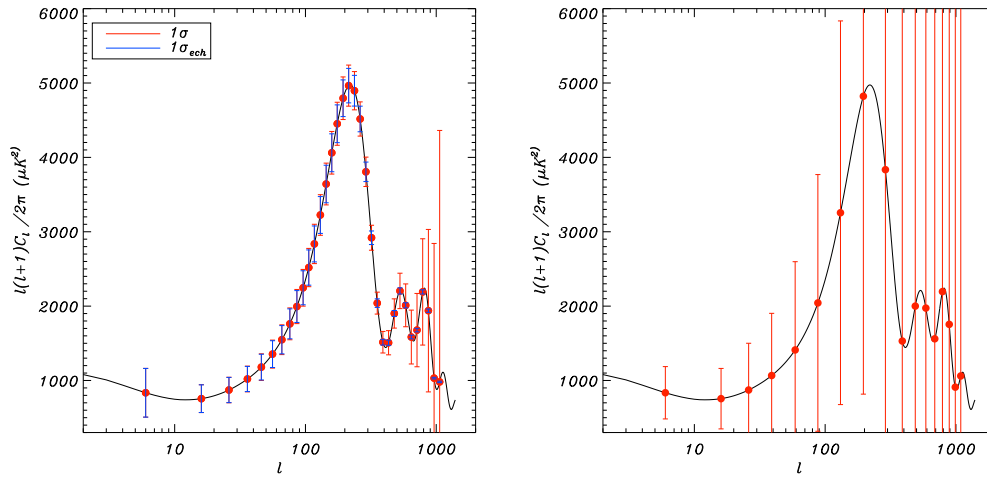


FIG. 5.7 – *Gauche* : Spectre des C_l des anisotropies de température théorique mesuré par Archeops. Cette figure est obtenue avec 10 bolomètres de sensibilité $200 \mu K \cdot sec^{1/2}$, pour un vol de 12 heures, une surface de ciel utilisée de 25%, et un lobe de 13 arcmin. Jusqu'à $l \simeq 200$, l'incertitude est dominée par la variance d'échantillonnage σ_{ech} . *Droite* : Spectre des C_l des anisotropies de température théorique à 353 GHz, mesurable par Archeops avec les 6 bolomètres polarisés, lors d'un vol de 12 heures et une couverture de ciel de 25%. La grande incertitude est principalement liée à la faible amplitude du CMB à cette fréquence en comparaison à 143 et 217 GHz.

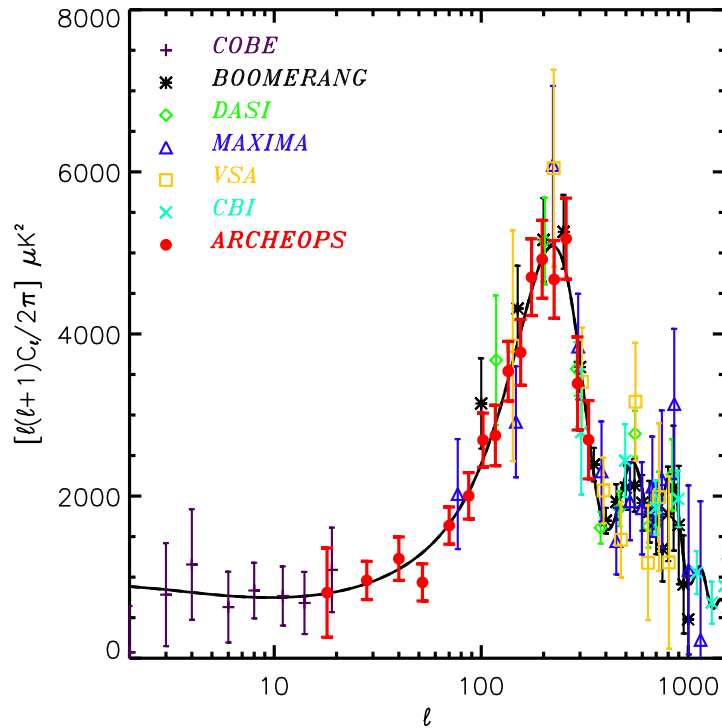


FIG. 5.8 – Spectre des C_l des anisotropies de température mesuré par Archeops lors du vol du 7 février 2002, sur 12.6% du ciel, avec un bolomètre à 143 et 217 GHz. L'incertitude est dominée par la variance d'échantillonnage jusqu'à $l \simeq 200$.

Chapitre 6

Étalonnage au sol

Comme nous l'avons présenté au paragraphe 5.2.5, les bolomètres polarisés sont assemblés par paires en OMT (cf. Fig. 5.6). Le but de l'étalonnage au sol était de contrôler le fonctionnement des polariseurs des OMT et la précision de leur orientation.

Ces deux points peuvent en effet être remis en cause par différents facteurs. L'assemblage du polariseur dans le bloc de l'OMT est très délicat et peut amener une erreur d'orientation du polariseur. Si cet assemblage est défectueux, le polariseur peut transmettre une partie du rayonnement qu'il devrait réfléchir. Enfin, le polariseur lui-même peut avoir un défaut de fabrication ou avoir été endommagé lors de sa manipulation. Il est donc nécessaire de s'assurer en laboratoire du bon fonctionnement de la chaîne optique polarisée.

Afin de pouvoir effectuer cet étalonnage, au cours de mon stage de DEA, j'ai défini et suivi la réalisation au LPSC de deux polariseurs constitués par une grille de fils de Cu98/Be₂ de 50 μm de diamètre espacés de 100 μm [110]. Leur présentation fait l'objet du premier paragraphe. Vient ensuite la présentation de l'étalonnage à proprement parler. Chaque étalonnage a fait l'objet d'une note de collaboration [111, 112, 113, 114].

6.1 Définition des polariseurs d'étalonnage

Le principe standard de fabrication de polariseurs repose sur la disposition de conducteurs parallèles, dont la longueur est beaucoup plus grande que l'épaisseur. Seule la composante du champ électrique perpendiculaire à l'axe principal des conducteurs est alors transmise. Pour des longueurs d'onde millimétriques, plusieurs technologies sont envisageables pour la construction de polariseurs. Les deux principales sont le dépôt par photolithographie de métal sur un substrat de mylar et la disposition de fils conducteurs sur un cadre. Les calculs des coefficients de transmission sont similaires dans les deux cas, c'est pourquoi nous ne mentionnerons que le cas des grilles de fils, retenu pour l'étalonnage au sol.

Polariseurs à grille

Notons I^i et I^t les intensités incidente et transmise respectivement, et \parallel et \perp leur composantes parallèle et perpendiculaire aux fils de la grille. *La direction passante du polariseur est la direction orthogonale à ses fils.* Sous l'hypothèse que ce sont des conducteurs parfaits, les coefficients de transmission de la grille sont [137] :

$$\tau_{\perp} \equiv \frac{I_{\perp}^t}{I_{\perp}^i} = \frac{4}{4 + b^2} \quad \text{avec } b = -\frac{4a}{\lambda} \ln \left(\sin \frac{\pi(a-w)}{2a} \right) \quad (6.1)$$

$$\tau_{\parallel} \equiv \frac{I_{\parallel}^t}{I_{\parallel}^i} = \frac{4x^2}{1 + 4x^2} \quad \text{avec } x = -\frac{a}{\lambda} \ln \left(\sin \frac{\pi w}{2a} \right) \quad (6.2)$$

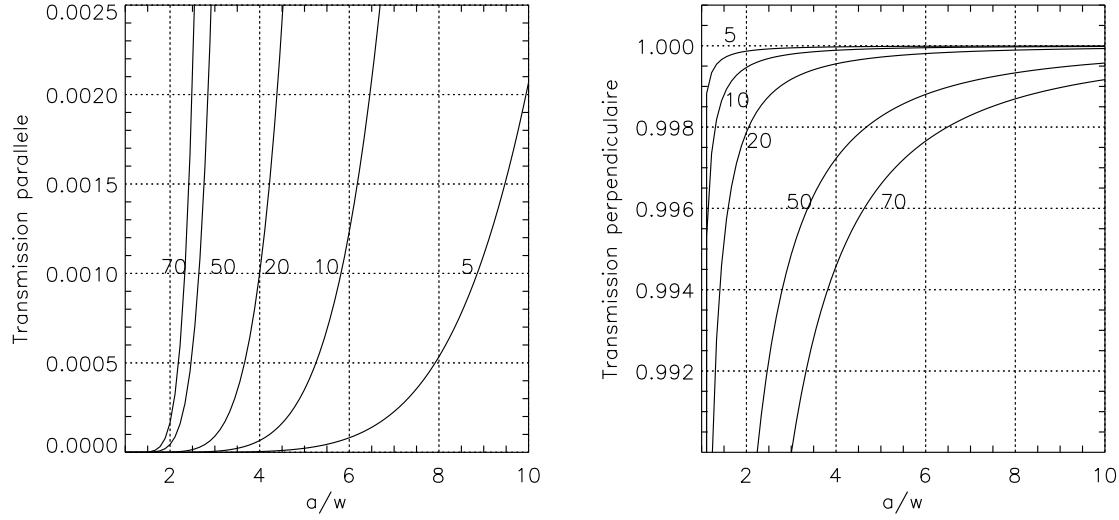


FIG. 6.1 – *Gauche* : Coefficient de transmission de la composante de l'intensité incidente parallèle aux fils parfaitement conducteurs pour différents diamètres de fil (de 5 à 70 μm) en fonction du rapport a/w où a est l'espacement entre les fils. La longueur d'onde est fixée à 850 μm (353 GHz). *Droite* : Même chose pour le coefficient de transmission de la composante perpendiculaire aux fils.

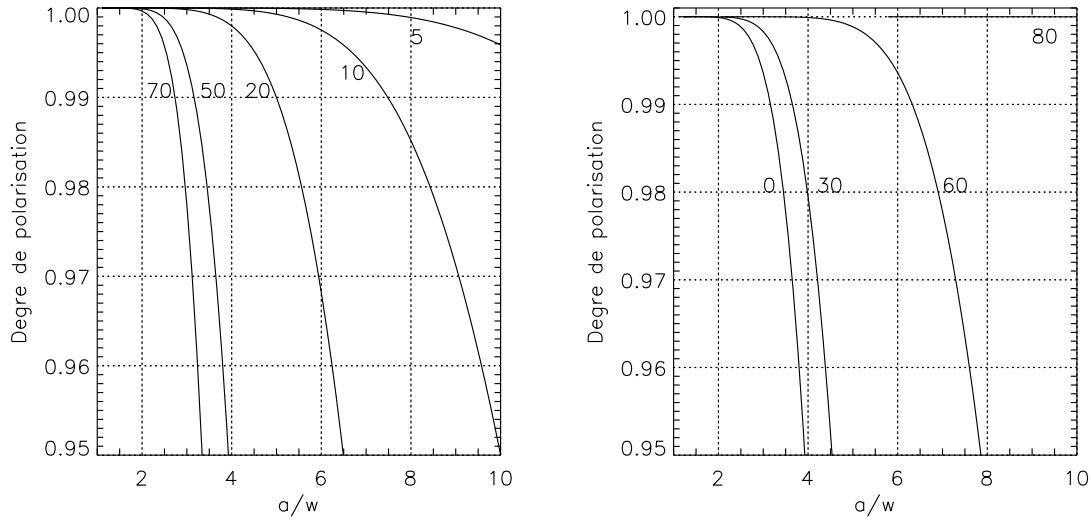


FIG. 6.2 – *Gauche* : Degré de polarisation de l'onde transmise par la grille en fonction du rapport entre l'espacement entre les fils et leur diamètre, pour des diamètres de fils allant de 5 à 70 μm . La longueur d'onde est fixée à 850 μm (353 GHz). *Droite* : Evolution du degré de polarisation pour une incidence sous différents angles (en degrés) pour des fils de 50 μm de diamètre.

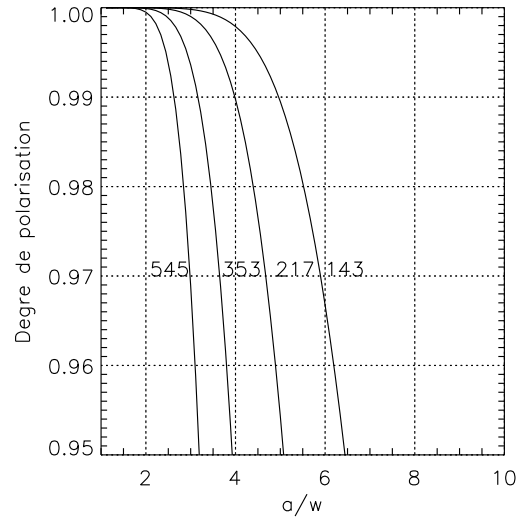


FIG. 6.3 – Degré de polarisation de l’onde transmise par la grille en fonction du rapport entre l’espace entre les fils et leur diamètre, pour les fréquences d’Archeops.

où w est le diamètre des fils, a la distance qui les sépare sur la grille et λ la longueur d’onde du rayonnement incident. Cette formule est valable pour une incidence normale. Elle se généralise à une incidence quelconque θ en changeant a en $a \cos \theta$ [18]. Le degré de polarisation de l’onde transmise est donné quant à lui par :

$$p = \frac{\tau_{\perp} - \tau_{\parallel}}{\tau_{\perp} + \tau_{\parallel}} \quad (6.3)$$

L’allure de ces coefficients est représentée sur les figures 6.1, 6.2 et 6.3. On remarque par exemple le comportement aux limites : quand a/w est grand, les fils sont très espacés et la grille devient transparente pour les deux composantes, lorsqu’au contraire ce rapport tend vers 1 (les fils se touchent), la grille devient un écran pour les deux composantes. De même, si l’incidence devient rasante ($\theta = 90^\circ$), la polarisation tend vers 100% pour tout a/w , mais l’intensité transmise tend vers 0. Enfin, on remarque que le taux de polarisation est d’autant meilleur que la longueur d’onde est élevée.

La conclusion principale de cette étude est que, dans tous les cas, la grille polarise efficacement le rayonnement transmis. Les véritables contraintes de construction vont être d’ordre technique : quels fils sont disponibles sur le marché ? quelle tension faut-il leur appliquer ? Le cadre qui va les supporter est-il adapté¹ ? Ces considérations nous ont amenés à choisir des fils de Cu98/Be2 de diamètre $a = 50 \mu\text{m}$, et la construction de la grille au moyen d’un métier à tisser utilisé habituellement pour la construction de chambres à fils nous a conduit à les espacer de $100 \mu\text{m}$. Le cadre qui les maintient fait 10 cm de diamètre. Par ailleurs, le métier à tisser construit les polariseurs par paires, ce qui nous a permis de disposer de deux polariseurs identiques pour l’étalonnage. Ceux-ci sont présentés sur la figure 6.4.

En termes de paramètres de Stokes, l’action d’un polariseur parfait dont la direction passante fait l’angle α avec l’axe x de référence est décrit par la matrice de Mueller \mathcal{M} . Soit une source de rayonnement non polarisé caractérisée par son vecteur de Stokes $\mathbf{S}_0 = (I_0, Q_0, U_0)$. Le rayonnement \mathbf{S}' de cette source transmis par le polariseur est :

¹Pour des fils de diamètre de l’ordre de la dizaine de microns, la correspondance tension/diamètre est d’environ $1 \mu\text{m.g}^{-1}$. Pour un polariseur de $\simeq 10$ cm avec des fils espacés d’environ $100 \mu\text{m}$, on arrive donc à des contraintes globales sur le cadre de plusieurs dizaines de kg.

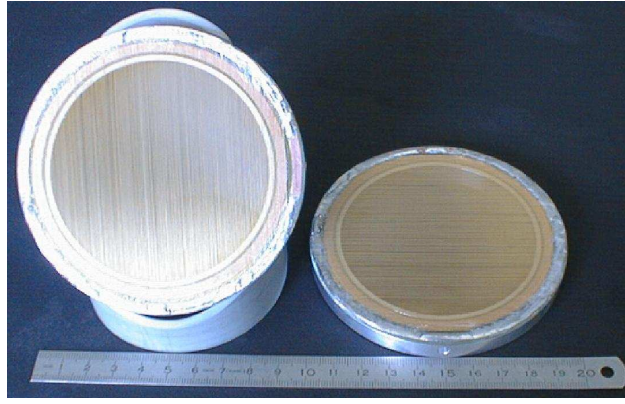


FIG. 6.4 – Polariseurs en grille de fils de Cu/Be de 50 μm de diamètre espacés de 100 μm utilisés pour l'étalonnage au sol des voies polarisées.

$$\mathbf{S}' = \mathcal{M}\mathbf{S}_0 = \begin{pmatrix} K & k \cos 2\alpha & k \sin 2\alpha \\ k \cos 2\alpha & K \cos^2 2\alpha + q \sin^2 2\alpha & (K - q) \cos 2\alpha \sin 2\alpha \\ k \sin 2\alpha & (K - q) \cos 2\alpha \sin 2\alpha & K \sin^2 2\alpha + q \cos^2 2\alpha \end{pmatrix} \mathbf{S}_0 \quad (6.4)$$

où $K = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$, $k = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2}$, $q = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$, $\tau_{1,2}$ désignant les coefficients de transmission de l'intensité du polariseur suivant ses directions passante (orthogonale aux fils) et réfléchissante² (cf. Eq. 6.1 et 6.2). Dans le cas d'un polariseur parfait : $K = k = 1/2$, $q = 0$. Un détecteur non polarisé placé après le polariseur n'est alors sensible qu'à la composante d'intensité de \mathbf{S}' , c'est-à-dire $I' = \frac{1}{2}(I_0 + Q_0 \cos 2\alpha + U_0 \sin 2\alpha)$: on retrouve l'expression 3.15.

Un étalonnage précis de ces polariseurs aurait nécessité l'utilisation d'un banc de test adapté que nous n'avons pas à notre disposition. Leur bon comportement lors du contrôle des angles des polariseurs a prouvé que leur performances étaient conformes à ce que l'on en attendait.

6.2 Étalonnage au sol

L'objet de ces mesures était de contrôler la disposition des polariseurs dans le plan focal et leur fonctionnement. Comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe 3.1.2, si les polariseurs ne sont pas dans leur position nominale et ne couvrent pas l'angle π , cela induit des corrélations sur les paramètres de Stokes mesurés.

Nous présentons la méthode de mesure, les résultats obtenus lors de la préparation du vol de Février 2002 et discutons des effets systématiques induits par la méconnaissance de l'orientation exacte des polariseurs. Pour conclure, nous montrerons que cet étalonnage n'était pas superflu, et qu'il a permis, lors de la préparation du vol du 29 janvier 2001, de mettre en évidence une erreur importante dans le protocole de mise en place des polariseurs, et de la corriger.

6.2.1 Principe de la mesure

On place une source non polarisée en vue du cryostat et on fait tourner un polariseur dont on connaît l'orientation à chaque instant au-dessus du plan focal. Lorsque le bolomètre n'est plus sensible au rayonnement de la source, c'est que le polariseur d'étalonnage tournant lui est orthogonal. Connaissant l'orientation du polariseur tournant, on en déduit celle du bolomètre.

²Le langage courant appelle "parallèle" la direction passante du polariseur. Nous n'emploierons pas cette dénomination pour ne pas prêter à confusion avec la direction des fils.

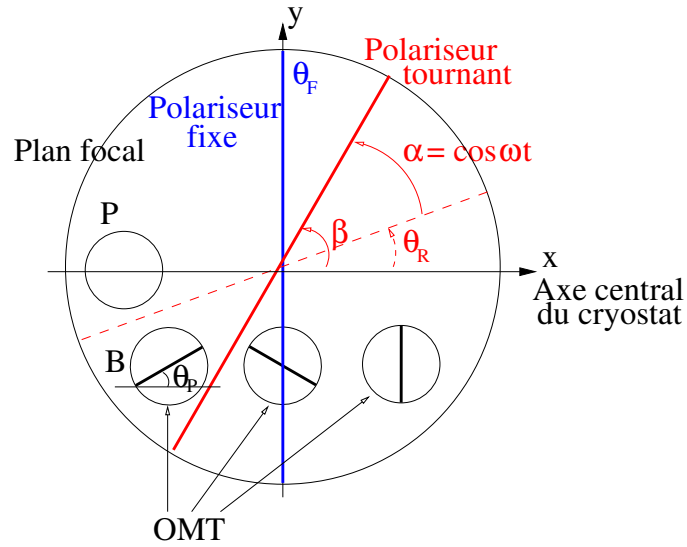


FIG. 6.5 – Schéma de la disposition des directions passantes des OMT dans le plan focal et définition des angles des polariseurs de calibration lors des prises de données par rapport à l'axe central du cryostat. Les deux polariseurs de calibration sont amovibles.

Considérons la figure 6.5. Notons B un bolomètre non polarisé du plan focal et P un bolomètre polarisé. Notons K , k , q les paramètres de la matrice de Mueller du polariseur associé au bolomètre P et θ_P son orientation par rapport à x , et K_c , k_c , q_c , $\beta(t)$ respectivement ceux des polariseurs d'étalonnage (cf. Eq. 6.4) à l'instant t . Nous effectuons alors une première mesure (I) en plaçant un polariseur sur le support tournant. D'après (6.4), le bolomètre polarisé est alors sensible à :

$$I_P = I_0 [K K_c + k k_c \cos 2\theta_P \cos 2\beta(t) + k k_c \sin 2\theta_P \sin 2\beta(t)] \quad (6.5)$$

Le système d'acquisition (cf. paragraphe suivant) donne $\alpha(t) = \beta(t) - \theta_R$ à chaque instant, mais θ_R est inconnu. L'équation (6.5) devient alors :

$$\begin{aligned} I_P &= I_0 [K K_c + k k_c \cos 2(\theta_R - \theta_P) \cos 2\alpha(t) + k k_c \sin 2(\theta_R - \theta_P) \sin 2\alpha(t)] \\ &= A + B \cos 2\alpha(t) + C \sin 2\alpha(t) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Connaissant $\alpha(t)$ à chaque instant, on ajuste les constantes A , B , C et on détermine :

$$\theta_R - \theta_P = \frac{1}{2} \arctan \frac{C}{B} \quad (6.7)$$

Afin de déterminer θ_R , on effectue une deuxième mesure (II) en plaçant un polariseur sur le support tournant et un polariseur fixe sous la boîte, en prenant garde de relever l'orientation de sa direction passante θ_F . Lors de la manipulation, il était facile d'aligner les fils de la grille avec l'axe x très précisément. La direction passante de référence était donc suivant l'axe y de la figure 6.5. Cette fois-ci, le bolomètre non polarisé B est sensible à :

$$I_B = I_0 [K_{c1} K_{c2} + k_{c1} k_{c2} \cos 2(\theta_R - \theta_F) \cos 2\alpha(t) + k_{c1} k_{c2} \sin 2(\theta_R - \theta_F) \sin 2\alpha(t)] \quad (6.8)$$

En procédant également à un ajustement en fonction de $\alpha(t)$ on détermine $\theta_R - \theta_F$ de façon analogue à (6.7), d'où l'on déduit θ_R . On peut mesurer ce paramètre indépendamment avec chacun des bolomètres non polarisés. En reprenant l'équation (6.5), on obtient donc la valeur cherchée de θ_P .

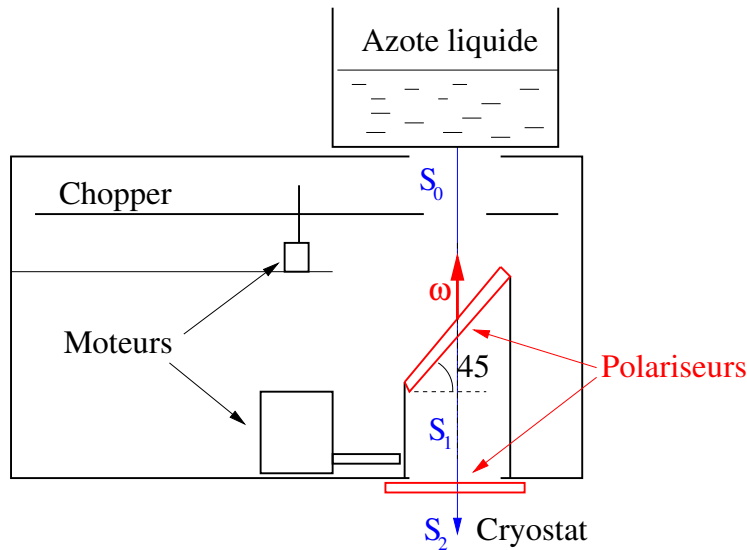


FIG. 6.6 – *Gauche* : Schéma du dispositif expérimental utilisé pour le contrôle des angles des polariseurs. La boîte recouverte d'eccorsorb contient un polariseur tournant (amovible) et un *chopper*. On peut placer un second polariseur sous la boîte. Le tout est positionné au-dessus du cryostat par une table permettant de translater le tout dans un plan horizontal. *Droite* : Photo du dispositif complet lors des mesures effectuées à Kiruna en Décembre 2000.

Chacune de ces mesures a été effectuée pour deux positions différentes de la source au-dessus du plan focal.

6.2.2 Mesure expérimentale

Afin d'effectuer les mesures précédemment décrites, nous utilisons le dispositif représenté sur la figure 6.6. La source de rayonnement est un récipient en polystyrène, dont le fond est couvert d'eccorsorb³, rempli d'azote liquide (77 K). Entre cette source et le plan focal, une boîte, tapissée d'eccorsorb pour éviter les réflexions parasites, abrite un support incliné sur lequel on peut placer un polariseur d'étalonnage. Ce support tourne à 1.5 tour.mn^{-1} et il est incliné pour éviter des réflexions multiples entre le polariseur et le cryostat. On peut également placer un polariseur fixe sous la boîte. Entre l'ouverture sur la source d'azote et le polariseur tournant, on dispose un *chopper* (disque métallique couvert d'eccorsorb, percé de deux ouvertures identiques et diamétralement opposées) qui tourne à $6.7 \text{ tour.sec}^{-1}$: il module donc le rayonnement de la source à 13.4 Hz pour pouvoir par la suite faire une détection synchrone. Le *chopper* et le moteur d'entraînement du polariseur sont synchronisés par l'acquisition de données si bien qu'on connaît à chaque instant la position $\alpha(t)$ du support tournant par rapport à l'instant initial de la mesure.

Les données sont enregistrées à la fréquence de 153 Hz en fonction du temps et forment des *Time Ordered Information* (TOI). Les données brutes sont représentées sur la figure 6.7. On y distingue clairement la modulation par le polariseur tournant avec une période 40 sec. Sur cette durée on ne voit que l'enveloppe du signal effectivement mesuré. Celui-ci est présenté sur la figure 6.7–*droite* qui correspond à une seconde de prise de données. On distingue les sauts qui correspondent à la modulation du *chopper*. Lorsque le *chopper* obture la source d'azote, les bolomètres reçoivent le rayonnement émis par le disque du *chopper* à environ 300 K. Lorsque le *chopper* laisse passer le rayonnement de la source, ils reçoivent l'émission de l'azote à 77 K. Le rayonnement du *chopper* est également polarisé par le polariseur tournant. Cependant, la réflexion de l'émission ambiante provenant de “sous” le polariseur tournant s'y ajoute. Celle-

³L'eccorsorb a la propriété de se comporter en corps noir à basse température. On en met donc au fond du récipient car le polystyrène est transparent pour les ondes millimétriques.

Bolomètre	Position nominale	Mesure 1	Mesure 2	Résultat moyen
353K01	30	27	25	26.0
353K02	120	113	114	113.5
353K03	150	150	151	150.5
353K04	60	60	59	59.5
353K05	90	91	90	90.5
353K06	0	4	6	5.0

TAB. 6.1 – Orientation des polariseurs dans le plan focal déterminée lors des deux séries de prises de données. L’incertitude sur les valeurs finales est de $\pm 3^\circ$.

ci étant polarisée orthogonalement à la première (puisqu’elle est *réfléchie* alors que l’autre est *transmise*), le rayonnement du 300 K n’est globalement que très peu modulé. En revanche, le rayonnement émis par l’azote à 77 K ne provient que de la source placée au-dessus du polariseur tournant. Il est donc fortement modulé.

Afin d’isoler le rayonnement de la source d’azote, on procède à une détection synchrone à la fréquence du *chopper*. Le résultat de ce traitement et d’un lissage sur un degré est présenté sur la figure 6.8. On constate que comme on l’apercevait déjà sur la figure 6.7, l’amplitude du signal n’est pas constante entre deux demi-périodes. Cet effet de modulation est également visible sur les bolomètres non polarisés. Nous attribuons cela à un effet d’obturation du faisceau par le dispositif tournant, qui fait que le flux incident sur le bolomètre est modulé, indépendamment de la polarisation. Afin de s’affranchir de cette systématique, nous avons procédé à des mesures avec le support tournant, mais *sans polariseur*, afin d’avoir une estimation de cette modulation. En faisant le rapport de ces deux prises de données, on corrige la quasi-totalité de cet effet, comme le montre la figure 6.9. On peut alors déterminer l’angle $\theta_R - \theta_P$ (cf. Eq. 6.6). Le fait que l’amplitude du rapport ne soit pas égale à 1 est dû au fait que ces prises de données ont été effectuées pendant la descente en température du cryostat, à plusieurs dizaines de minutes d’intervalle. Par conséquent, la sensibilité des bolomètres a également évolué. Ceci n’a cependant pas d’incidence sur la détermination des angles des polariseurs, puisque celle-ci n’est pas déterminée par l’amplitude du signal modulé, mais par sa position.

La figure 6.9 montre les six signaux vus par les bolomètres polarisés. On remarque que les deux voies de chaque paire sont bien en opposition de phase, et que chaque paire est orientée à 60° des deux autres.

La détermination de θ_R (6.8) se fait suivant le même principe cette fois-ci grâce aux bolomètres non polarisés et en fixant un polariseur sous la boîte. Le traitement des données est en tout point similaire à celui du paragraphe précédent. On obtient alors l’orientation des polariseurs dans le plan focal (cf. Tab. 6.1). Quelle que soit la position absolue des bolomètres, deux bolomètres d’un même OMT devraient être mesurés parfaitement orthogonaux. On constate que l’on trouve plutôt 87.5 , 91 et 85.5° . Afin d’évaluer les systématiques induites par cette incertitude au paragraphe suivant, nous supposons que les erreurs sont indépendantes et gaussiennes. Leur variance peut être alors estimée par la moyenne des trois erreurs précédentes, soit $\sigma^2 = 1/3 (2.5^2 + 1^2 + 4.5^2) = 9.16 \text{ deg}^2$, d’où l’on déduit que l’incertitude de la méthode est de $\sigma \simeq 3^\circ$. Les polariseurs sont alors proches de leurs positions nominales.

6.2.3 Effets systématiques induits

Nous nous trouvons dans la situation suivante : les polariseurs ont une orientation donnée θ qu’on ne connaît qu’à 3 degrés près (rms). On va donc reconstruire l’état de polarisation du ciel en *supposant* que les angles des polariseurs sont orientés suivant la direction que l’on a mesurée expérimentalement $\hat{\theta}$. Quelle erreur l’écart entre la vraie position des polariseurs θ et la position estimée $\hat{\theta}$ introduit-il dans la reconstruction des paramètres de Stokes ? Pour répondre à cette question nous suivons un raisonnement analogue à [69] :

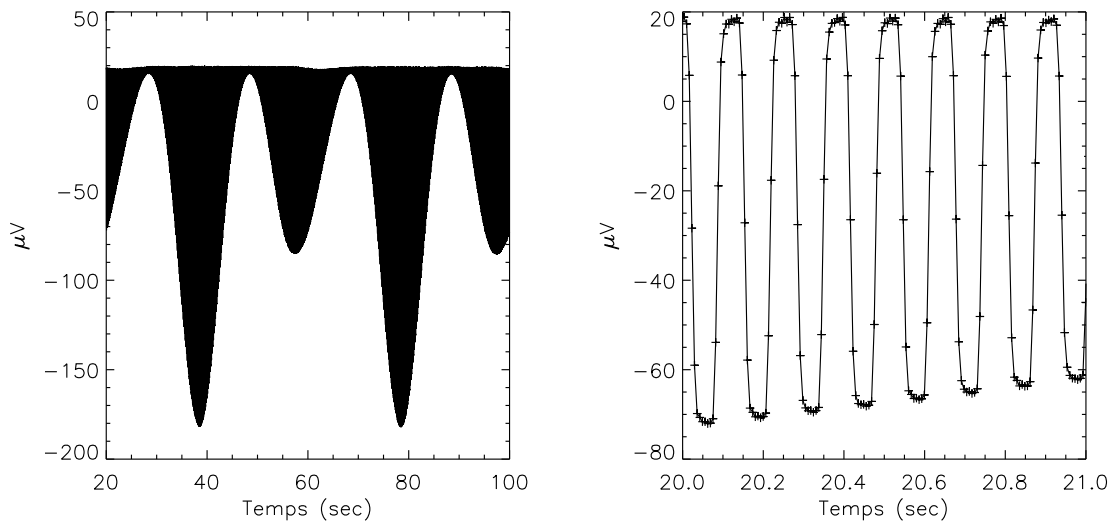


FIG. 6.7 – *Gauche* : TOI brute d'un bolomètre polarisé lorsqu'un polariseur d'étalonnage est placé sur le support tournant. On voit nettement la modulation *Droite* : Même chose pour une seconde de temps de prise de données. On distingue les 153 échantillons par seconde et la modulation à 13.4 Hz du *chopper*.

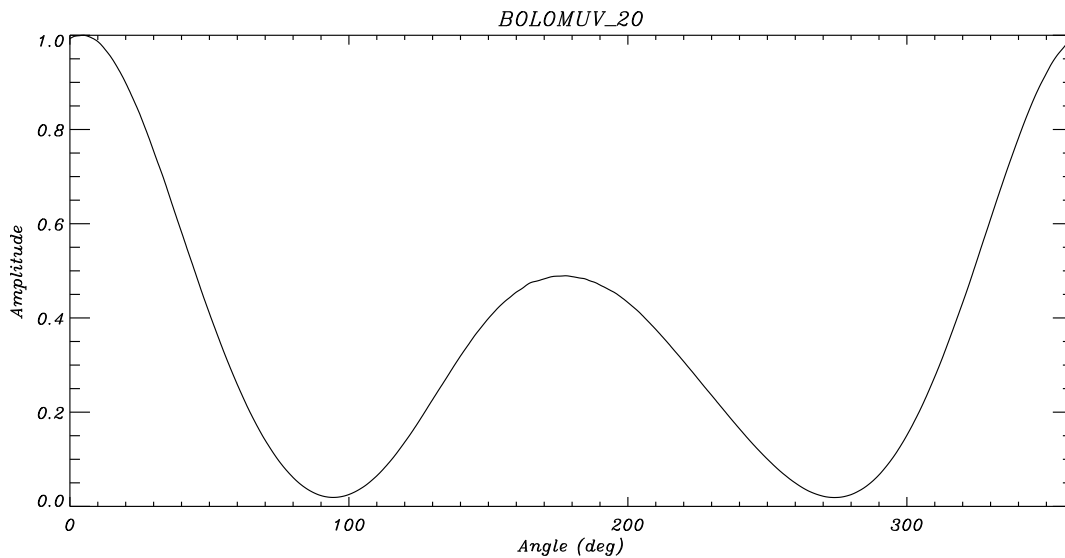


FIG. 6.8 – Résultat de l'application de la détection synchrone aux données de la figure 6.7.

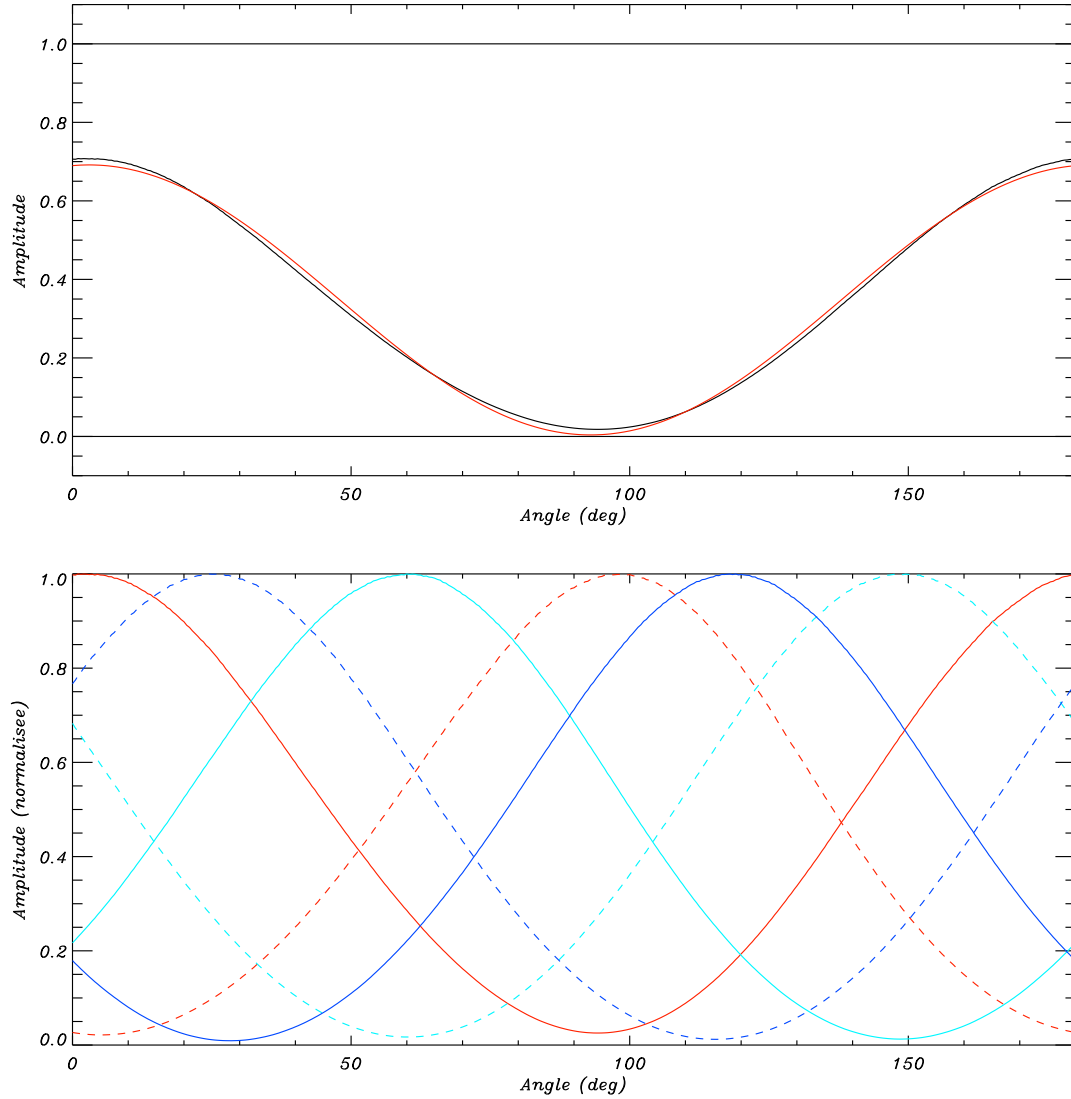


FIG. 6.9 – *Gauche* : Ajustement des données (noir) par l'équation (6.6) (rouge), après normalisation par le signal mesuré lorsqu'on fait tourner le support sans polariseur. *Droite* : Résultat pour les amplitudes des signaux vus par les six bolomètres normalisés en fonction de l'angle du polariseur tournant. *La phase est arbitraire*. A chaque paire est associée une couleur. Les bolomètres en traits pleins sont les bolomètres en face du cornet.

Exp.	Voies	rms($\hat{\theta} - \theta$) (deg)	rms($\Delta Q/Q$) (%)
Archeops	6	1	1.8
	6	3	5.1
	6	10	17.4
PLANCK	24	1	1.2
	24	3	3.5
	24	10	11.5

TAB. 6.2 – Ecart type de la distribution de la polarisation reconstruite avec une incertitude sur l’orientation des polariseurs variant de 1 à 10 degrés, pour Archeops et PLANCK. Archeops comprend 6 bolomètres polarisés, PLANCK comprend pour les deux canaux dédiés au CMB (143 et 217 GHz) 4 PSB, soit 8 voies sensibles à la polarisation.

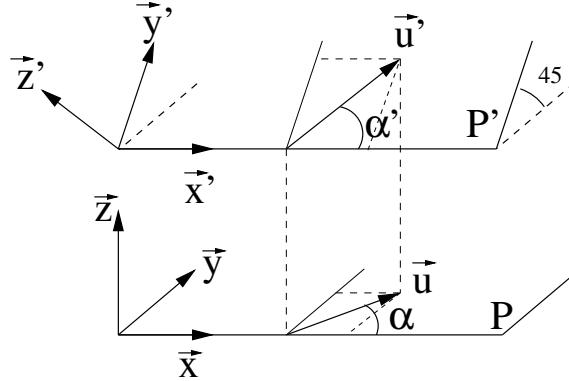


FIG. 6.10 – Le plan P' défini par (\vec{x}', \vec{y}') est incliné à 45° par rapport à P défini par (\vec{x}, \vec{y}) . Le vecteur \vec{u}' appartient à P' et fait l’angle θ' par rapport à $\vec{x}' = \vec{x}$. Le vecteur \vec{u} est la projection de \vec{u}' sur le plan P . Il fait l’angle θ par rapport à \vec{x} .

- on fixe une orientation pour chaque polariseur θ , avec laquelle le ciel est observé,
- on reconstruit l’état de polarisation du ciel avec l’orientation. $\hat{\theta}$.

La différence entre θ et $\hat{\theta}$ est aléatoire, gaussienne. Les résultats de 10000 simulations pour des incertitudes allant de 1 à 10 degrés sont présentés dans le tableau 6.2. Pour cela on a pris une intensité de 1.5 mK_{RJ}, typique de la Galaxie, et supposé une polarisation de 5 ou 10% (les résultats sont identiques). On constate que l’on a alors une incertitude sur la reconstruction de la polarisation de l’ordre de $\Delta Q/Q \simeq 5\%$. A titre de comparaison, nous avons fait figurer les résultats d’une étude similaire pour PLANCK–HFI, en prenant cette fois-ci $I = 2.73$ K et $Q = U = 1\mu\text{K}$.

6.2.4 Projection des angles des polariseurs

Lors de la première mise en place des polariseurs sur le plan focal, au début de la campagne de vol de l’hiver 2000–2001, les polariseurs ont été placés à leur position nominale, sur leur plan incliné à 45° au sein de chaque OMT (cf. 5.6). Or, l’angle “vu” par le rayonnement incident sur le plan focal, correspond à l’angle projeté sur le plan focal, et cette projection déforme l’angle.

En se rapportant à la figure 6.10, notons \vec{u}' un vecteur du plan P' incliné à 45° par rapport au plan horizontal (le plan focal) P . Choisissons deux vecteurs de base du plan incliné (\vec{x}', \vec{y}') , et deux vecteurs de base du plan horizontal (\vec{x}, \vec{y}) (avec $\vec{x} = \vec{x}'$). Alors :

$$\vec{u}' = \cos \alpha' \vec{x}' + \sin \alpha' \vec{y}'$$

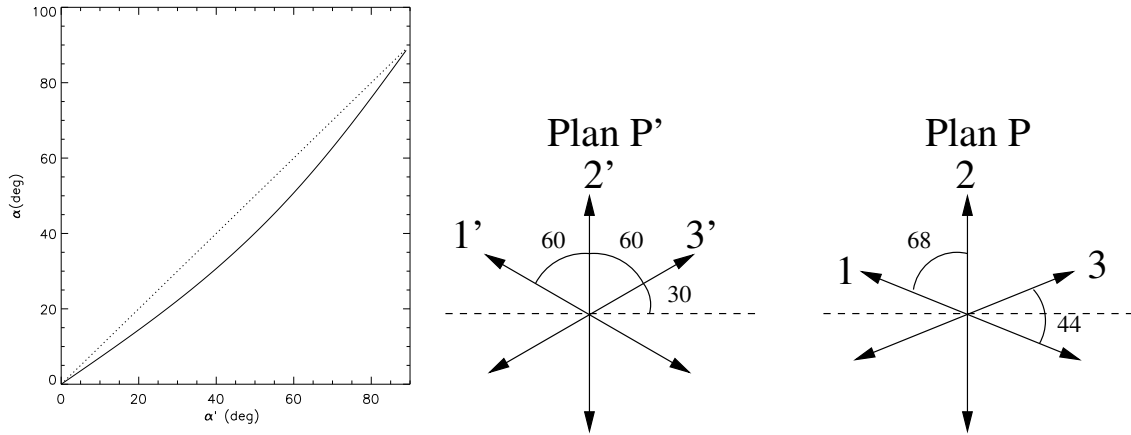


FIG. 6.11 – *Gauche* : Angle projeté sur le plan focal en fonction de l'angle entre les polariseurs dans leur plan incliné (cf. Eq. 6.10) (trait continu). Les angles sont repérés par rapport à l'axe de balayage du ciel (axe central du cryostat). La ligne pointillée correspond à une absence de déformation. *Droite* : Illustration de la déformation des angles lors de la projection.

La projection \vec{u} de \vec{u}' sur le plan (P) vaut donc :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} (\vec{u}' \cdot \vec{x}) \\ (\vec{u}' \cdot \vec{y}) \\ (\vec{u}' \cdot \vec{z}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha' \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Ainsi, l'angle α dans le plan horizontal vaut :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\alpha'\right) \quad (6.10)$$

Cette relation est représentée sur la figure 6.11, et on peut constater que l'écart entre les deux valeurs est significatif. Dans le cas du premier montage, les directions passantes des polariseurs sont disposées à 60° les unes des autres, et les OMT 1 et 3 sont à $\alpha'_{1,3} = \pm 30^\circ$ de l'axe x . Le polariseur 2 orthogonal à x reste orthogonal lors de la projection, mais les projections des angles $\alpha'_{1,3}$ deviennent $\pm 22^\circ$, si bien qu'on s'attend à mesurer entre les polariseurs :

$$\begin{aligned} \alpha_1^{th} - \alpha_3^{th} &= 44 \\ \alpha_1^{th} - \alpha_2^{th} &= 68 \\ \alpha_2^{th} - \alpha_3^{th} &= 68 \end{aligned}$$

Les prises de données effectuées alors ont fourni :

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha_3 &= 44 \pm 3 \\ \alpha_1 - \alpha_2 &= 65 \pm 3 \\ \alpha_2 - \alpha_3 &= 72 \pm 3 \end{aligned}$$

ce qui confirme le raisonnement. Nous avons pu donc corriger cet effet avant le vol en orientant les polariseurs qui devaient être à $\alpha = 30^\circ$ de l'axe de balayage (x) nominalement dans le plan focal, à $\arctan(\sqrt{2} \times 30^\circ) \simeq 39^\circ$ dans le plan incliné des polariseurs.

Remarque :

Dans le cas de PLANCK, le problème ne se posera pas puisque les PSB ne sont pas sur un plan incliné, mais dans le plan focal.

Chapitre 7

Traitement des données

L'objet de cette partie est de décrire l'analyse que j'ai effectuée sur les données des canaux polarisés à 353 GHz d'Archeops. Cette analyse a fait l'objet d'un article [9]. La publication porte essentiellement sur le vol KS3 de février 2002.

La première section décrit brièvement le traitement appliqué aux données. Celui-ci est identique à celui appliqué aux canaux non polarisés. Le second paragraphe présente le filtrage supplémentaire appliqué aux canaux polarisés pour étudier la Galaxie. Nous verrons ensuite la méthode employée pour l'intercalibration des bolomètres polarisés. Viennent ensuite l'application du formalisme décrit dans la partie 3.1.2 pour la détermination des paramètres de Stokes, puis les différents tests d'effets systématiques. Nous concluons par la présentation des résultats et leur interprétation.

Avant toute chose, il nous faut à présent fixer la convention d'orientation des angles de polarisation observés dans le ciel.

Nous choisissons, en chaque point du ciel, de prendre les parallèles (\mathbf{e}_φ) et méridiens ($-\mathbf{e}_\theta$) comme directions de référence, en coordonnées galactiques. Ainsi :

$$Q \equiv |\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_\varphi|^2 - |\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_\theta|^2 \quad (7.1)$$

$$U \equiv |\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_\varphi^{45}|^2 - |\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_\theta^{45}|^2, \quad (7.2)$$

où $\mathbf{e}_\varphi^{45} = 1/\sqrt{2}(\mathbf{e}_\varphi - \mathbf{e}_\theta)$ et $\mathbf{e}_\theta^{45} = -1/\sqrt{2}(\mathbf{e}_\varphi + \mathbf{e}_\theta)$. Si ψ est son angle par rapport à \mathbf{e}_φ , défini entre $[0^\circ, 180^\circ]$, celui-ci est orienté dans le sens horaire. Nous avons choisi \mathbf{e}_φ pour suivre les longitudes croissantes et $-\mathbf{e}_\theta$ pour suivre les latitudes croissantes (cf. Fig. 7.1).

7.1 Réduction des données

7.1.1 Traitement standard des données

Les données sont échantillonnées à la fréquence $f_{ech} = 153$ Hz. Elles sont organisées comme une suite de mesures en fonction du temps et sont dénotées par TOI pour *Time Ordered Information*.

La première étape du traitement des données est la correction de la modulation de l'électronique à $f_{ech}/2$. On entend par "données brutes" les TOI en sorties de cette correction. Un exemple d'une telle TOI est représenté sur la figure 7.2. On distingue nettement deux caractéristiques principales : une dérive très basse fréquence qui provient de la descente en température du plan focal au cours du vol, ainsi qu'une série de pics fins, les *glitches*, qui correspondent à l'énergie déposée dans les détecteurs par un rayon cosmique de haute énergie.

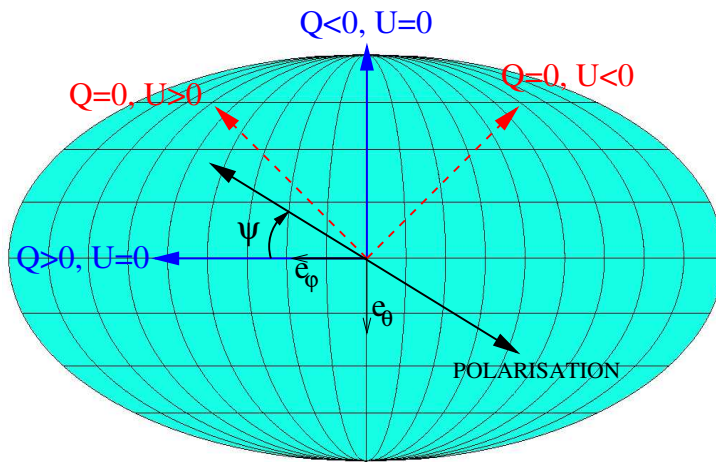


FIG. 7.1 – Illustration des conventions d'orientation pour le pixel au centre de la carte.

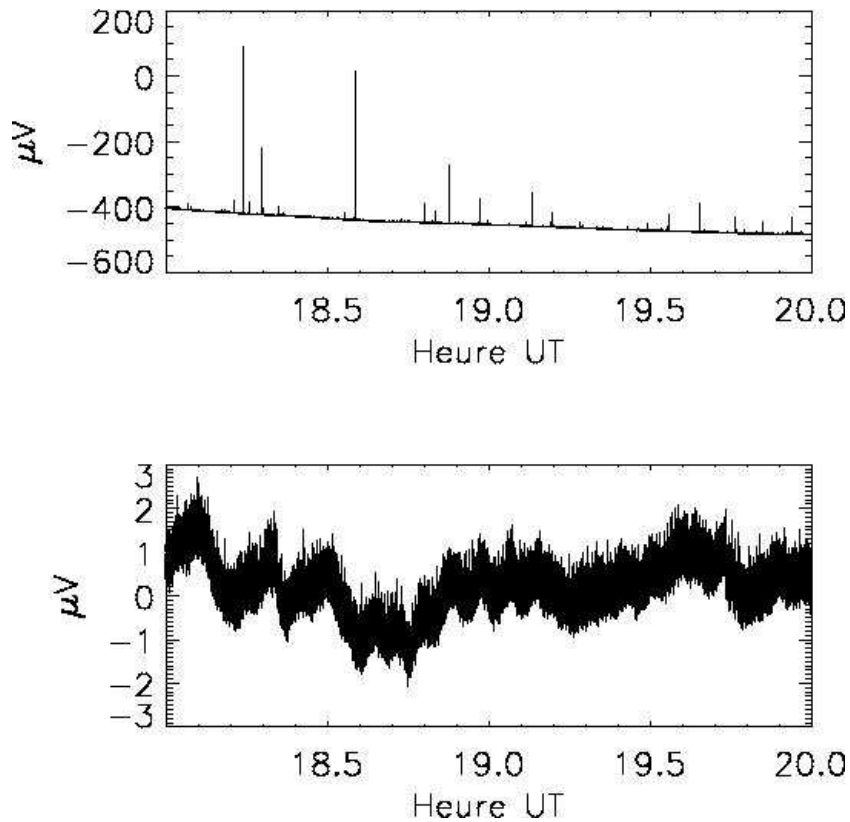


FIG. 7.2 – *Haut* : Extrait de deux heures d'une TOI brute telle qu'elle est enregistrée lors de la prise de données. On distingue la dérive lente qui suit le refroidissement du cryostat et d'importantes composantes basses fréquences. Les cosmiques sont nettement visibles également. *bas* : Même TOI en sortie du pipeline de traitement standard. Les cosmiques et les dérives très basses fréquences ont été supprimés.

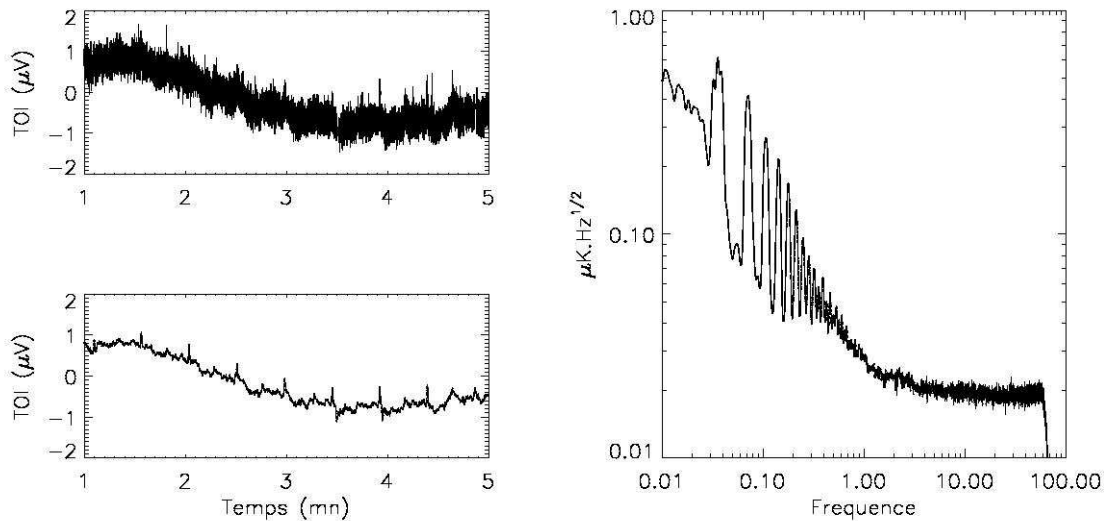


FIG. 7.3 – *Gauche* : Exemple de TOI en sortie du pipeline de traitement standard (*haut*). Même TOI lissée à 0.3 Hz (*bas*). On distingue les pics lorsque l’on observe la Galaxie et une importante composante basse fréquence. *Droite* : Spectre de puissance de cette TOI calculé sur une période d’une heure environ. On distingue au-delà de 1 Hz le plateau du bruit blanc et par rapport à celui-ci, une remontée “en $1/f$ ” à basse fréquence, de fréquence de genou $f_k \simeq 0.3$ Hz. S’ajoutent à cela les harmoniques de la fréquence de rotation de la nacelle (33 mHz) qui contiennent le signal.

Le traitement standard des données¹, commun à toutes les voies, polarisées ou non, est la correction de cette dérive très basse fréquence et la soustraction des *glitches*. Ces deux composantes sont en effet environ 10 000 fois plus puissantes que le signal du CMB.

Les *glitches* ainsi que les artefacts de l’électronique sont étiquetés automatiquement lors d’une première itération et manuellement une seconde fois. Ils sont remplacés par des réalisations de bruit contraint pour le filtrage des basses et très basses fréquences, mais ne sont en aucun cas projetés sur les cartes lors de l’analyse. Moins d’1.5% des données sont ainsi supprimés. Un signal parasite synchrone avec le balayage est également supprimé.

Les TOI sont alors déconvoluées des constantes de temps des bolomètres mesurées en vol sur Jupiter et Saturne. Enfin, le pointage est reconstruit grâce au senseur stellaire (cf. Sect. 5.1.3).

7.1.2 Filtrage propre aux données polarisées

Une fois le traitement standard effectué, une TOI a l’allure représentée sur la figure 7.3. On y distingue deux figures en particulier : des pics périodiques qui correspondent au fort rapport signal sur bruit de l’émission galactique, et une composante basses fréquences qui s’apparente à du “ $1/f$ ” et dont l’amplitude domine le forme générale du signal². Nous reviendrons plus en détails sur la nature de ce bruit basses fréquences au paragraphe concernant le *rétrécissement par ondelettes*. Il est donc nécessaire de soustraire ce bruit pour que le signal galactique soit dominant. La méthode standard utilisée est de couper ces fréquences dans l’espace de Fourier. Le prochain paragraphe montre comment cette méthode s’applique aux données en vue d’une étude galactique. Le suivant montre un procédé original plus performant qui s’appuie sur une méthode d’interpolation. Enfin, nous décrivons le choix retenu pour cette analyse, qui repose sur une extension de l’interpolation par une décomposition en ondelettes.

¹Pour davantage de détails, on pourra se référer à [8].

²Le spectre de bruit est bien représenté par la loi $P(f) = \sigma^2(1 + (f/f_k)^\alpha)$, où σ est le niveau de bruit blanc et α l’indice spectral du bruit basse fréquence.

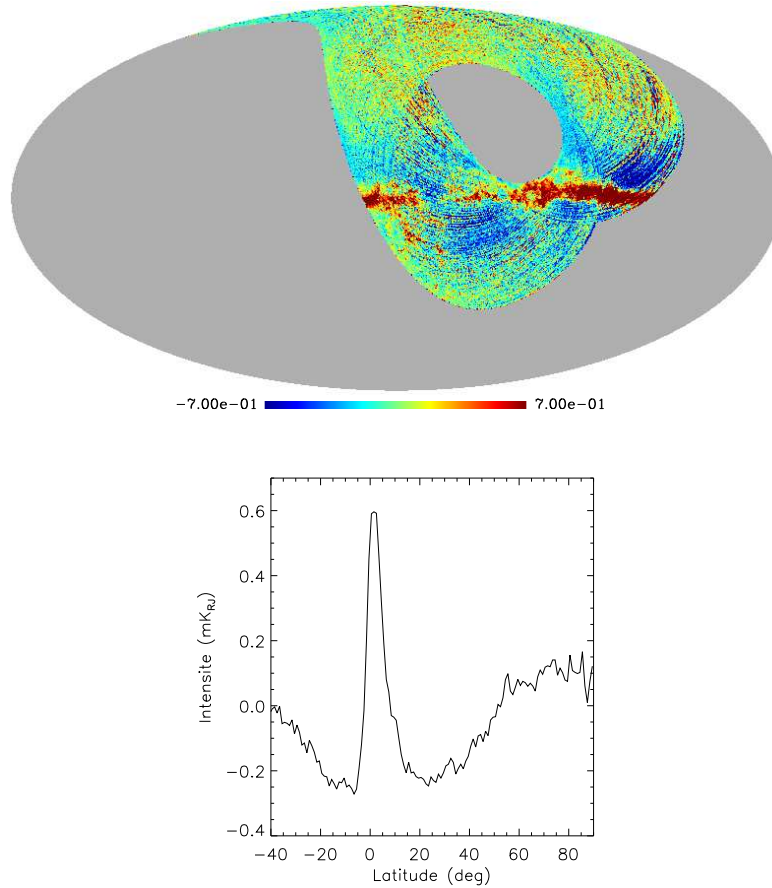


FIG. 7.4 – *Haut* : Carte obtenue en projetant la TOI du bolomètre 353K01 après coupure des fréquences inférieures à 0.1 Hz dans l'espace de Fourier. On remarque les zones négatives de part et d'autre du plan galactique (les *rebonds*). *Bas* : Profil galactique de cette carte. Les rebonds ressortent nettement.

Filtrage dans l'espace de Fourier

Notons $s(t)$ le signal temporel que l'on veut filtrer. Le principe est le suivant :

- on calcule la transformée de Fourier $\hat{s}(\nu)$ de $s(t)$;
- on met à 0 les composantes que l'on veut soustraire. En pratique cela reviendrait à multiplier $\hat{s}(\nu)$ par une fonction porte, mais afin d'atténuer les rebonds (cf. plus bas), celle-ci est apodisée ;
- on détermine le signal filtré $s_f(t)$ en prenant la transformée de Fourier inverse de $\hat{s}(\nu)$.

Une partie du travail est d'ajuster la (les) fréquence(s) de coupure et de se protéger des effets de bord. Les basses fréquences sont supprimées efficacement. Cependant, on se heurte au problème des *rebonds* de part et d'autre de la Galaxie (cf. Fig. 7.4). En effet, couper des fréquences du signal revient à multiplier sa transformée de Fourier par une fonction porte ce qui, dans l'espace réel, se traduit par la convolution du signal par un sinus cardinal. Lorsque cette convolution agit sur la Galaxie qui forme un pic dans la TOI, les oscillations du sinus cardinal sont transmises au signal. On ne peut se prémunir contre cet effet. Ajuster les fréquences de coupures permet de modifier les échelles et l'amplitude des rebonds, mais pas de les supprimer.

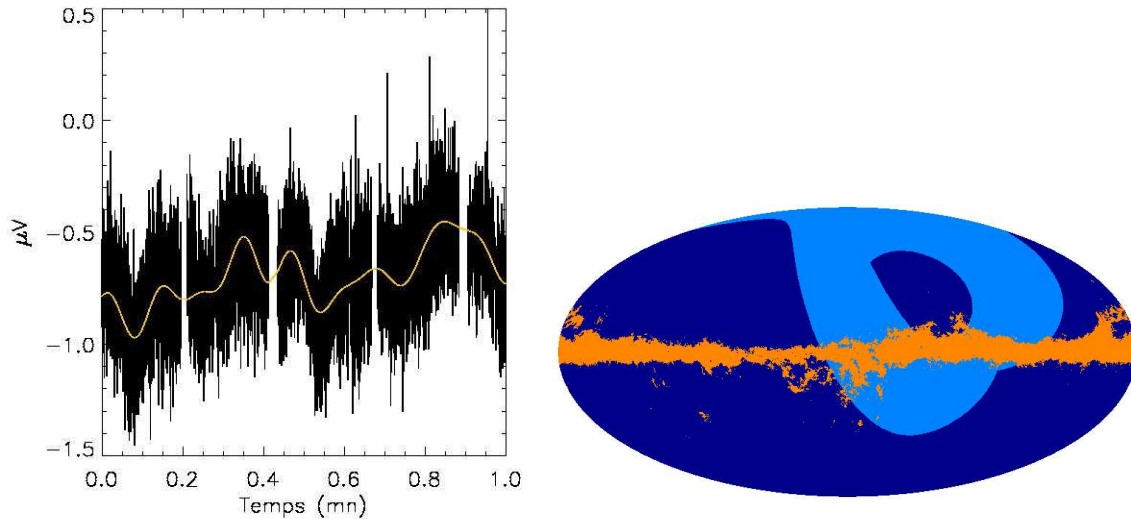


FIG. 7.5 – *Gauche* : Illustration de l’interpolation de la Galaxie sur une TOI. *Droite* : Masque utilisé lors de l’interpolation de la Galaxie et du rétrécissement du signal par ondelettes. La partie bleue ciel correspond à la couverture du ciel d’Archeops. La partie rouge correspond aux points d’intensité supérieure à $1.5 \text{ mK}_{\text{RJ}}$ sur les simulations SFD [124] extrapolées à 353 GHz . C’est la partie interpolée du signal.

Interpolation de la Galaxie

Afin de contourner ce problème, une solution est d’*interpoler* la Galaxie plutôt que de la *filtrer*. Pour cela, une méthode qui décompose la partie basse fréquence de la TOI en une combinaison linéaire d’atomes de Gabor a été développée. Elle est décrite en détails dans [16, 17].

Le point le plus important est le choix du masque de la Galaxie qui détermine les parties de la TOI à interpoler. Le masque est défini par une valeur seuil sur une simulation de l’émission galactique fournie par SFD [124] (cf. Fig. 7.5) extrapolées à 353 GHz ., et tout échantillon correspondant à une partie masquée de la carte est à interpoler. Plus les parties de la TOI à interpoler sont fines, meilleure est l’interpolation. Il faut cependant prendre un masque assez large pour ne pas soustraire les bords des nuages étudiés. Le compromis est déterminé empiriquement, sur des simulations puis sur les données, de manière à obtenir un niveau de striage résiduel minimal. Le résultat de la soustraction des basses fréquences par cette méthode est montré sur la figure 7.6, pour laquelle les mêmes données que sur la figure 7.4 ont été traitées.

Comme on peut le voir, cette méthode est très performante et diminue fortement les rebonds. Elle pourrait être employée en l’état à toutes les voies polarisées pour pouvoir ensuite poursuivre le traitement. La soustraction des basses fréquences peut cependant être améliorée en utilisant un autre algorithme à base d’ondelettes.

Le rétrécissement par ondelettes

Propriétés principales des ondelettes

L’application du traitement par ondelettes des données Archeops est détaillé dans [8, 83]. Nous ne reprenons ici que les principales propriétés relatives à l’application pratique de ce traitement aux voies polarisées.

Une ondelette est une fonction $\psi(t)$ à support borné, d’intégrale nulle, de carré intégrable. En pratique, il faut également ajouter comme condition supplémentaire sur sa transformée de Fourier $\hat{\psi}(\nu)$ que $\int_0^\infty \hat{\psi}(\nu)/\nu \, d\nu = C_\psi$ soit strictement positive et finie. On peut alors translater à l’instant t et dilater cette fonction d’un facteur λ sans en modifier les propriétés en construisant

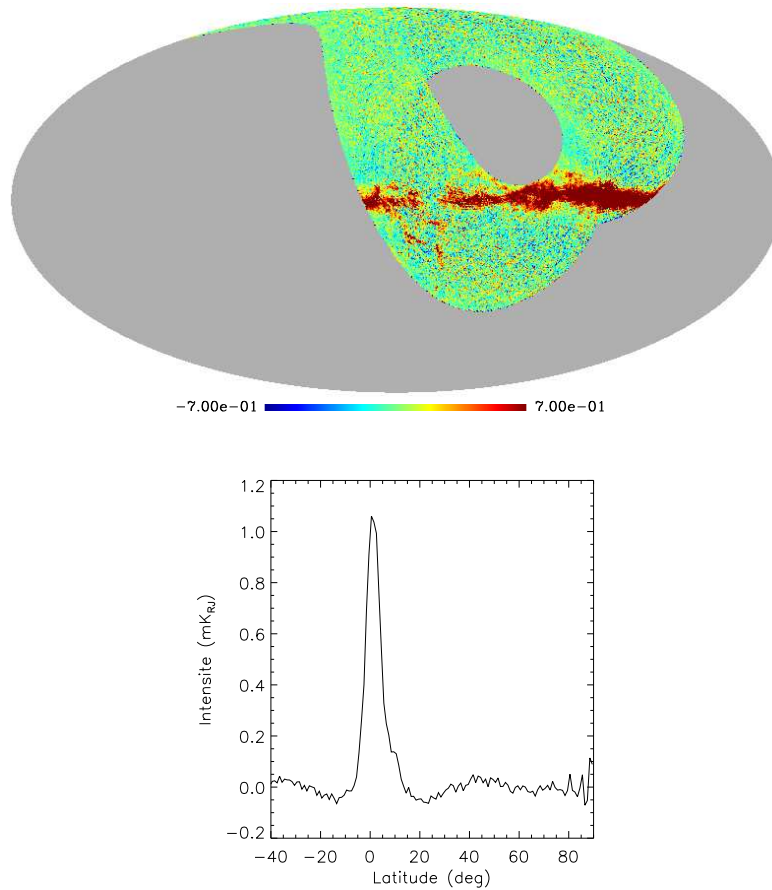


FIG. 7.6 – *Haut* : Carte obtenue en projetant la TOI du bolomètre 353K01 après soustraction des basses fréquences obtenue par l’interpolation de la Galaxie au moyen d’atomes de Gabor. Les rebonds ont significativement diminué par rapport à un filtrage standard dans l’espace de Fourier. *Bas* : Profil galactique de cette carte.

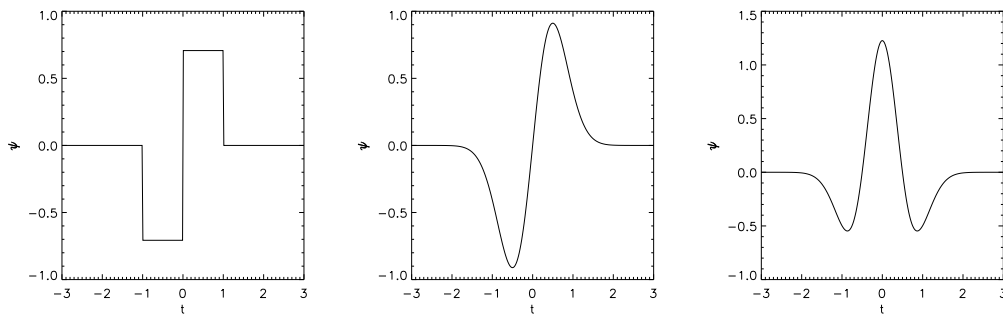


FIG. 7.7 – Exemples d’ondelettes couramment utilisées en traitement du signal. *Gauche* : Ondelette de Haar. La projection (7.3) d’un signal $s(t)$ sur cette ondelette donne la différence entre la moyenne de s sur $[-1, 0]$ et sur $[0, 1]$. Cette projection mesure donc directement la variation de s entre deux intervalles de même longueur autour de l’instant $t = 0$. En variant la largeur des intervalles et l’instant t , la projection sur l’ondelette fournit la même information à des instants différents et sur des échelles différentes. *Centre* : Ondelette gaussienne. Cette fois-ci, la variation entre les moyennes sur les intervalles est pondérée avec la distance à l’instant central. *Droite* : Ondelette “chapeau mexicain”. Elle mesure la différence de comportement du signal autour de $t = 0$ par rapport à son voisinage, avec une pondération par la distance à $t = 0$.

$\psi_{\lambda,t}(x) = \lambda^{-1/2}\psi((t-x)/\lambda)$. Trois exemples usuels d'ondelettes et leur interprétation physique sont présentés sur la figure 7.7.

Le fondement du traitement d'un signal au moyen d'ondelettes, est que celles-ci constituent une base de l'espace des fonctions. Comme on prend la transformée de Fourier d'un signal $s(t)$ en le projetant sur des sinus et cosinus, on peut prendre sa transformée en ondelettes (WT) par une projection sur les fonctions $\psi_{\lambda,t}$:

$$W(\lambda, t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\lambda,t}(x)s(x) dx, \quad (7.3)$$

La transformée de Fourier d'une fonction est une fonction d'une variable (la fréquence), la transformée en ondelettes est une fonction de deux variables, l'échelle (l'équivalent de la fréquence) et le temps. La reconstitution du signal est fournie par la transformée inverse (WT^{-1}) :

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty W(u, t)\psi_{\lambda,t}(u) du \frac{d\lambda}{\lambda^2} \quad (7.4)$$

La différence majeure entre la transformée de Fourier et la transformée en ondelettes est que chaque ondelette est *localisée* dans le temps, et se rapporte à une *échelle particulière*. On dispose donc d'une information temporelle en plus de l'information fréquentielle par rapport à une transformée de Fourier³, et dans un travail de filtrage, on peut par conséquent retirer un mode fréquentiel localement, plutôt que globalement.

Nous venons de décrire la décomposition *continue*. En pratique, comme pour un traitement numérique dans l'espace de Fourier, on utilise son analogue, la décomposition *discrète*, et chaque échelle continue λ devient un nombre d'échantillons 2^j . A titre d'exemple, pour notre fréquence d'échantillonnage de 153 Hz, l'échelle $j = 8$ est la limite que nous avons choisie pour le traitement des TOI polarisées et correspond à la fréquence $f = 1/2^{8+1} \times 153 \simeq 0.3$ Hz.

Le rétrécissement

Notons $d(t)$ le signal provenant du ciel, $n(t)$ le bruit et $s(t) = d(t) + n(t)$ le signal mesuré. Supposons que nous ayons effectué la transformée en ondelettes discrète de $s(t)$:

$$WT[s(t)] = w_{j,t} = d_{j,t} + n_{j,t}.$$

Le but est de déterminer les coefficients $w'_{j,t}$ qui soient les plus proches possibles des $d_{j,t}$, pour pouvoir reconstruire une bonne estimation $s'(t) = WT^{-1}[w']$ de $d(t)$.

Une propriété des ondelettes, dans le cadre du bruit mesuré sur Archeops, est que pour chaque échelle j , les coefficients du bruit $n_{j,t}$ sont gaussiens, de moyenne nulle et de déviation standard σ_j . On peut donc, pour chaque échelle, estimer si le coefficient $w_{j,t}$ est compatible ou non avec le niveau de bruit (disons un critère à 5σ par exemple), et si oui le mettre à zéro pour ne garder ainsi que la partie significative du signal : c'est le *filtrage par seuil*.

$$\begin{aligned} w_{j,t} &\geq 5\sigma_j \Rightarrow w'_{j,t} = w_{j,t} \\ w_{j,t} &\leq 5\sigma_j \Rightarrow w'_{j,t} = 0 \end{aligned}$$

Le **rétrécissement** fonctionne sur le même principe, excepté qu'au lieu de garder ou rejeter les coefficients, on retire à tous une fonction de la statistique du bruit à l'échelle j . Le calcul de cette fonction sort du cadre de ce travail. Il est détaillé dans [83]. le rétrécissement est plus

³Ce traitement a ainsi joué un rôle majeur lors de l'estimation des C_l en permettant de monitorer la (non)stationnarité du bruit.

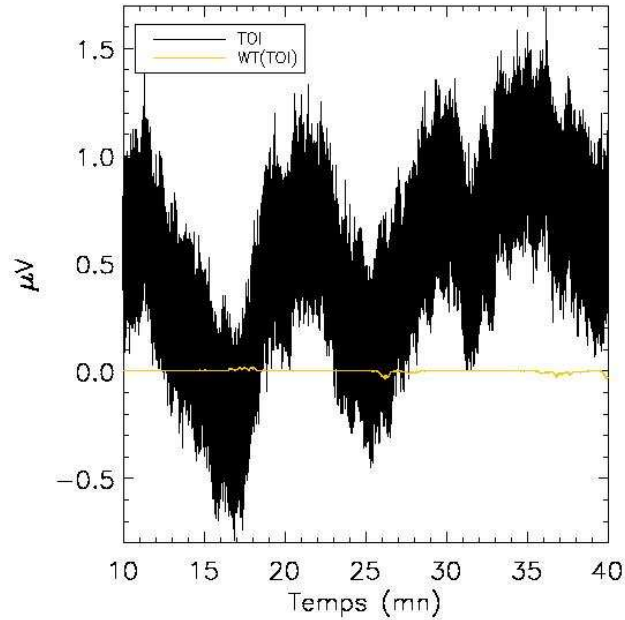


FIG. 7.8 – Illustration de l’application du rétrécissement par ondelettes appliqué à du bruit en $1/f$ pur. Le traitement réduit significativement la contribution du bruit.

performant que le filtrage par seuil, et c’est la méthode qui a été retenue pour le traitement des données Archeops en général, et plus spécialement pour le filtrage basse fréquences des voies polarisées. A titre d’exemple, la figure 7.8 montre l’effet du filtrage d’un bruit $1/f$ pur.

Mise en pratique

Nous pouvons à présent utiliser les propriétés décrites précédemment pour soustraire les basses fréquences parasites à la TOI. Il faut préciser quelques points. Si elles ont la forme de bruit en $1/f$ sur le spectre 7.3, elles ne sont pourtant pas dues au $1/f$ qui apparaît généralement dans une chaîne de lecture électronique : dans le cas d’Archeops, celle-ci a été dessinée de telle sorte que la fréquence de genou f_k de son bruit en $1/f$ soit très inférieure à la fréquence de rotation de la nacelle et donc ne se projète pas sur le ciel. Ces composantes sont dues à l’atmosphère : la figure 7.9 montre la forte corrélation entre la TOI du canal à 545 GHz et une TOI à 353 GHz qui ne sont pas lues suivant la même chaîne électronique. On ne peut cependant pas décorréler les TOI à 353 GHz de celle à 545 GHz pour soustraire l’atmosphère, comme cela a été fait pour les voies à 143 et 217 GHz, car le canal à 545 GHz est également très sensible à l’émission Galactique. En soustrayant la composante corrélée des deux signaux, on perdrait donc également le signal galactique.

On ne peut donc pas appliquer directement le rétrécissement par ondelettes aux TOI pour supprimer l’atmosphère, car c’est un réel signal physique, dont les propriétés statistiques ne sont pas celles d’un bruit. On peut en revanche utiliser les ondelettes pour supprimer le bruit et extraire ce signal, et une fois que celui-ci est déterminé, l’enlever à la TOI initiale.

D’autre part, il ne faut pas appliquer le rétrécissement sur la Galaxie. En effet, la Galaxie n’étant pas du bruit gaussien, elle ne va pas être supprimée lors du traitement et va ainsi rester présente dans l’atmosphère reconstruite. Lors de la soustraction à la TOI, on retirerait alors aussi la Galaxie. Il faut donc une fois encore masquer la Galaxie comme lors de l’interpolation décrite au paragraphe 7.1.2. Il reste qu’on ne peut pas appliquer cela

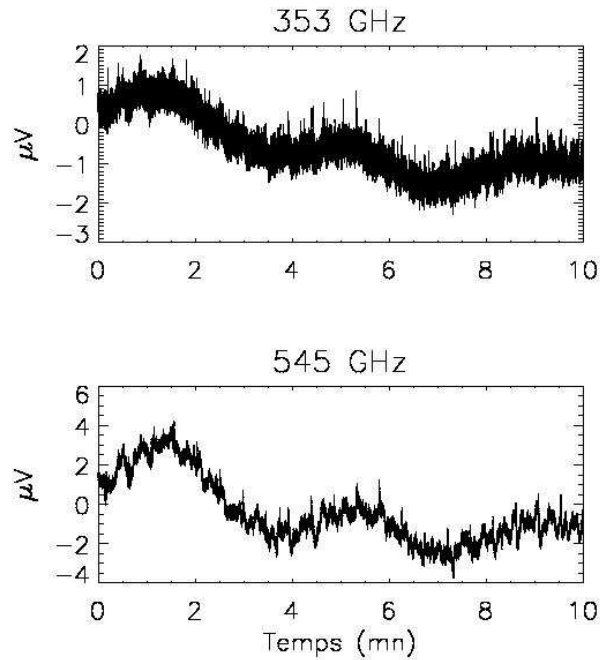


FIG. 7.9 – Représentation d’une dizaine de minutes de la TOI du bolomètre à 545 GHz et d’une TOI à 353 GHz. On remarque une forte corrélation qui n’est pas due à l’instrument.

directement et traiter la TOI car la décomposition en ondelettes ne gère pas efficacement les “trous” que cela engendre dans le signal. Afin de remédier à cela, nous procédons comme suit :

- la méthode d’interpolation fournit une très bonne estimation de la ligne de base qui interpole la Galaxie ;
- sur les parties masquées correspondant à la Galaxie, on substitue au signal une réalisation de bruit blanc de même déviation standard que celui mesuré sur la TOI qu’on ajoute à la ligne de base ;
- on applique le traitement en ondelettes à ce signal et on isole ainsi la composante d’atmosphère.

L’application de cette méthode pour la détermination de la composante atmosphérique est représentée sur la figure 7.10.

La figure 7.11 présente une simulation de TOI à partir d’une carte SFD avec un bruit en $1/f$ avec $f_k \simeq 0.3$ Hz, c’est-à-dire qu’on approche la composante atmosphérique par sa composante $1/f$ uniquement (cf. Fig. 7.3). On montre à cette occasion que le rétrécissement est plus performant que l’interpolation décrite en 7.1.2. La figure 7.12 montre une simulation de TOI à partir de SFD à laquelle on a ajouté une simulation de bruit atmosphérique et du $1/f$ ($f_k \simeq 0.01$) Hz.

Enfin, la figure 7.13 montre l’application du rétrécissement aux données d’Archeops.

La carte obtenue après le traitement par ondelettes est montrée sur la figure 7.14, pour laquelle les mêmes données que sur les figures 7.4 et 7.6 ont été traitées. Le masque utilisé est représenté sur la figure 7.5.

Pour conclure, on peut constater que la soustraction des basses fréquences grâce au rétrécissement par ondelettes est très performant, minimise les rebonds ainsi que le striage. Ceci tient en partie au fait que, comme l’interpolation, cette méthode soustrait la composante atmosphérique, au lieu de ne filtrer qu’une partie de son spectre. Une coupure en fréquences

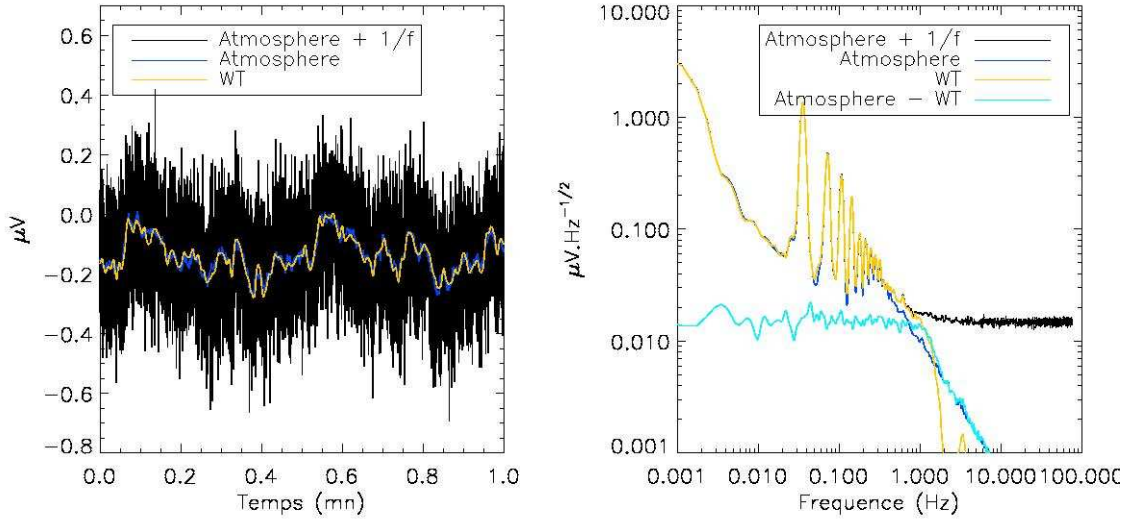


FIG. 7.10 – *Gauche* : Simulation. Comparaison de la composante atmosphérique simulée à laquelle on a ajouté du bruit $1/f$ ($f_k = 0.01$ Hz) et de sa reconstruction par rétrécissement par ondelettes après avoir masqué la Galaxie. *Droite* : Spectres de puissance des TOI présentées sur la figure de gauche. On constate le très bon accord entre le signal simulé et le signal reconstruit.

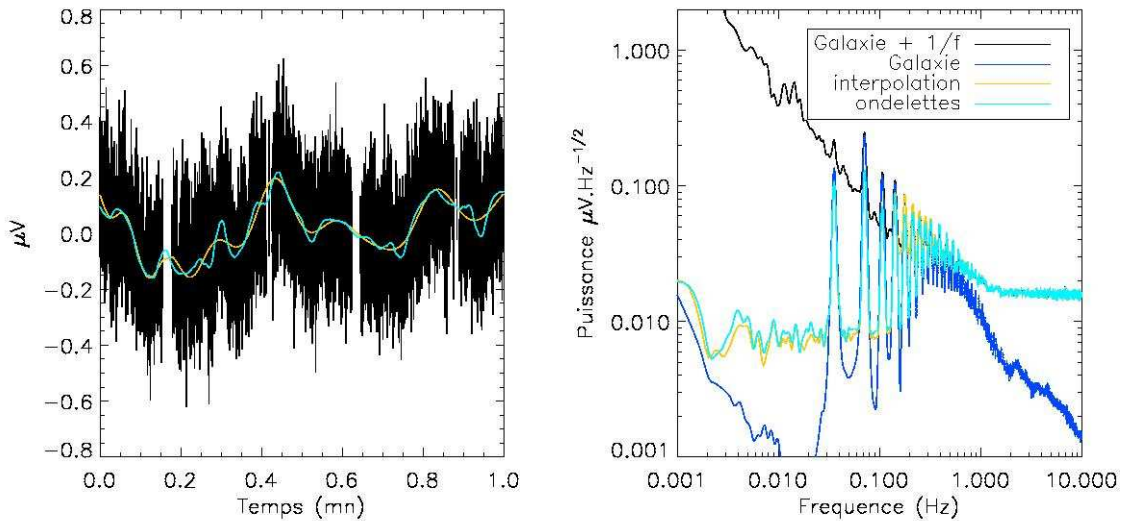


FIG. 7.11 – Simulation. On ajoute du bruit en $1/f$ tel que $f_k = 0.3$ Hz à une simulation de la Galaxie. *Gauche* : Représentation de la TOI et de la composante basse fréquence estimée par la méthode d'interpolation et par les ondelettes. *Droite* : Spectres de puissances de la TOI simulée brute, de la TOI sans la composante BF estimée par l'interpolation ou par les ondelettes. On constate que les ondelettes sont plus performantes.

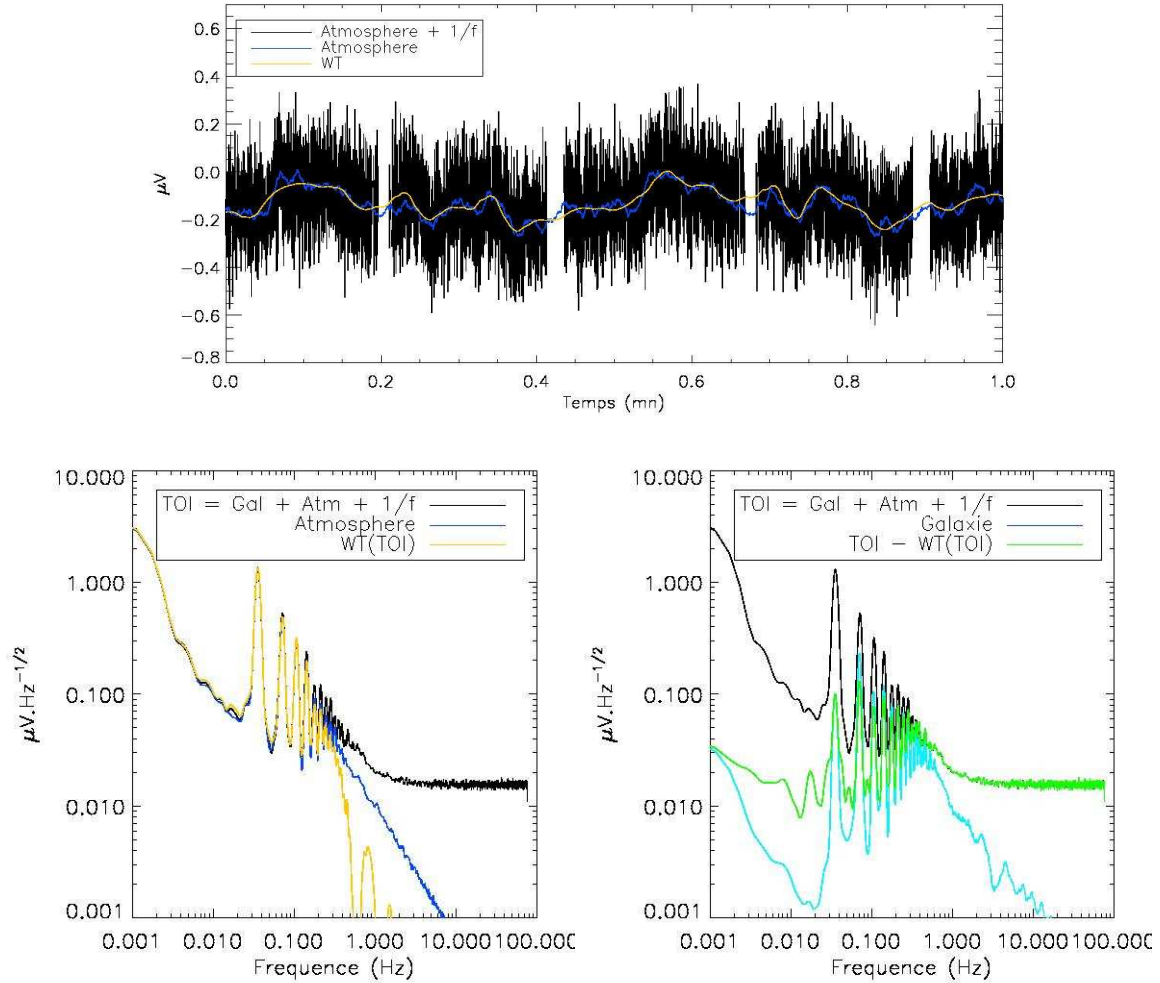


FIG. 7.12 – Simulation. Un bruit $1/f$ ($f_k = 0.01$ Hz) et une composante atmosphérique sont ajoutées à une simulation de la Galaxie. *Haut* : Représentation de la TOI simulée, de la composante atmosphérique à soustraire et de son estimation par le traitement en ondelettes. On constate que la détermination sur la partie masquée de la Galaxie reste imparfaite, par exemple autour de $t \simeq 0.65$ mn. *Bas gauche* : Spectres de la TOI simulée, de la composante atmosphérique et de la reconstruction de cette dernière par les ondelettes. *Bas droite* : Spectres de la TOI simulée, de la Galaxie et de la TOI une fois qu'on lui a soustrait la reconstruction de la composante atmosphérique.

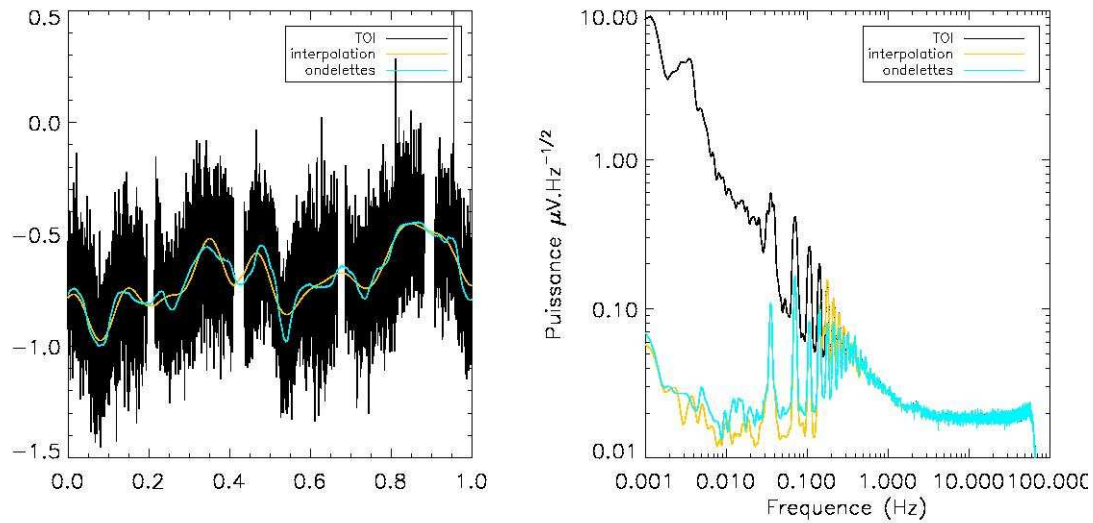


FIG. 7.13 – Comparaison de l’interpolation et du traitement par ondelettes sur les données, dans les domaines temporel et fréquentiel.

traditionnelle laisserait intacte la puissance de l’atmosphère aux fréquences conservées.

A présent que nous avons minimisé la contribution des basses fréquences, nous disposons d’un bon rapport signal sur bruit sur le plan galactique. Nous pouvons donc étalonner les détecteurs, ce qui constitue la dernière étape avant leur projection.

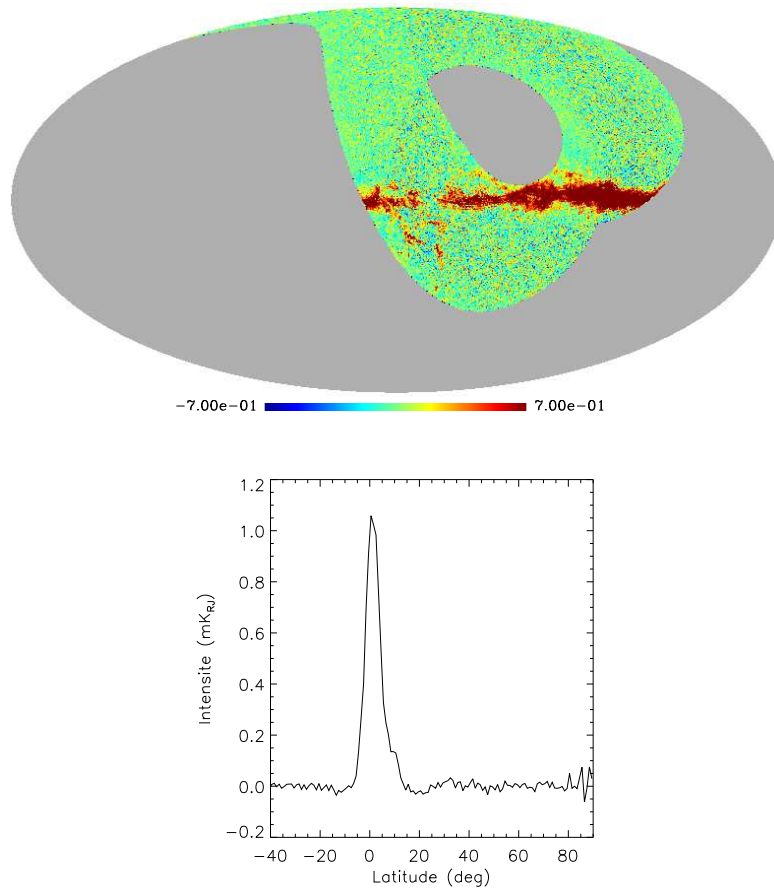


FIG. 7.14 – *Haut* : Carte obtenue en projetant la TOI du bolomètre 353K01 après soustraction des basses fréquences obtenue par rétrécissement du signal par ondelettes. La carte est moins striée que par simple interpolation de la Galaxie (Fig. 7.6). *Bas* : Profil galactique de cette carte. On constate que les rebonds ont également diminué par rapport à l'interpolation.

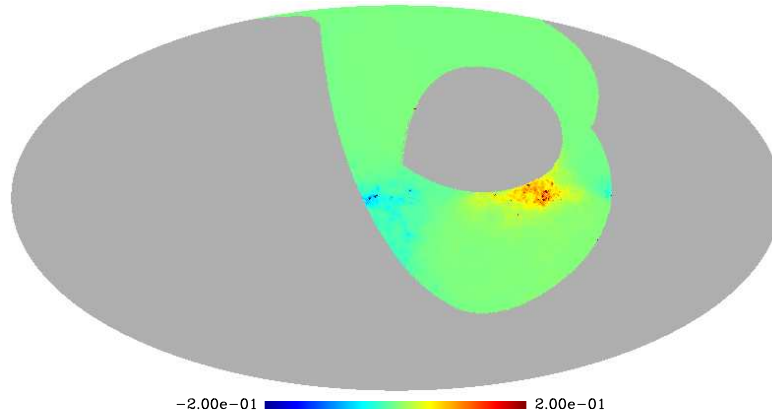


FIG. 7.15 – Simulation. La Galaxie en entrée est non polarisée et les bolomètres n’ont pas la même sensibilité (écart allant jusqu’à 20%, comme observé sur les canaux d’Archeops). On reconstruit l’observation en négligeant cet aspect. La figure représente la carte de Q sur laquelle des zones polarisées sont apparues du fait de cette systématique. Le bruit est supposé nul ici.

7.2 Étalonnage

Intrinsèquement, la mesure de la polarisation procède de la mesure de *différences* d’intensité suivant des directions orthogonales. Ceci apparaît dans la définition même de Q et U . Dans le cas de l’étude des anisotropies de température du CMB, la combinaison des mesures de plusieurs détecteurs nécessite certes un bon étalonnage, mais la qualité de celui-ci n’influe que sur la précision avec laquelle on détermine l’observable. Dans le cas de la polarisation, où l’on cherche la détection d’un signal attendu faible, l’étalonnage devient critique, car le moindre écart systématique entre les sensibilités de deux détecteurs apparaît alors comme du signal (cf. Fig. 7.15). Cet effet est d’autant plus difficile à déceler que les angles des polariseurs par rapport aux sources observées ne varient que très peu dans une même région du ciel.

En principe, on pourrait étalonner les détecteurs individuellement sur une source quelconque du ciel, non polarisée ou de polarisation déterminée. En pratique, cela suppose que la source soit très bien connue, et bien échantillonnée. Dans le cas d’Archeops, on dispose de plusieurs sources potentielles d’étalonnage : Jupiter, Saturne, le Dipole cosmologique et la Galaxie. Les planètes offrent l’avantage d’être non polarisées. Mais on ne connaît leur spectre d’émission qu’à 20% près, ce qui est bien insuffisant. Le Dipole a lui l’avantage d’être très bien connu, mais son intensité à 353 GHz ne permet pas une mesure assez précise. La Galaxie, enfin, est très intense, étendue par rapport aux planètes, et permet donc de vérifier l’étalonnage en fonction de la région observée et du temps au cours du vol, puisqu’elle est vue pratiquement pendant toute la prise de données, contrairement aux planètes qui ne sont vues que quelques minutes chacune. C’est donc la meilleure source d’étalonnage à 353 GHz dont nous disposons.

Pendant, on se heurte vite à deux problèmes : l’étalonnage sur la Galaxie n’est précis qu’à 6%, ce qui n’est toujours pas suffisant pour une mesure de polarisation. D’autre part, si la Galaxie est polarisée, ce que l’on ne sait pas *a priori*, quelle erreur cela introduit-il sur l’étalonnage ? Cela induit-il une fausse polarisation comme celle présentée en début de paragraphe ? Afin de résoudre ces différents problèmes, une méthode originale a été développée pour Archeops et fait l’objet du paragraphe suivant. Nous verrons par la suite que l’étalonnage absolu s’appuie sur les résultats de cette méthode.

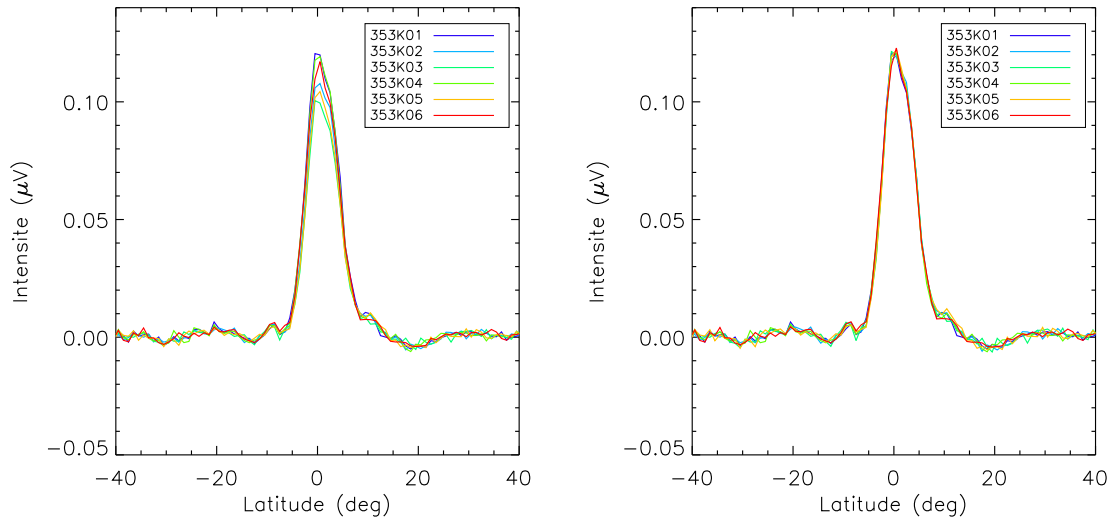


FIG. 7.16 – *Gauche* : Profils galactiques des 6 bolomètres à 353 GHz. *Droite* : Mêmes profils après l’intercalibration.

7.2.1 L’intercalibration

Description de la méthode

Afin de pallier l’imprécision de l’étalonnage absolu, C. Rosset et F.-X. Désert [117, 118] ont développé une méthode originale qui s’appuie sur des profils galactiques. Ceux-ci permettent d’augmenter le rapport signal/bruit, ainsi que de fixer un niveau zéro en dehors de la Galaxie. Les profils sont ensuite étalonnés les uns par rapport aux autres (cf. Fig. 7.16) par un algorithme itératif⁴. Pour chaque bolomètre b_i on détermine ainsi une constante γ_i telle que :

$$\langle b_i - \gamma_i b_0 \rangle = 0 \quad (7.5)$$

Pour que cet ajustement relatif (que nous nommerons *intercalibration* par commodité) soit possible, cela suppose implicitement que la polarisation éventuelle de la Galaxie affecte de façon négligeable les profils des détecteurs. Intuitivement, on peut anticiper qu’une polarisation à petite échelle se moyenne et n’influe pas le résultat. Le cas d’une polarisation cohérente à grande échelle est moins évident. Ces deux points font l’objet de la discussion du paragraphe suivant.

Mise en pratique et validation sur des simulations

Nous allons montrer ici, au moyen de simulations, quelle est la précision de la détermination des coefficients de l’intercalibration par les profils galactiques.

Afin de simuler des TOI polarisées, nous utilisons les cartes de SFD extrapolées à la fréquence de 353 GHz et d’une estimation de l’étalonnage absolu du bolomètre choisi comme référence.

En reprenant les équations (3.12) et (3.13), on voit qu’il faut en fait simuler trois cartes (I , Q , U). La carte SFD fournit directement I . Afin de simuler Q et U , on définit les pixels que l’on veut polariser, leur polarisation de degré p et d’orientation θ . On a alors pour chacun de ces pixels :

$$\begin{aligned} Q &= p \cos 2\theta I \\ U &= p \sin 2\theta I \end{aligned}$$

⁴Pour quelques détails supplémentaires, cf. annexe F.

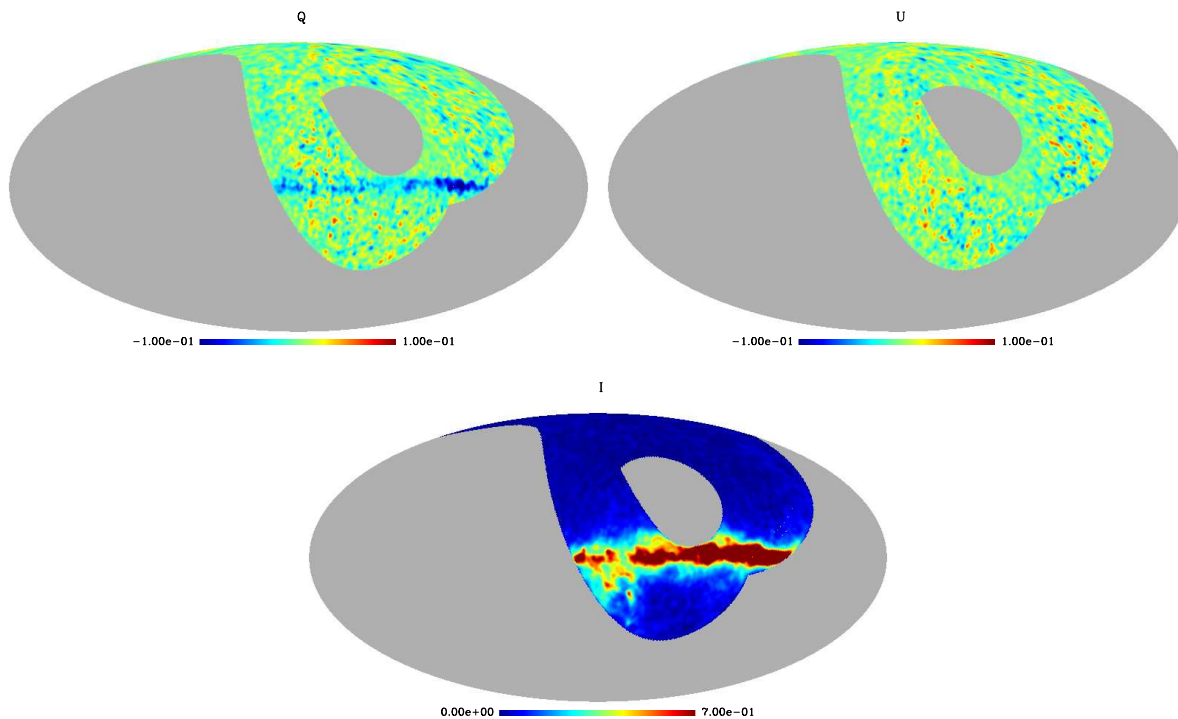


FIG. 7.17 – Simulation. Cartes reconstruites à la première itération de l’intercalibration, lissées à 2° (en mK_{RJ}). La Galaxie en entrée est polarisée à 5% orthogonalement au plan galactique entre -5 et 5° de latitude. Même en négligeant la polarisation de la Galaxie lors de l’intercalibration sur les profils galactiques, on retrouve le signal mis en entrée de la simulation avec un très bon accord dès la première itération.

Une fois ces cartes produites, on les lit avec la stratégie de pointage d’Archeops et on obtient les TOI du signal, auxquelles on peut alors ajouter le bruit désiré. *Dans toute la suite de ce travail, les divers paramètres de bruit (indice du $1/f$, niveau de bruit blanc...) ainsi que les sensibilités qui seront attribuées lors des simulations seront celles déterminées sur les données, sauf mention explicite.*

Nous allons étudier plusieurs cas de figure. Nous supposons tout d’abord que la Galaxie est polarisée de façon cohérente dans son ensemble. Nous traitons ensuite le cas de quelques nuages polarisés isolés. Enfin nous combinons les deux cas de figure.

Remarquons que si la Galaxie n’est pas du tout polarisée, alors les profils de chaque bolomètre sont identiques et l’intercalibration, calculée dans le cas d’un bruit blanc, est précise à 0.1%. Les cas qui peuvent affecter cette précision sont ceux de fortes polarisations, c’est pourquoi nous considérons des degrés supérieurs à 5% pour ces simulations.

La Galaxie est polarisée de façon cohérente dans son ensemble

La figure 7.17 représente les cartes reconstruites à partir d’une simulation d’une galaxie polarisée à 5% orthogonalement au plan entre -5° et 5° de latitude, et de bruit blanc. On constate que même en ignorant cette polarisation lors de l’intercalibration, le signal reconstruit est très proche de celui qu’on attend. L’erreur relative sur les coefficients d’intercalibration calculés par rapport à ceux mis en entrée est inférieure à 3% (4% si on se restreint à l’intervalle 15.5 à 21 UT, cf. 7.2.1). On peut améliorer cette précision en masquant les zones que l’on trouve significativement polarisées (seuil à 2σ en signal sur bruit par exemple) et en recalculant les profils et l’intercalibration. On obtient cette fois-ci une précision meilleure que 2%.

Si le taux de polarisation est inférieur à 5%, l’effet sur les profils est moins fort, et on attend

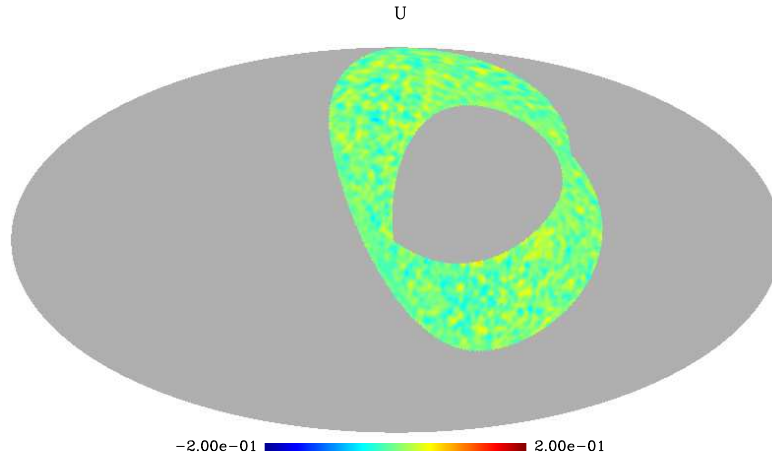


FIG. 7.18 – Simulation. Carte reconstruite de U après la deuxième itération de l'intercalibration. La polarisation systématique que l'on voyait lors de la première itération a fortement diminué et n'est plus significative.

ainsi une meilleure précision. En revanche, les zones polarisées sont plus difficiles à détecter à la première itération, et donc à masquer lors de la deuxième. Les simulations montrent que l'on atteint la même précision de 2% sur la reconstruction des coefficients. Cette précision est suffisante pour détecter des régions de quelques degrés carrés polarisées à 3% ou plus, mais pas en deçà. Ceci fixe donc la limite de notre détection pour des nuages de petite échelle. Remarquons que cette limite n'est pas due qu'à la méthode d'intercalibration, mais inclut également le bruit de la mesure.

La Galaxie inclut des nuages polarisés

A titre d'exemple, nous supposons que seule la région du Cygne (la région la plus intense de la partie du ciel couverte par Archeops) soit polarisée, à 5%, orthogonalement au plan galactique. En anticipant un peu sur les résultats expérimentaux, nous montrons ainsi par la même occasion que si elle était significativement polarisée, cela serait apparu dans les données. Comme précédemment, dès la première itération, le nuage ressort significativement sur les cartes reconstruites et les coefficients déduits de l'intercalibration sont en accord avec ceux de la simulation à mieux que 1%. Ceci est dû au fait que le nuage, bien qu'étant le plus intense de la partie du plan galactique couvert par Archeops, n'occupe qu'une petite partie du plan pris pour l'intercalibration.

Supposons à présent que plusieurs nuages aient une polarisation de 10%, avec des orientations différentes⁵ comme sur la figure 7.20. Nous n'ajoutons ici que du bruit blanc. *Nous nous restreignons à partir de ce point à la couverture de ciel qui sera effectivement utilisée pour l'analyse du vol par la suite* (cf. 7.2.1), afin de montrer la validité de l'intercalibration et du filtrage sur cette partie du vol. Les coefficients d'intercalibration reconstruits ont une précision meilleure que 4% à la première itération, 2% à la seconde. La figure 7.21 montre l'accord entre les valeurs des paramètres de Stokes en entrée de la simulation et ceux reconstruits.

La Galaxie est polarisée de façon cohérente à grande échelle et contient des nuages polarisés

Pour finir, afin de simuler un cas réaliste, nous combinons les deux cas particuliers : la Galaxie

⁵Les nuages sont ceux qui sont détectés significativement polarisés dans les données comme nous le montrerons au paragraphe 7.4. Les orientations sont également choisies comme celles des données. Les 10% de polarisation correspondent à un niveau moyen de polarisation pour ces nuages, compte-tenu des erreurs de mesure.

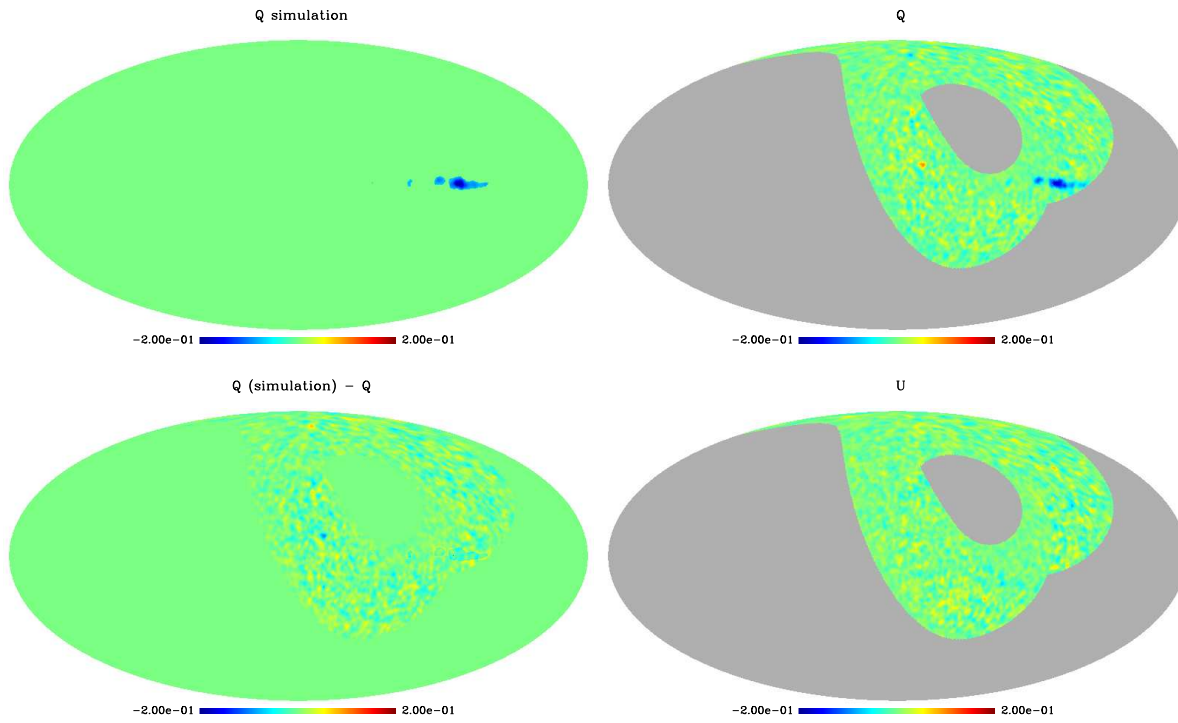


FIG. 7.19 – Simulation. Cartes reconstruites à la première itération, lissées à 2° . Seul le Cygne est polarisé à 5% orthogonalement au plan galactique. Il est détecté dès la première itération et pourra ensuite être masqué pour une seconde intercalibration plus exacte.

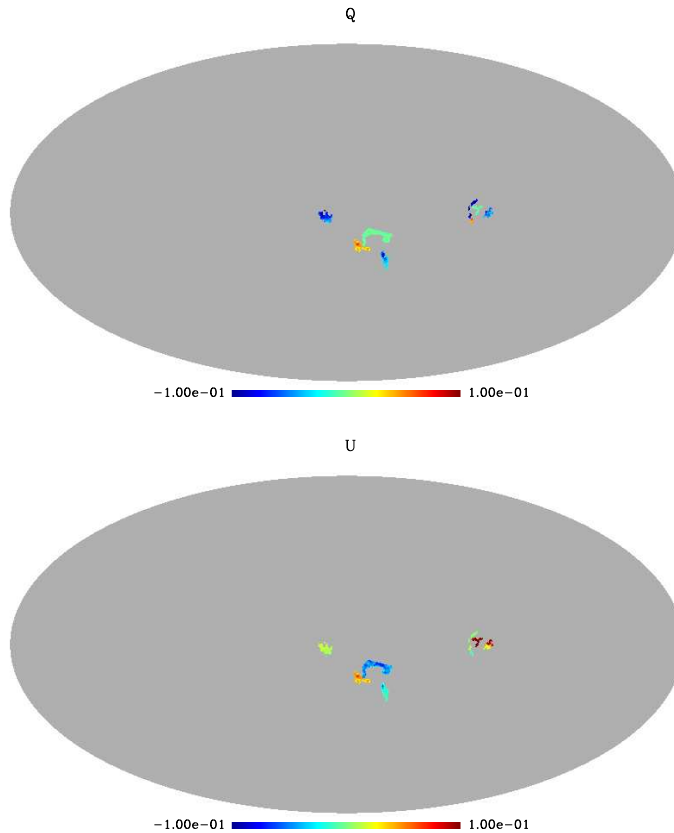


FIG. 7.20 – Simulation. Cartes des nuages polarisés à 10% à diverses orientations mis en entrée de la simulation.

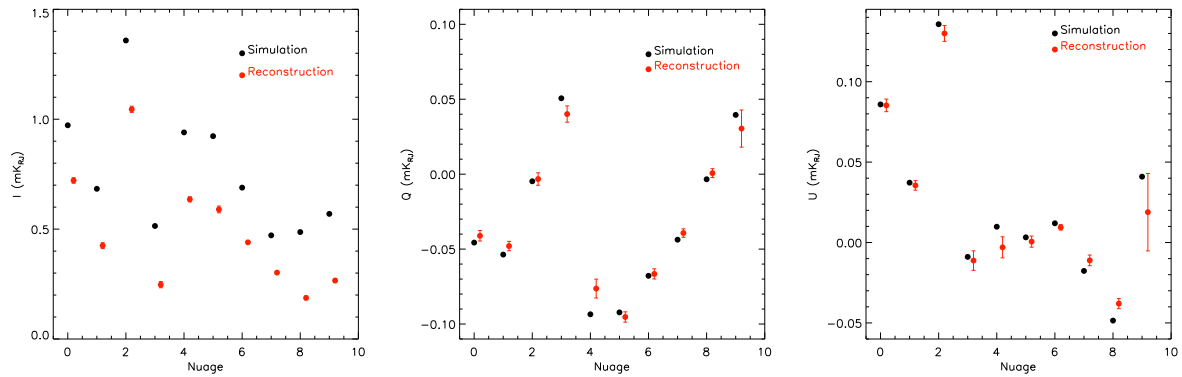


FIG. 7.21 – Comparaison entre les valeurs des paramètres de Stokes des nuages simulés polarisés à 10% en divers endroits de la Galaxie et sur le complexe du Taureau (nuages 7, 8, 9) (cf. Fig. 7.20) pour 30 simulations.

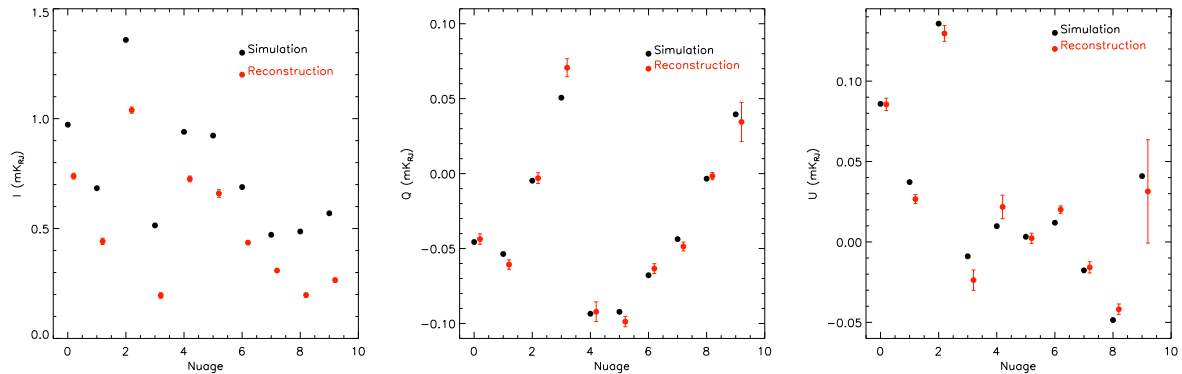


FIG. 7.22 – Comparaison entre les valeurs des paramètres de Stokes des nuages simulés polarisés à 10% en divers endroits d’une Galaxie polarisée à 5% à grande échelle et sur le complexe du Taureau (nuages 7, 8, 9) pour 30 simulations. Le bruit ajouté est une simulation atmosphérique et du bruit blanc.

est polarisée de façon cohérente à grande échelle à 5% et contient des nuages polarisés à 10% à diverses orientations (les mêmes qu’au cas précédent). En outre, afin de simuler aussi l’effet du rétrécissement par ondelettes, nous ajoutons cette fois-ci une simulation de bruit atmosphérique en plus du bruit blanc. Les coefficients d’intercalibration sont encore une fois reconstruits à mieux que 4% à la première itération et à 2% à la seconde. La figure 7.22 montre l’accord entre les paramètres I , Q et U en entrée de simulation et après la reconstruction. L’accord sur l’intensité est moins bon que pour Q et U . Nous comprenons cela de la façon suivante. L’interpolation de la Galaxie supprime une composante basse fréquence de l’émission galactique. Le masque est optimisé pour que le niveau de striage résiduel soit minimal, mais on ne peut s’affranchir de cette coupure basse fréquence. La partie de l’intensité à grande échelle qui est supprimée représente une part importante de l’intensité intégrée sur la ligne de visée, variable d’un nuage à l’autre, mais également variable en fonction de la partie des cercles à interpoler (si le cercle est tangent à la Galaxie, l’interpolation se fait sur une plus grande partie que si le cercle croise la Galaxie orthogonalement). En revanche, cette partie diffuse est automatiquement soustraite lors du calcul de Q et U puisqu’on fait la différence de l’intensité vue par les bolomètres. La partie polarisée de cette émission diffuse est, quant à elle, faible (quelques %) et donc le filtrage affecte moins Q et U que I .

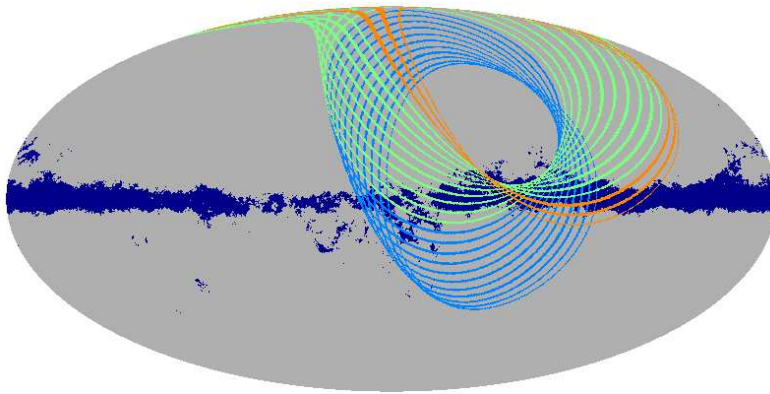
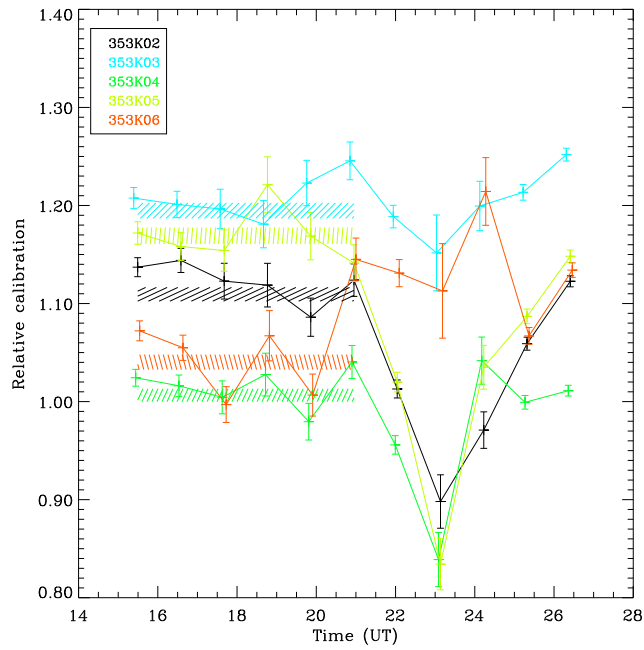


FIG. 7.23 – *Gauche* : Evolution de l’intercalibration en fonction du temps au cours de la nuit d’observation [118]. La partie hachurée entre 15.5 UT et 21 UT correspond à la partie retenue pour l’analyse présentée dans ce travail et publiée [?]. *Droite* : Un cercle de toutes les demi-heure est représenté. Les cercles en bleu correspondent à la période 15.5 UT à 20.5 UT sur laquelle est faite l’analyse, les cercles en vert ceux de la période 21.5 UT à 25.5 UT, les cercles en rouge ceux de la période 26 UT à 27 UT. On voit que les cercles vert croisent la Galaxie tangentiellement et que certains la voient à peine. Les cercles rouges croisent eux aussi la Galaxie tangentiellement.

Evolution de l'intercalibration au cours du vol

Si l'étalonnage absolu des bolomètres peut varier avec le temps en fonction de leur sensibilité avec la température du cryostat⁶, leur étalonnage *relatif* lui ne doit pas changer.

La figure 7.23 représente l'évolution des coefficients d'intercalibration⁷ en fonction du temps. Chaque point est déterminé sur un intervalle de 1 heure. On constate que jusqu'aux alentours de 21 UT, ces coefficients sont relativement stables. Entre 21 et 26 UT, les valeurs se dispersent significativement. Cet effet est dû au fait que pour cette partie du vol, les cercles d'observation longent la Galaxie plus qu'ils ne la croisent, ou ne la croisent qu'à peine. Lorsqu'on longe la Galaxie, l'interpolation lors du filtrage se fait sur de grands intervalles. La détermination des basses fréquences à soustraire est alors imprécise. Quant aux cercles qui ne croisent que très peu la Galaxie, la partie du profil avec un bon rapport signal/bruit est trop courte pour que la méthode soit performante.

Sur la fin de la nuit (au-delà de UT \simeq 26), on repasse significativement sur la Galaxie, donc le rapport signal sur bruit est suffisant pour avoir un calcul précis, mais les cercles sont particulièrement tangents au plan galactique⁸.

Une étude en cours sur une séparation de composantes montre également que l'ozone contribue significativement au bruit basse fréquence et de façon non stationnaire à basse latitude Galactique. Des méthodes de filtrage supplémentaires doivent être employées pour la soustraire. Ce travail est en cours au sein de la collaboration. L'analyse publiée [?] ne porte que sur la partie 15.5 à 21 UT pour laquelle le bruit est bien estimé, et c'est l'analyse que nous présentons dans la suite de ce travail.

7.2.2 Étalonnage absolu

Méthode générale

Le but de l'étalonnage est de déterminer, pour chaque bolomètre délivrant un signal b_i [μ V], une constante β_i [μ V.mK_{RJ}⁻¹] telle que si I_0 [μ K_{RJ}] est l'intensité non polarisée du rayonnement incident sur le détecteur, sa réponse soit :

$$b_i = \beta_i I_0 + n \quad (7.6)$$

Les détails de l'étalonnage absolu sur la Galaxie sont précisés dans [75]. Pour résumer brièvement, on ajuste aux données de FIRAS un spectre de corps noir modifié par une loi de puissance. Celles-ci sont ensuite convoluées par les filtres d'Archeops. Les données d'Archeops sont lissées à la résolution de FIRAS (7°). L'étalonnage est alors obtenu en corrélant les profils galactiques des deux expériences. La précision est de 6%.

Cas particulier des voies polarisées

Comme nous l'avons mentionné en introduction de cette partie sur l'étalonnage, parmi les différentes sources disponibles, nous choisissons la Galaxie. Pour l'étalonnage absolu, il nous faut aussi tenir compte de son éventuelle polarisation, sans quoi on ne peut pas séparer la différence de réponse des détecteurs due à leur orientation de celle due à leur sensibilité.

Pour pallier cela, nous avons choisi d'effectuer l'étalonnage absolu *après* l'intercalibration, et de traiter les bolomètres, non pas individuellement, mais *par paire* d'un même OMT. En effet, la somme des signaux des deux bolomètres intercalibrés d'un OMT est directement proportionnelle à l'intensité totale incidente non polarisée. On détermine donc un coefficient d'étalonnage c par

⁶Cette correction est déjà appliquée lors du traitement standard (voir 7.1.1).

⁷sauf pour le 353K01 pris comme référence et par conséquent constant à 1.

⁸Pour une discussion plus détaillée de l'intercalibration et de son évolution, on pourra se reporter à [118].

OMT	(K01, K02)	(K03, K04)	(K05, K06)
$1/\beta_0$ [mK _{RJ} ·μV ⁻¹]	7.79 ± 0.31	7.71 ± 0.31	7.67 ± 0.30

TAB. 7.1 – Résultats de la détermination de l'étalonnage absolu du bolomètre de référence (353 K01). On remarque l'accord entre les trois mesures.

paire par la méthode décrite ci-dessus, et connaissant la contribution de chaque bolomètre à la somme, on peut remonter à la sensibilité de chacun.

Formellement, le problème peut se formuler de la façon suivante. Notons s [μV] la somme des réponses des deux bolomètres (b_i et b_j) d'un OMT, pondérés par leurs coefficients d'intercalibration (γ_i et γ_j). On a donc :

$$s = \frac{1}{\gamma_i} b_i + \frac{1}{\gamma_j} b_j = c I_0 \quad (7.7)$$

D'après la définition (Eq. 7.5) de l'intercalibration, on a donc :

$$\langle s \rangle = 2 \langle b_0 \rangle = 2 \beta_0 I_0 \quad (7.8)$$

Chaque OMT fournit donc indirectement une détermination $\beta_0 = c/2$ de l'étalonnage absolu du bolomètre b_0 . Les résultats des mesures sont présentés dans le tableau 7.1. En pratique on cherche plutôt le coefficient $1/\beta_0$ [mK_{RJ}·μV⁻¹] pour convertir les résultats obtenus à partir des TOI en unités physiques. Au vu des résultats des mesures, on retiendra :

$$1/\beta_0 = 7.72 \pm 0.3 \text{ mK}_{\text{RJ}} \cdot \mu\text{V}^{-1}$$

Ceci nous permet d'estimer la sensibilité de l'instrument. Le bruit moyen mesuré sur tout l'intervalle de fréquences [0, 76] Hz des bolomètres à 353 GHz est $\bar{\sigma} = 0.187 \mu\text{V}$, ce qui correspond à 21 nV·Hz^{-1/2} par bolomètre, et donc à un bruit en unité de puissance pour une mesure d'intensité faisant intervenir les 6 bolomètres de :

$$NEP = \frac{(0.187 \times 7.72 \cdot 10^3)^2}{2 \times 76 \times 6} = 2273 \mu\text{K}^2 \cdot \text{sec}$$

D'où :

$$s_I = \sqrt{NEP} = 47.7 \mu\text{K} \cdot \text{sec}^{1/2} \quad (7.9)$$

$$s_{Q,U} = \sqrt{2} s_I = 67.45 \mu\text{K} \cdot \text{sec}^{1/2} \quad (7.10)$$

L'étalonnage était la dernière étape de la préparation des TOI. Nous pouvons à présent discuter de leur projection et de la détermination des paramètres de Stokes.

7.3 Détermination des paramètres de Stokes

Nous allons détailler ici l'implémentation du formalisme décrit en section 3.1.2. Il nous faut auparavant modifier légèrement l'équation 3.15 afin d'inclure l'effet de l'étalonnage.

REMARQUE IMPORTANTE

Lors de l'étalonnage absolu, nous avons déterminé pour chaque détecteur b_i , la constante β_i [$\mu\text{V.mK}_{\text{RJ}}^{-1}$] telle que pour une intensité incidente non polarisée, le détecteur mesure :

$$b_i = \beta_i I_0 + n_b \quad (7.11)$$

La constante β_i inclut de fait, le facteur "1/2" de l'équation (3.15). Par conséquent, afin de relier le formalisme du paragraphe 3.1.2 aux mesures expérimentales, **dans toute la suite de cet exposé, nous manipulerons des TOI étalonnées, et l'équation (3.15) relative au bolomètre i devient :**

$$m_i = \frac{1}{\beta_i} b_i = (I + Q \cos 2\alpha + U \sin 2\alpha) + n \quad (7.12)$$

Les méthodes décrites ont été utilisées pour le traitement des données d'Archeops et ont été implémentées pour le traitement des données de PLANCK-HFI dans le cadre du niveau 2.

Rappelons que si \mathbf{S} désigne le vecteur des paramètres de Stokes du rayonnement incident ordonné en temps, \mathcal{A} désigne la matrice de pointage, \mathbf{M} le vecteur de mesures et \mathbf{N} le vecteur de bruit, alors on doit inverser le système :

$$\mathbf{M} = \mathcal{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (7.13)$$

et la solution de moindre χ^2 est :

$$\mathbf{S} = (\mathcal{A}^T \mathcal{N}^{-1} \mathcal{A})^{-1} \mathcal{A}^T \mathcal{N}^{-1} \mathbf{M} \quad (7.14)$$

Pour ce faire, nous disposons de deux possibilités. La première traite les bolomètres individuellement et combine leurs mesures pour calculer (I, Q, U) . La seconde tient compte du fait que les bolomètres sont appariés en OMT et permet de calculer (Q, U) . La première méthode est donc tout à fait générale, la seconde est propre aux OMT et aux *Polarized Sensitive Bolometers*⁹ (PSB), comme ceux qui seront embarqués sur PLANCK-HFI.

7.3.1 Combinaison des TOI

Problèmes liés au calcul numérique

Dans le cas d'Archeops, nous disposons de 6 bolomètres polarisés, échantillonnés à 153 Hz. En nous restreignant aux cinq premières heures et demie de vol, donc à une couverture de 17% du ciel, et en choisissant une résolution de 27 arcmin ($n_{\text{side}} = 128$ en convention HEALpix [38]), les objets qui interviennent dans (7.14) ont donc la taille suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &: n_{sn} = 6 \times 153 \times 5.5 \times 3600 \simeq 18 \cdot 10^6 \\ \mathbf{S} &: 3 \times 0.17 \times (n_{pix} = 12 \times n_{side}^2) \simeq 10^5 \\ \mathcal{A} &= n_{sn} \times 3n_{pix} \end{aligned}$$

⁹Leur description est reportée au chapitre 8.

Inverser une matrice de taille n est un procédé qui demande $\mathcal{O}(n^3)$ opérations, la multiplication de deux matrices de taille $a \times b$ et $b \times c$ demande $2 \times a \times b$ opérations [14]. S'ajoutent à cela les problèmes d'espace mémoire pour stocker ces objets pendant le calcul. L'inversion de tels systèmes requiert donc des algorithmes efficaces pour que le temps de calcul ne soit pas prohibitif.

Par ailleurs, dans le cas de la détermination de cartes de température, la matrice \mathcal{A} est seulement 3 fois plus petite, mais a un seul coefficient non nul et égal à 1 par ligne. Cette propriété permet de diminuer l'espace mémoire nécessaire ainsi que le nombre d'opérations. Ce n'est pas le cas de la matrice de pointage de la polarisation.

Méthode d'inversion

Afin de contourner les problèmes numériques de l'inversion du système global, nous utilisons le fait que le filtrage présenté au paragraphe 7.1.2 ne laisse en première approximation que du bruit blanc sur les TOI. Sous cette condition, la matrice \mathcal{N} est diagonale, et l'on peut scinder le problème en traitant chacun des n_{pix} pixels indépendamment. On réordonne ainsi les indices des vecteurs et matrices de (7.13) en fonction de l'indice p du pixel. La matrice \mathcal{A} devient alors bloc-diagonale :

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{A}_0 & & & \\ & \mathcal{A}_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathcal{A}_{n_{pix}-1} \end{pmatrix},$$

chaque bloc ayant la forme suivante :

$$\mathcal{A}_p = \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha_0 & \sin 2\alpha_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos 2\alpha_{n_{hits}-1} & \sin 2\alpha_{n_{hits}-1} \end{pmatrix},$$

où $0, \dots, n_{hits} - 1$ sont les n_{hits} échantillons¹⁰ du pixel considéré. Pour chaque pixel, on se retrouve formellement avec le même système (7.14), mais cette fois-ci, les objets sont plus petits : \mathbf{S}_p est un vecteur à 3 composantes, \mathbf{M}_p est un vecteur à $n_{hits}(p)$ composantes avec typiquement $n_{hits}(p) \simeq n_{sn}/n_{pix}$, et \mathcal{A}_p est une matrice de taille $(3, n_{hits}(p))$, n_{pix} étant d'environ $3 \cdot 10^5$ pour 17% de ciel couvert, et pour une résolution de 27.5 arcmin ($n_{side} = 128$).

On peut encore diminuer la taille des objets à manipuler en remarquant que $\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathcal{A}_p$ est une matrice $(3, 3)$, et que $\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathbf{M}_p$ est un vecteur à 3 composantes. Une fois ces deux objets déterminés, le système devient de taille $(3, 3)$ et son inversion ne pose plus aucun problème numérique. La construction de ces éléments se fait en généralisant (3.24) au cas d'un bruit différent pour chaque bolomètre¹¹ et en rappelant que \mathcal{N} est diagonale :

¹⁰Ces n_{hits} échantillons sont fournis par les 6 bolomètres *au total*, pas par *chaque* bolomètre.

¹¹Dans ces expressions, σ_i représente le bruit relatif à l'échantillon i . Deux échantillons i et j provenant d'un même bolomètre ont donc $\sigma_i = \sigma_j$.

$$\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathcal{A}_p = \begin{pmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos 2\alpha_i & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sin 2\alpha_i \\ \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos 2\alpha_i & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos^2 2\alpha_i & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos 2\alpha_i \sin 2\alpha_i \\ \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sin 2\alpha_i & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos 2\alpha_i \sin 2\alpha_i & \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sin^2 2\alpha_i \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

$$\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathbf{M}_p = \begin{pmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} m_i \\ \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \cos 2\alpha_i m_i \\ \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sin 2\alpha_i m_i \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

Comme l'indiquent les sommations, on peut bâtir ces objets échantillon par échantillon, comme pour une projection. En fait, au lieu de projeter les valeurs d'une TOI dans le pixel d'une carte, on les projète dans une matrice et un vecteur relatifs à chaque pixel¹². Pour chaque pixel, l'inversion du système 7.13 obtenue par la multiplication de (7.15) par (7.16) fournit les trois valeurs (I, Q, U) recherchées.

A titre indicatif, cet algorithme, programmé en IDL, permet de déterminer les cartes des paramètres de Stokes pour les 40 10^6 échantillons et 10^5 pixels d'Archeops en 13 minutes sur un Pentium III 733 MHz avec 1.5 Go de RAM. Le temps de calcul est de loin dominé par la lecture des données et la projection. L'inversion des systèmes (3, 3) bouclée sur les $\simeq 10^5$ pixels prend environ 1.5 sec.

Ordres de grandeur

Nous souhaitons ici expliciter les équations du paragraphe précédent dans des cas simples et donner des ordres de grandeur de la précision que l'on obtient sur les paramètres de Stokes.

1. Cas idéal. Considérons un pixel p . Supposons que le bruit des n_b détecteurs soit blanc et identique de déviation standard σ . Supposons que les orientations des bolomètres soient dans une configuration idéale et couvrent 180° . Supposons également que chaque détecteur voit le pixel un même nombre de fois n/n_b . On a alors¹³ :

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} 1/n \sum m_i \\ 2/n \sum \cos 2\alpha_i m_i \\ 2/n \sum \sin 2\alpha_i m_i \end{pmatrix}, \quad (7.17)$$

et l'erreur sur la détermination de (I, Q, U) est :

$$\sigma_I = \sigma \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (7.18)$$

$$\sigma_{Q,U} = \sigma \sqrt{\frac{2}{n}} \quad (7.19)$$

On voit donc que, naturellement, la mesure de la polarisation est plus bruitée que la mesure de l'intensité d'un facteur $\sqrt{2}$.

2. Modifions les hypothèses précédentes en supposant seulement qu'un des détecteurs soit hors-service. Dans ce cas, les termes hors-diagonale de la matrice de covariance ne sont plus nuls et sont de l'ordre de n_b/n . Cela va accroître l'erreur sur (I, Q, U) , par exemple

$$\sigma_I = \sigma \sqrt{\frac{n_b}{n_b - 1}} \sqrt{\frac{1}{n}}$$

¹²On fait donc une "carte de matrices" et une "carte de vecteurs".

¹³Les calculs sont détaillés en annexe G.

Cela entraîne également des corrélations entre I , Q et U . Plus le nombre de bolomètres est élevé, moins l'effet est important.

Tout écart à l'hypothèse du cas idéal augment l'erreur sur la détermination de I , Q et U ainsi que des corrélations entre ces paramètres. D'autres effets systématiques comme des fuites de polarisation ou une erreur sur les angles ont été évalués lors de la discussion de l'étalonnage au sol des polariseurs (chapitre 6).

7.3.2 Combinaison des différences de TOI

Les bolomètres d'Archeops sont appariés en OMT (cf. 5.2.5) et donc les deux bolomètres d'une même paire voient le même point du ciel au même instant, avec des angles orthogonaux. On peut donc à chaque instant former la différence des signaux des deux bolomètres étalonnés i et j d'une même paire (qu'on appellera d-TOI par la suite), et celle-ci vaut, d'après (7.12) :

$$\begin{aligned} d &= m_i - m_j \\ &= (I + Q \cos 2\alpha + U \sin 2\alpha) + n_i - \left(I + Q \cos 2\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + U \sin 2\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right) - n_j \\ &= 2(Q \cos 2\alpha + U \sin 2\alpha) + n_d \end{aligned} \quad (7.20)$$

On peut donc former une d-TOI par OMT et reconstruire Q et U à partir de celles-ci. Le formalisme est exactement celui décrit précédemment, sauf que les objets manipulés sont plus petits, et que la matrice \mathcal{A}_p prend la forme :

$$2 \begin{pmatrix} \cos 2\alpha_0 & \sin 2\alpha_0 \\ \vdots & \vdots \\ \cos 2\alpha_{n_{hits}-1} & \sin 2\alpha_{n_{hits}-1} \end{pmatrix},$$

où n_{hits} désigne cette fois-ci le nombre de d'échantillons d'une paire de bolomètres du pixel considéré. Cette seconde méthode ne permet pas de déterminer I , c'est la raison pour laquelle nous ne l'utiliserons qu'en tant que vérification des résultats obtenus à partir de la première. Elle offre cependant plusieurs avantages importants :

1. les deux bolomètres d'un même OMT voient simultanément le même point du ciel. Par conséquent, le rayonnement incident a traversé la même colonne d'atmosphère. Celle-ci est vraisemblablement non-polarisée. Le calcul de la d-TOI la soustrait donc des données naturellement. Ceci est très net sur le spectre représenté sur la figure 7.24 ;
2. d'autre part, même si la Galaxie est polarisée à quelques %, l'amplitude de ce signal dans la d-TOI reste faible. On peut donc filtrer dans l'espace de Fourier sans avoir à interpoler la Galaxie et sans que les problèmes de rebond soient significatifs.

Nous disposons à présent de TOI filtrées, étalonnées et des méthodes de détermination des paramètres de Stokes. Nous pouvons alors procéder à l'analyse des résultats.

7.4 Résultats observationnels

Comme nous l'avons déjà évoqué au paragraphe 7.2.1, nous nous restreignons à la première partie du vol : de 15.5 à 21 UT. Nous présentons tout d'abord les cartes des paramètres de Stokes, puis les résultats, sur les nuages denses du plan Galactique et sur l'émission diffuse à grande échelle. Nous étudions ensuite les effets systématiques qui affectent les mesures. Nous concluons enfin par l'interprétation physique de ces mesures.

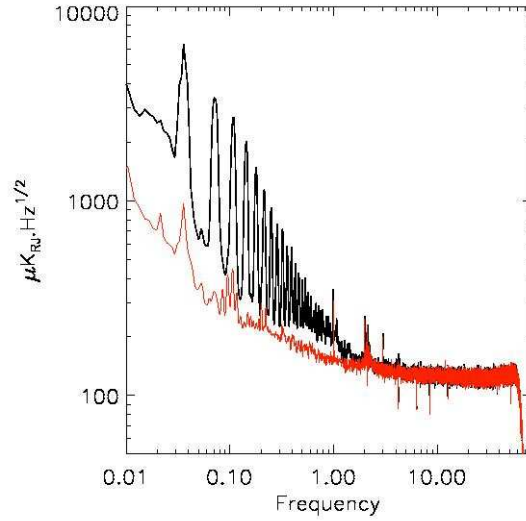


FIG. 7.24 – Spectre de la demi-différence des deux voies d'un OMT (rouge) comparé au spectre de la demi-somme des deux voies (noir). La différence supprime une partie importante des modes communs à basse fréquence.

7.4.1 Cartes de I , Q et U

Les cartes obtenues pour I , Q , U sur les données du vol KS3 lissées à 1 degré sont présentées sur la figure 7.25. Les pixels (27.5 arcmin, soit $n_{side} = 128$) ayant été vus moins de 100 fois, ce qui correspond à un temps d'observation de 0.11 sec et d'après (7.9) à une sensibilité de $143 \mu\text{K}_{\text{RJ}}$ ont été rejetés (cf. Fig. 7.26). Cette valeur est à comparer à la sensibilité moyenne observée en intensité de $82 \mu\text{K}_{\text{RJ}}$. Ce sont les premières cartes de polarisation à 353 GHz couvrant 17 % du ciel et ayant une résolution de 13 arcmin. On distingue sur le plan Galactique plusieurs régions polarisées de façon cohérente sur plusieurs degrés.

Afin d'étudier ces régions plus en détail, nous allons estimer les valeurs moyennes de leurs paramètres de polarisation. L'inversion (3.16) fournit pour chaque pixel d'indice n l'erreur estimée sur I_n , Q_n et U_n . Nous avons donc *a priori* tous les éléments pour calculer ces moyennes. Cependant, on remarque que si les erreurs sont estimées correctement, à haute latitude, lorsque l'on est dominé par le bruit, Q_n/σ_{Q_n} doit suivre une loi normale, et de même pour I et U . La figure 7.27 montre le résultat de ce test. Les distributions ne sont pas exactement normées. Nous comprenons ceci comme un effet de bruit résiduel qui n'est pas blanc et qui n'est donc pas parfaitement pris en compte dans la construction de la matrice (7.15) lors de la pondération par les $1/\sigma_i^2$. Afin d'en tenir compte dans l'analyse, nous choisissons de normaliser les erreurs estimées sur chaque pixel aux valeurs déterminées sur les histogrammes de la figure 7.27. Concrètement, σ_{Q_n} devient $1.08 \sigma_{Q_n}$ et de même pour I et U .

Pour déterminer le niveau de confiance sur la polarisation de ces nuages, nous allons former la quantité $(Q^2 + U^2)/(\sigma_Q^2 + \sigma_U^2)$, dont le double suit une loi de χ^2 à deux degrés de liberté (cf. Fig. 7.28). Cette quantité s'interprète physiquement comme l'intensité de polarisation normalisée. Afin de tenir compte du lissage par le lobe de 1 degré pour l'impression des cartes, nous calculons l'écart type de Q et U à partir de leur distribution sur les cartes lissées, à haute latitude. La carte est présentée sur la figure 7.28. On remarque que les nuages du plan Galactique repérés sur les cartes de la figure 7.25 sont significativement polarisés et que le reste de la carte est homogène et non polarisé, ce qui est un premier indicateur de la validité des résultats.

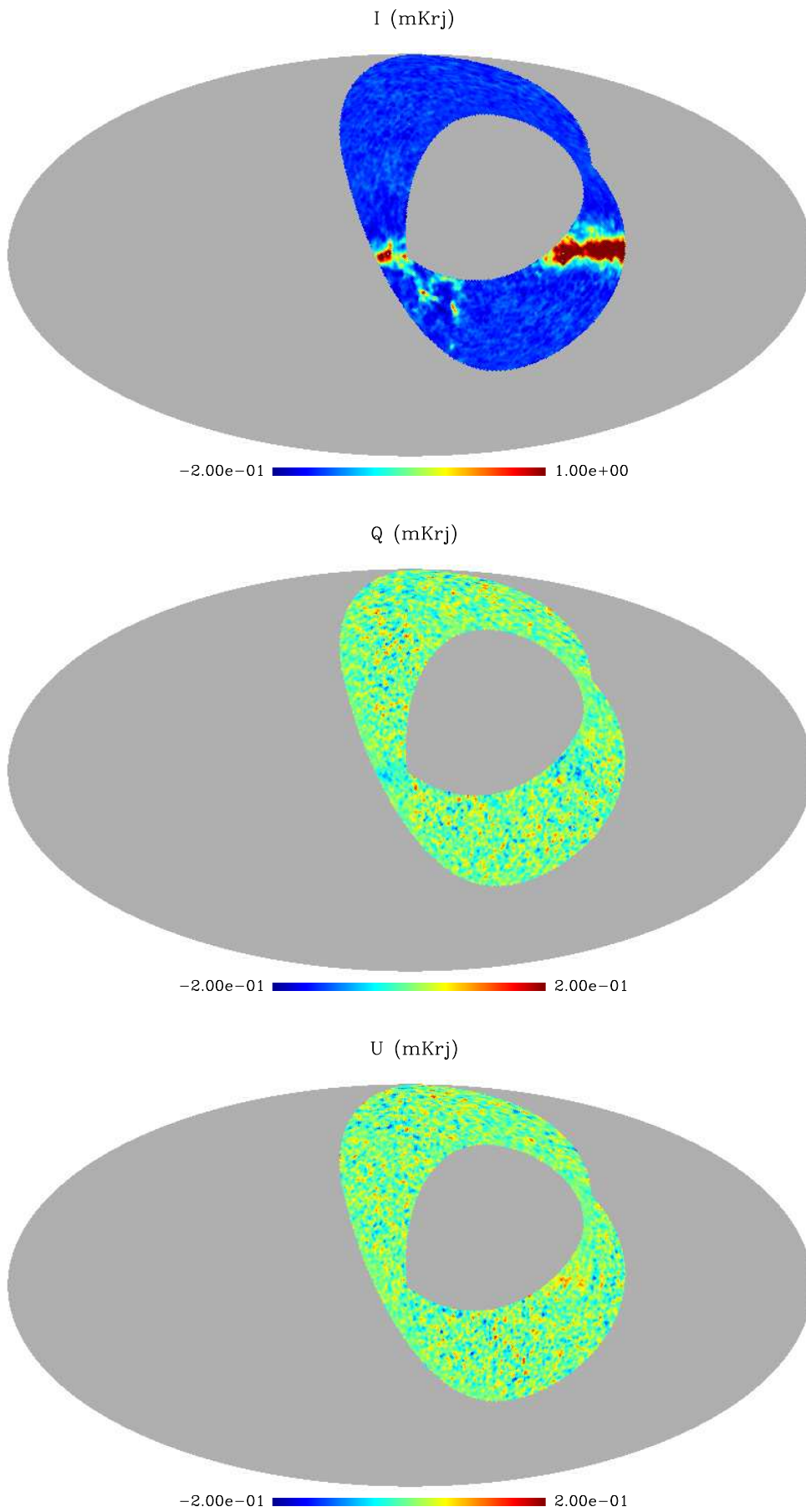


FIG. 7.25 – Cartes de I , Q , U obtenues avec les données d'Archeops à 353 GHz, lissées avec un lobe gaussien de 1 degré pour une meilleure lisibilité.

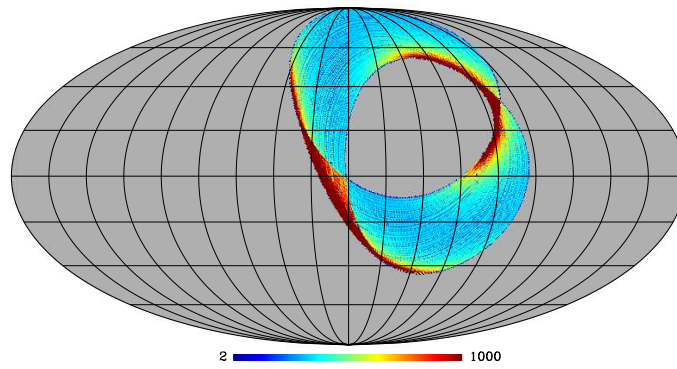


FIG. 7.26 – Nombre d'échantillons par pixel de 27.5 arcmin ($n_{side} = 128$).

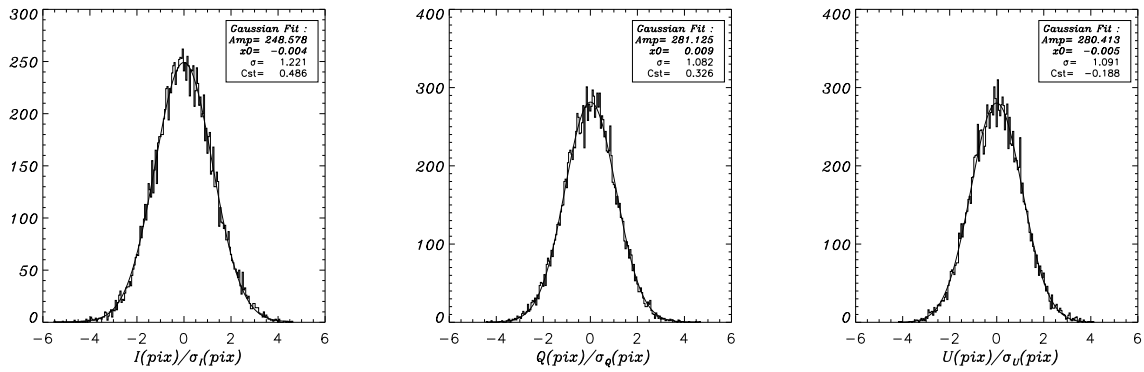


FIG. 7.27 – Histogrammes du rapport des paramètres de polarisation à leur déviation standard pour chaque pixel à une latitude $b \geq 20^\circ$, chacun étant déterminé par l'inversion (3.16).

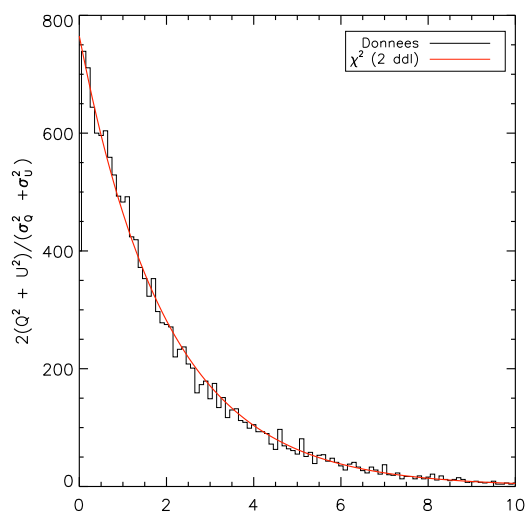
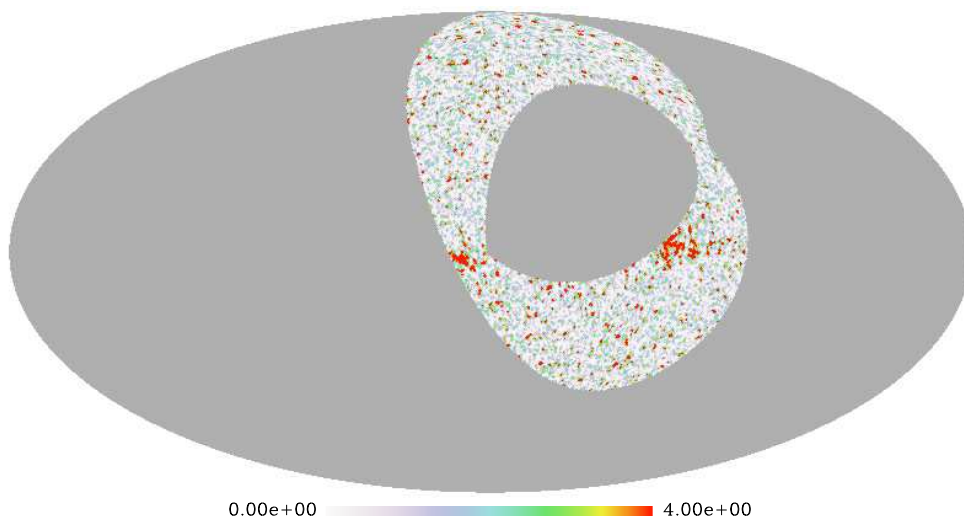


FIG. 7.28 – *Haut* : Carte de l'intensité de polarisation au carré et normalisée $(Q^2 + U^2)/(\sigma_Q^2 + \sigma_U^2)$. Le double de cette quantité est distribué selon une loi de χ^2 à deux degrés de liberté. Les intervalles de confiance à 68, 95.4, 99.7% correspondent à 1.1, 3.1, 5.8 sur la carte respectivement. Les régions polarisées de façon cohérente sur le plan Galactique ressortent fortement par rapport à l'ensemble de la carte dont la polarisation est nulle. *Bas* : Comparaison de la distribution de $2(Q^2 + U^2)/(\sigma_Q^2 + \sigma_U^2)$ à haute latitude ($b > 20^\circ$) à une loi de χ^2 à deux degrés de liberté.

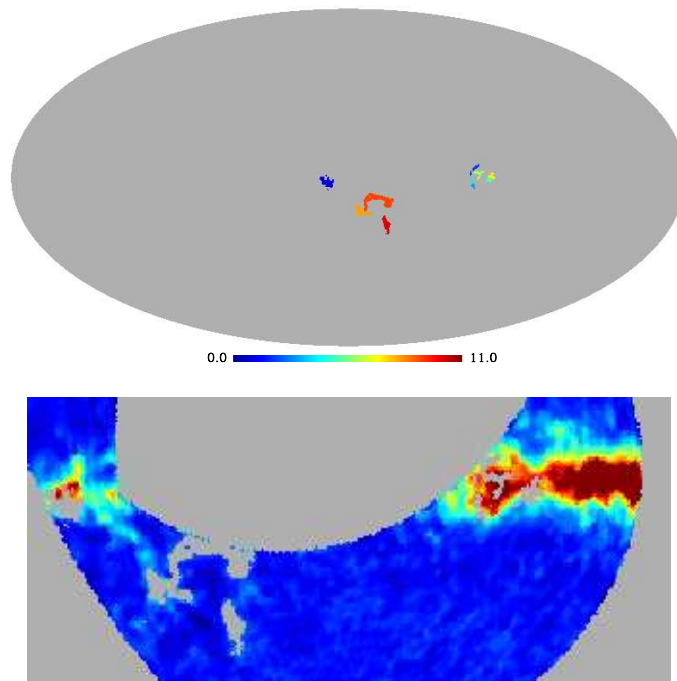


FIG. 7.29 – *Haut* : Nuages polarisés à au moins 2σ dans le plan Galactique (de 1 à 7). Complexe du Taureau (8 à 10). *Bas* : Superposition de ces nuages (gris) sur la carte d’intensité pour une meilleure localisation.

7.4.2 Polarisation de quelques nuages Galactiques denses

Le premier point à déterminer concerne les limites des nuages que l’on veut étudier. Nous choisissons de les définir comme les régions connexes dont le niveau de polarisation est non nul à 95% CL (critère à “ 2σ ”, soit une valeur de 6 sur la figure 7.28). Afin d’être moins sensible au bruit lors de cette délimitation, nous déterminons ces contours sur les cartes lissées. Les résultats numériques qui seront donnés par la suite se réfèrent, eux, aux valeurs déterminées sur les cartes non lissées.

Nous distinguons 7 régions significativement polarisés sur le plan Galactique, représentés sur la figure 7.29. La région sur la partie gauche de la carte correspond au nuage des Gémeaux, les 6 autres sont autour de Cassiopée. A ceux-ci ont été ajoutés les nuages du complexe du Taureau. Ils n’apparaissent certes pas significativement polarisés sur la carte parce que leur intensité est beaucoup plus faible que celle du reste du plan Galactique. Le Taureau est cependant un complexe du ciel bien identifié et étudié, nous avons donc jugé utile de l’inclure dans cette analyse. Les résultats sont donnés dans les tableaux 7.2.

7.4.3 Émission diffuse à grande échelle

Afin de mesurer la polarisation de l’émission diffuse à grande échelle, nous reprenons une étude à partir de profils Galactiques. Le principe est le suivant : on découpe le plan Galactique en bandes de 5° de large (en longitude), on calcule les profils de I , Q et U et on les intercalibre. On détermine ainsi :

$$\begin{aligned} Q &= p \cos \theta \times I \\ U &= p \sin \theta \times I, \end{aligned}$$

qui fournissent alors le degré de polarisation moyen p et l’orientation moyenne θ . Les profils offrent l’avantage d’augmenter significativement le rapport signal sur bruit et également

Indice du nuage	I (mK _{RJ}) (stat) (syst)		Q (mK _{RJ}) (stat) (syst)		U (mK _{RJ}) (stat) (syst)	
0	1.018 ± 0.015 ± 0.085		-0.057 ± 0.021 ± 0.001		0.111 ± 0.017 ± 0.008	
1	0.562 ± 0.014 ± 0.090		-0.115 ± 0.019 ± 0.001		0.052 ± 0.016 ± 0.003	
2	1.498 ± 0.011 ± 0.105		-0.004 ± 0.014 ± 0.007		0.113 ± 0.013 ± 0.014	
3	0.419 ± 0.021 ± 0.111		0.100 ± 0.028 ± 0.013		-0.018 ± 0.027 ± 0.009	
4	0.994 ± 0.023 ± 0.075		-0.125 ± 0.029 ± 0.015		0.015 ± 0.029 ± 0.010	
5	0.820 ± 0.011 ± 0.113		-0.135 ± 0.014 ± 0.010		0.005 ± 0.015 ± 0.005	
6	0.698 ± 0.004 ± 0.055		-0.059 ± 0.005 ± 0.013		0.011 ± 0.006 ± 0.004	
7	0.409 ± 0.010 ± 0.039		-0.023 ± 0.014 ± 0.002		-0.010 ± 0.013 ± 0.005	
8	0.271 ± 0.006 ± 0.065		-0.001 ± 0.009 ± 0.002		-0.021 ± 0.008 ± 0.006	
9	0.473 ± 0.009 ± 0.080		0.001 ± 0.013 ± 0.003		0.001 ± 0.011 ± 0.008	

Indice du nuage	l	b	Size (deg ²)	p (%) (stat) (syst)	θ (°) (stat) (syst)
0	103.0	1.8	5.9	12.1 ^{+1.8} _{-1.8} ± 1.8	59 ± 4.7 ± 1.0
1	105.8	0.6	7.3	22.2 ^{+3.4} _{-3.3} ± 4.0	78 ± 3.7 ± 0.8
2	109.7	2.1	8.8	7.5 ^{+0.9} _{-0.9} ± 1.5	46 ± 3.6 ± 2.0
3	113.2	-2.7	2.9	23.3 ^{+6.5} _{-6.7} ± 9.7	175 ± 7.5 ± 3.2
4	113.6	-1.2	2.3	12.3 ^{+2.8} _{-2.9} ± 2.6	87 ± 6.7 ± 2.8
5	115.0	2.4	5.9	16.3 ^{+1.7} _{-1.7} ± 3.5	89 ± 3.2 ± 1.1
6	193.0	0.0	21.6	8.5 ^{+0.7} _{-0.7} ± 2.6	85 ± 2.8 ± 3.1
7	159.3	-20.1	18.5	5.3 ^{+3.1} _{-3.1} ± 1.5	101 ± 13.6 ± 6.3
8	165.6	-9.0	50.1	7.2 ^{+2.8} _{-2.8} ± 4.1	133 ± 11.5 ± 3.8
9	174.4	-13.6	21.0	< 3.4	23 ± 16.0 ± 104.7

TAB. 7.2 – *Haut* : Paramètres de Stokes des nuages significativement polarisés et du complexe du Taureau (sous la double ligne). *Bas* : Coordonnées du maximum d’intensité, surface des nuages mesurée sur le ciel, degré et orientation de la polarisation. Les barres d’erreur systématiques proviennent de la dispersion des résultats en fonction du filtrage et de l’incertitude sur la position des angles dans le plan focal. La dernière ligne est une limite supérieure à 95% CL. Les angles sont repérés dans le sens des aiguilles d’une montre par rapport au plan Galactique. Une brillance de 1 mK_{RJ} équivaut à 4.36 MJy.sr⁻¹ (convention IRAS, νI_ν constant) pour les filtres à 353 GHz d’Archeops. L’erreur d’étalonnage absolue de 6% n’est pas incluse.

de définir un niveau 0 (en dehors de la Galaxie). Cette méthode s’affranchit également des problèmes liés à la détermination des limites des nuages. Un exemple de cet ajustement des profils est représenté sur la figure 7.30. La figure 7.31 montre la synthèse de cette étude sur toute la partie du plan Galactique couverte lors de la première partie du vol, les résultats numériques étant présentés dans les tableaux 7.3. On constate qu’à l’exception de la partie droite (proche du Cygne), l’émission diffuse est polarisée de façon cohérente à grande échelle, quasi orthogonalement au plan Galactique, au niveau de 3 à 5% en moyenne. Les tableaux 7.4 présentent les résultat de la même étude mais en masquant les nuages polarisés. On voit que si les valeurs des paramètres sont bien modifiées, la polarisation reste significative et l’orientation varie peu, ce qui confirme que cette méthode sonde bien l’émission diffuse.

7.4.4 Effets systématiques – Discussion

De manière générale, les régions polarisées ne sont ni systématiquement situées où l’intensité est maximale, ni sur des bords de nuages. On remarque également que la partie droite de la carte qui correspond à une partie du nuage du Cygne et qui est la région la plus intense de la

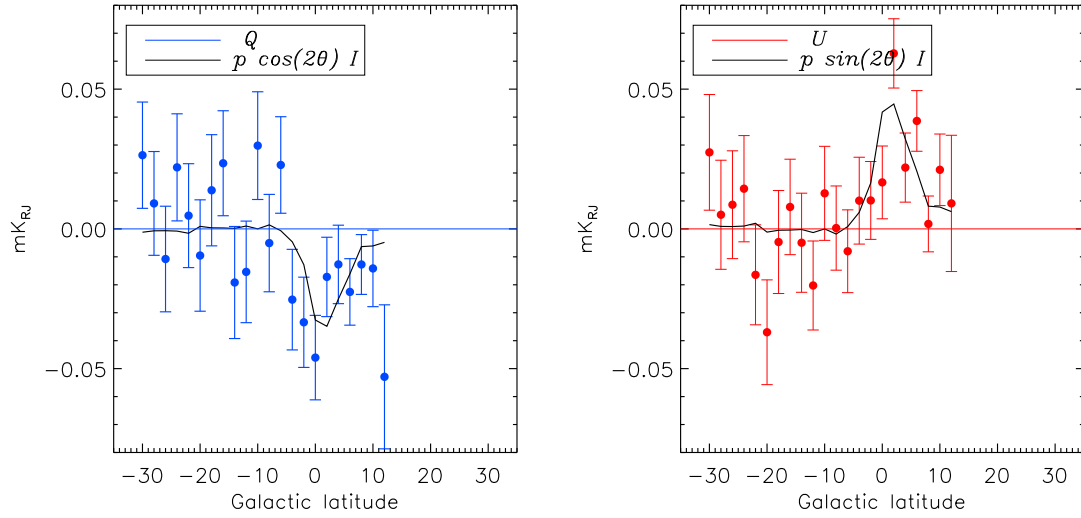


FIG. 7.30 – Profils Galactiques de Q (gauche) et U (droite), un point correspond à une bande en latitude de 2° . Le profil continu en noir est le profil de I ajusté par $p \cos \theta$ ($p \sin \theta$) pour Q (U).

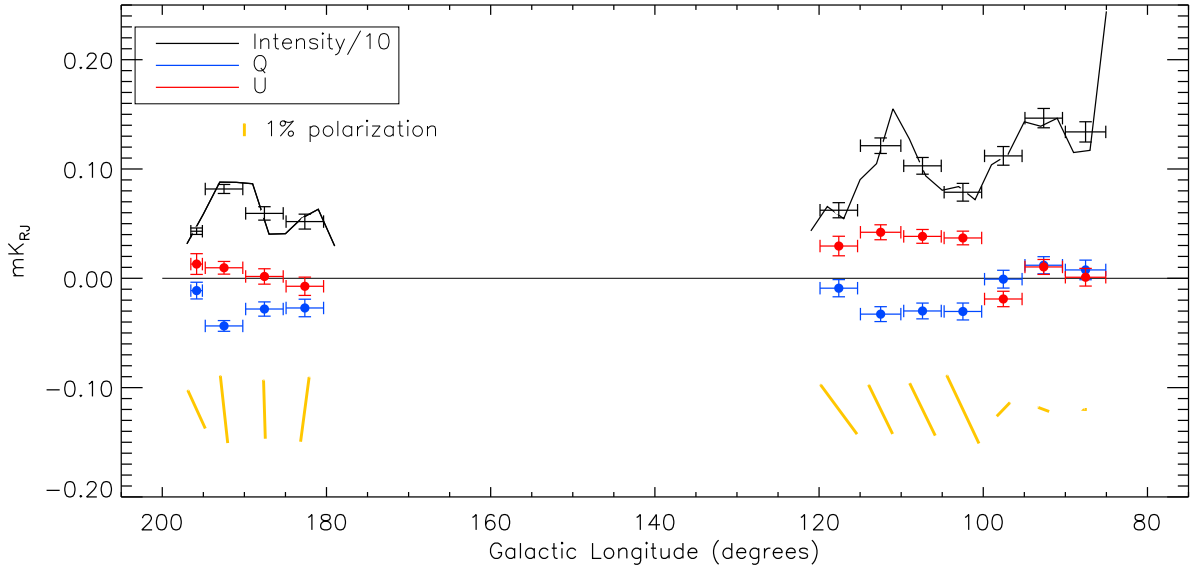


FIG. 7.31 – Figure de synthèse de l'étude de la polarisation de l'émission diffuse de la poussière Galactique. Le profil (en longitude cette fois-ci) continu noir est obtenu en prenant la moyenne de l'intensité sur des bandes de deux degrés de longitude et entre -2 et $+2^\circ$ de latitude. Les valeurs de l'intensité affectées d'une barre d'erreur correspondent à la moyenne de l'intensité sur la plage de cinq degrés de longitude prise pour le calcul des profils et entre -2 et $+2^\circ$ de latitude. Les valeurs de Q (bleu) et U (rouge) sont obtenues en multipliant la valeur de I par les paramètres $p \cos \theta$ et $p \sin \theta$ ajustés lors de l'intercalibration des profils.

$[l_1, l_2]$ (deg)	I (mK _{RJ}) (stat) (syst)	Q (mK _{RJ}) (stat) (syst)	U (mK _{RJ}) (stat) (syst)
85 90	1.34 ± 0.093 ± 0.040	0.008 ± 0.009 ± 0.000	0.001 ± 0.008 ± 0.004
90 95	1.47 ± 0.088 ± 0.053	0.012 ± 0.008 ± 0.002	0.010 ± 0.007 ± 0.002
95 100	1.12 ± 0.085 ± 0.052	-0.001 ± 0.008 ± 0.000	-0.019 ± 0.007 ± 0.003
100 105	0.79 ± 0.081 ± 0.062	-0.030 ± 0.008 ± 0.001	0.037 ± 0.006 ± 0.005
105 110	1.03 ± 0.076 ± 0.062	-0.030 ± 0.007 ± 0.003	0.038 ± 0.006 ± 0.001
110 115	1.21 ± 0.071 ± 0.031	-0.033 ± 0.007 ± 0.000	0.042 ± 0.007 ± 0.002
115 120	0.62 ± 0.069 ± 0.029	-0.009 ± 0.008 ± 0.009	0.030 ± 0.009 ± 0.006
180 185	0.52 ± 0.068 ± 0.048	-0.027 ± 0.008 ± 0.011	-0.007 ± 0.008 ± 0.000
185 190	0.59 ± 0.061 ± 0.055	-0.028 ± 0.006 ± 0.008	0.002 ± 0.007 ± 0.004
190 195	0.82 ± 0.041 ± 0.055	-0.044 ± 0.005 ± 0.011	0.010 ± 0.006 ± 0.001
195 197	0.43 ± 0.029 ± 0.042	-0.011 ± 0.008 ± 0.005	0.013 ± 0.009 ± 0.003

$[l_1, l_2]$ (deg)	p (%) (stat) (syst)	θ (°) (stat) (syst)
85 90	0.2 ^{+0.6} _{-0.5} ± 0.1	4 ± 34 ± 15
90 95	0.9 ^{+0.5} _{-0.5} ± 0.3	20 ± 16 ± 6
95 100	1.6 ^{+0.7} _{-0.6} ± 0.4	134 ± 15 ± 0
100 105	6.0 ^{+0.9} _{-0.8} ± 1.0	65 ± 4 ± 2
105 110	4.7 ^{+0.6} _{-0.7} ± 0.6	64 ± 4 ± 1
110 115	4.3 ^{+0.5} _{-0.6} ± 0.2	64 ± 4 ± 0
115 120	4.8 ^{+1.3} _{-1.5} ± 1.6	54 ± 8 ± 9
180 185	5.2 ^{+1.6} _{-1.4} ± 2.6	98 ± 9 ± 3
185 190	4.6 ^{+1.0} _{-1.0} ± 1.9	88 ± 8 ± 4
190 195	5.4 ^{+0.6} _{-0.6} ± 1.7	84 ± 4 ± 1
195 197	3.5 ^{+1.9} _{-2.1} ± 1.6	65 ± 17 ± 8

TAB. 7.3 – *Haut* : Paramètres de Stokes sur les bandes de longitude de 5° de large prises entre l_1 et l_2 . L'intensité est calculée comme la valeur moyenne sur la bande de longitude et entre -2 et +2° de latitude. Q et U sont exprimés par rapport à cette valeur de l'intensité par l'intermédiaire des valeurs de $p \cos \theta$ et $p \sin \theta$ ajustés sur les profils. *Bas* : Degré et orientation de la polarisation pour ces bandes de longitude. Les angles sont repérés dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport au plan Galactique. Certaines bandes de longitude ne figurent pas dans la table car la couverture du ciel n'est pas complète. Les barres d'erreur systématiques proviennent de la dispersion des résultats en fonction du filtrage et de l'incertitude sur la position des angles dans le plan focal.

carte n'apparaît pas polarisée. Ces deux remarques tendent à montrer que nous ne sommes pas dominés par une systématique. En effet, une erreur d'intercalibration par exemple générerait une polarisation proportionnelle à I . D'autre part, les angles déterminés sur les nuages autour de Cassiopée ne sont pas constants. Là encore, une systématique, comme une erreur d'intercalibration, donnerait un angle constant pour chaque nuage puisque les polariseurs ne passent qu'à un seul moment du vol sur cette région et la croisent sous des angles quasi-constants.

Nous reprenons un à un les effets systématiques susceptibles d'affecter la précision de nos mesures et discutons de leur amplitude éventuelle.

Intercalibration

Les tests effectués pour valider la méthode d'intercalibration ont déjà été présentés dans la section 7.2.1 et montrent qu'elle n'affecte que très peu les résultats. L'erreur sur les déterminations de I , Q et U due à l'intercalibration est petite devant l'erreur statistique, mais est tout de même prise en compte dans les tableaux de résultats.

$[l_1, l_2]$ (deg)	I (mK _{RJ}) (stat) (syst)	Q (mK _{RJ}) (stat) (syst)	U (mK _{RJ}) (stat) (syst)
85 90	$1.34 \pm 0.093 \pm 0.040$	$0.008 \pm 0.009 \pm 0.000$	$0.001 \pm 0.008 \pm 0.004$
90 95	$1.47 \pm 0.088 \pm 0.053$	$0.012 \pm 0.008 \pm 0.002$	$0.010 \pm 0.007 \pm 0.002$
95 100	$1.12 \pm 0.085 \pm 0.052$	$-0.001 \pm 0.009 \pm 0.000$	$-0.019 \pm 0.007 \pm 0.003$
100 105	$0.74 \pm 0.082 \pm 0.062$	$-0.022 \pm 0.008 \pm 0.001$	$0.022 \pm 0.007 \pm 0.005$
105 110	$1.11 \pm 0.076 \pm 0.062$	$-0.025 \pm 0.009 \pm 0.003$	$0.035 \pm 0.008 \pm 0.001$
110 115	$1.14 \pm 0.072 \pm 0.031$	$-0.014 \pm 0.008 \pm 0.000$	$0.031 \pm 0.008 \pm 0.002$
115 120	$0.62 \pm 0.069 \pm 0.029$	$-0.009 \pm 0.008 \pm 0.009$	$0.030 \pm 0.009 \pm 0.006$
180 185	$0.52 \pm 0.068 \pm 0.048$	$-0.027 \pm 0.008 \pm 0.011$	$-0.007 \pm 0.008 \pm 0.000$
185 190	$0.59 \pm 0.061 \pm 0.055$	$-0.020 \pm 0.007 \pm 0.008$	$0.005 \pm 0.007 \pm 0.004$
190 195	$0.71 \pm 0.043 \pm 0.055$	$-0.017 \pm 0.008 \pm 0.011$	$-0.001 \pm 0.008 \pm 0.001$
195 197	$0.41 \pm 0.030 \pm 0.042$	$-0.004 \pm 0.008 \pm 0.005$	$0.009 \pm 0.010 \pm 0.003$

$[l_1, l_2]$ (deg)	p (%) (stat) (syst)	θ (°) (stat) (syst)
85 90	$0.2^{+0.5}_{-0.5} \pm 0.1$	$4 \pm 35 \pm 15$
90 95	$0.9^{+0.5}_{-0.5} \pm 0.3$	$20 \pm 17 \pm 6$
95 100	$1.5^{+0.6}_{-0.7} \pm 0.4$	$134 \pm 14 \pm 0$
100 105	$4.1^{+0.9}_{-1.1} \pm 0.9$	$68 \pm 7 \pm 2$
105 110	$3.8^{+0.6}_{-0.7} \pm 0.5$	$62 \pm 6 \pm 1$
110 115	$2.9^{+0.7}_{-0.7} \pm 0.2$	$57 \pm 7 \pm 0$
115 120	$4.7^{+1.5}_{-1.3} \pm 1.6$	$54 \pm 8 \pm 9$
180 185	$5.2^{+1.5}_{-1.6} \pm 2.6$	$98 \pm 9 \pm 3$
185 190	$3.3^{+1.2}_{-1.1} \pm 1.8$	$83 \pm 10 \pm 4$
190 195	$2.1^{+1.1}_{-1.0} \pm 1.5$	$91 \pm 15 \pm 1$
195 197	$1.5^{+1.7}_{-1.9} \pm 1.4$	$58 \pm 31 \pm 8$

TAB. 7.4 – Mêmes résultats que pour le tableau 7.3 mais en masquant les nuages significativement polarisés du tableau 7.2.

Un test supplémentaire que l’on peut effectuer consiste à comparer la somme S des deux voies des OMT. Si les bolomètres sont bien intercalibrés, chacune doit être égale, et pour deux OMT i et j , la distribution de $(S_i - S_j) / \sqrt{\sigma_{S_i}^2 / n_{hits}^i + \sigma_{S_j}^2 / n_{hits}^j}$ doit suivre une loi normale, n_{hits} étant le nombre d’échantillons d’un pixel. La figure 7.32 montre les histogrammes de cette distribution pour les pixels entre -10 et $+10^\circ$ de latitude pour les trois couples d’OMT possibles. L’accord avec la loi attendue est très bon et on ne repère pas d’excès d’évènements significativement différents de la moyenne.

Inversion des paramètres de Stokes

Un test de validité important de l’étude est la compatibilité des résultats obtenus en projetant les différences de TOI d’un même OMT (les “d-TOI”). La figure 7.33 montre les valeurs de Q et U déterminées en projetant les TOI et les d-TOI, et l’accord est meilleur qu’ 1σ pour chaque nuage.

On peut également déterminer I , Q et U en ne prenant que deux OMT sur les trois disponibles. La figure 7.34 montre les mesures ainsi obtenues avec les trois combinaisons possibles pour le nuage des Gémeaux, et l’on remarque l’accord à 1σ entre ces valeurs et la

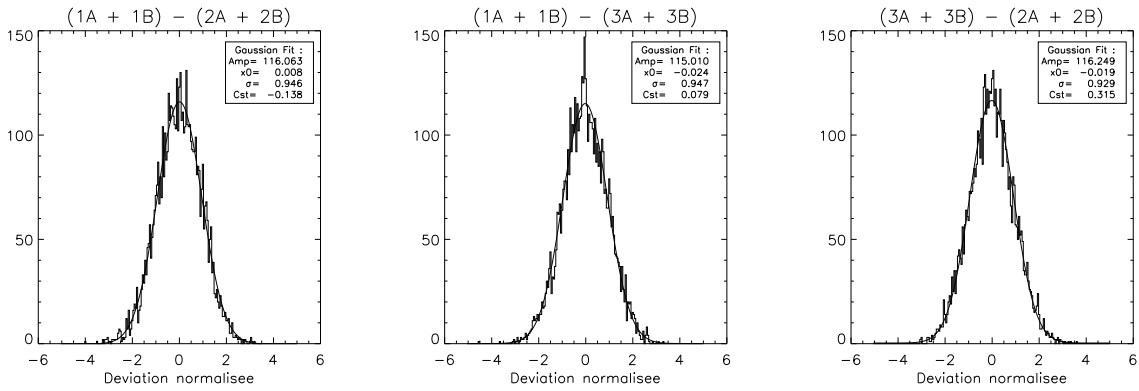


FIG. 7.32 – Distributions des différences de l'intensité totale vue par chaque OMT normalisées à leurs écarts types respectifs. On constate le très bon accord avec la loi normale attendue.

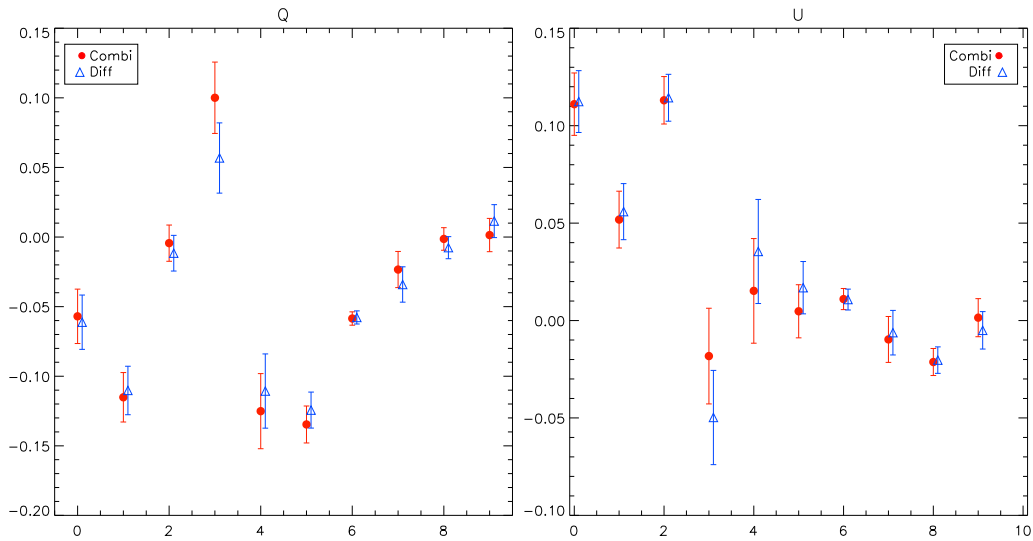


FIG. 7.33 – Valeurs de Q (gauche) et U (droite) déterminées sur chacun des nuages polarisés par la méthode de combinaison des TOI et par la méthode de combinaison des d-TOI.

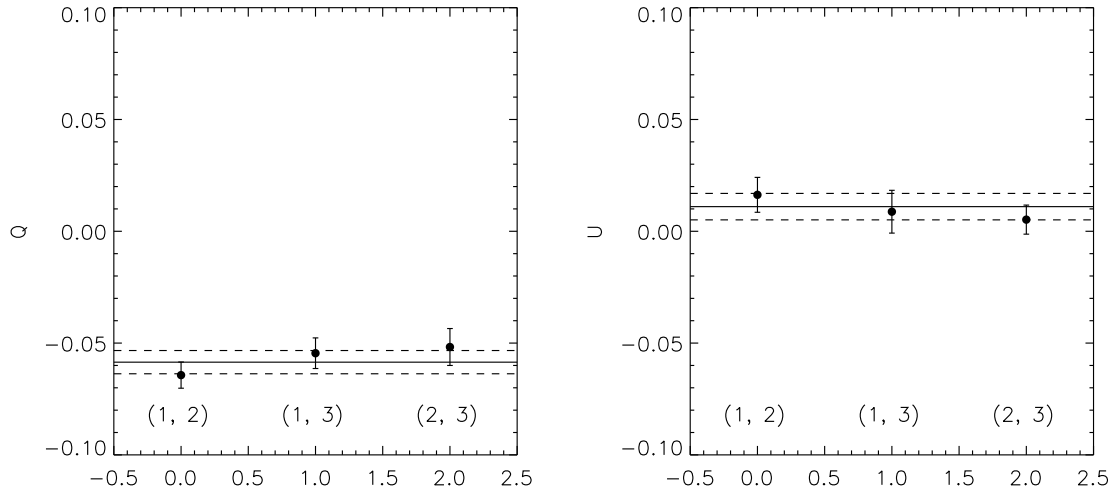


FIG. 7.34 – *Gauche* : Comparaison des valeurs de Q obtenues sur le nuage des Gémeaux en ne prenant que deux OMT sur les trois à la valeur de la carte (trait continu). Les indices 1, 2, et 3 des OMT correspondent respectivement aux paires (K01, K02), (K03, K04), (K05, K06). *Droite* : Même chose pour U .

valeur déterminée sur la carte.

On peut également appliquer “directement” l’équation (7.20), en ajustant Q et U à la représentation des d-TOI en fonction de l’angle α des polariseurs. Cette méthode alternative est alors indépendante de la méthode de fabrication des cartes et de l’inversion des paramètres de Stokes.

Pour cela, nous regroupons les mesures des d-TOI par intervalle de 10° de l’angle de leur polariseur. Le nuage des Gémeaux offre l’avantage d’avoir été observé plus longtemps que la région de Cassiopée par exemple, et également d’avoir été vu pendant deux périodes du vol indépendantes : entre 16.75 et 18.16 UT, et entre 18.7 et 20.18 UT. On a donc un test de compatibilité entre ces deux passages. La figure 7.35 présente les résultats pour les deux passages indépendants et pour l’ensemble. L’accord avec la fonction théorique en $Q \cos \alpha + U \sin \alpha$ est très bon (χ^2 par degré de liberté de 0.93), et les valeurs déduites de Q et U sont compatibles avec celles de la carte à 1σ . Les autres régions polarisées étant moins bien échantillonnées, la construction d’un tel diagramme de phase est peu pertinente.

Filtrage

Afin de quantifier l’effet du filtrage, nous avons calculé la polarisation de ces nuages en ne faisant qu’une interpolation de la Galaxie, et ce sur un masque un peu plus “large”. La comparaison des résultats pour Q et U est présentée sur la figure 7.36 et montre un excellent accord. En revanche, les valeurs de I sont plus sensibles au choix du masque (cf. Fig. 7.37). Nous comprenons cela de la façon suivante. La taille du masque influe sur l’échelle de l’interpolation. Plus le masque est large, plus on conserve d’émission à grande échelle et donc de puissance totale. En calculant Q et U en revanche, les modes communs d’intensité non polarisée sont automatiquement supprimés. La partie polarisée de l’émission diffuse ne représentant qu’une faible partie de la puissance totale, Q et U sont donc moins sensibles à l’effet du filtrage.

La comparaison des profils obtenus par les deux filtrages est délicate puisque les valeurs estimées de Q et U sont directement proportionnelles à I qui, comme nous venons de le voir, varie significativement d’un traitement à l’autre. En revanche, l’angle est fonction du rapport

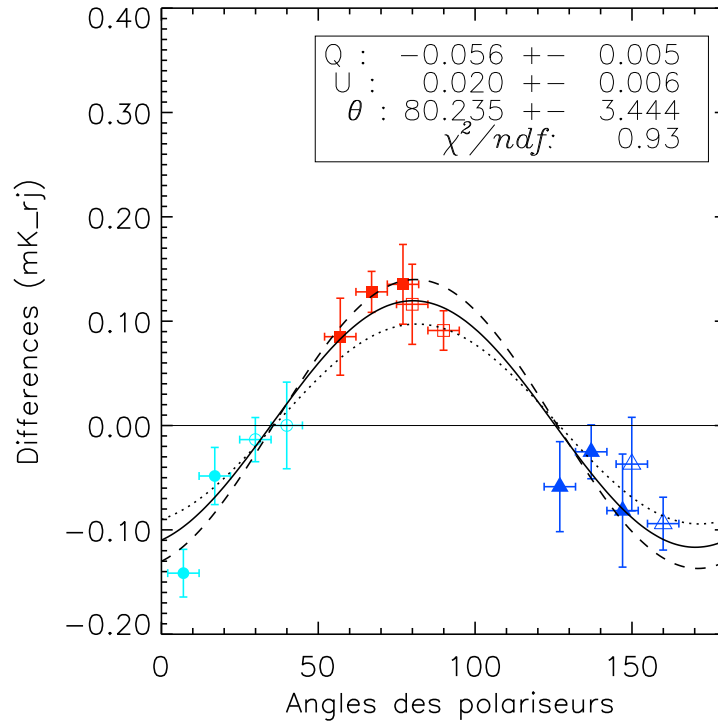


FIG. 7.35 – Les symboles (et couleurs) cercle, carré et triangle se réfèrent aux OMT 1, 2, 3 respectivement. Les symboles vides correspondent aux mesures du premier passage, les symboles pleins à celles du second. L'ajustement en pointillés correspond au premier passage, celui en tirets au second. Le trait continu est l'ajustement pour tous les points de mesures et les valeurs mentionnées en encart s'y réfèrent. On remarque le très bon accord des deux passages l'un avec l'autre et la compatibilité à 1σ avec les valeurs de la table 7.2.

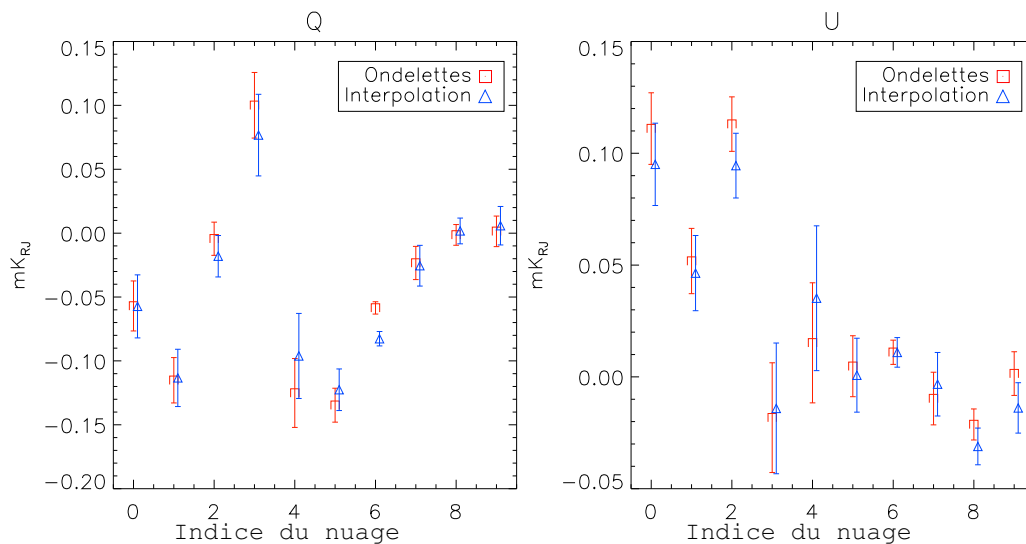


FIG. 7.36 – Valeurs de Q (gauche) et U (droite) déterminées sur chacun des nuages polarisés à partir des données traitées par ondelettes et par une interpolation de la Galaxie sur un masque plus large.

U/Q et ne dépend donc que peu du filtrage : la compatibilité des résultats est de 1σ .

Afin d'estimer la barre d'erreur systématique due au filtrage mentionnée dans les tableaux 7.2, 7.3 et 7.4, nous avons également recalculé chacun de ces résultats avec une autre méthode de soustraction des basses fréquences basée sur un ajustement de sommes de sinus et cosinus. Nous avons considéré à chaque fois l'écart maximal entre les valeurs déterminées par chacun des filtrages en considérant que la dispersion était représentative de deux fois l'erreur systématique.

Effets de lobe

Quelle que soit la méthode de projection utilisée (combinaison des TOI ou des d-TOI), la détermination de la polarisation résulte de la *différence* de signaux provenant de détecteurs différents. Supposons alors que les lobes de ces détecteurs soient significativement différents, leur orientation étant fixe par rapport au plan focal, cela conduirait à un effet systématique d'autant plus marqué que l'on observe une région de fort gradient d'intensité.

La figure 7.38 présente les lobes des sommes des deux voies de chaque OMT et les lobes de leur différences, tels qu'ils ont été mesurés en vol sur Jupiter. Chacune de ces quantités est normalisée au maximum de la somme des deux voies. L'intégrale du carré du lobe différence ainsi normalisé sur l'angle solide du lobe donne une bonne estimation de la variance du flux parasite reçu par rapport à l'intensité. Celle-ci conduit à un écart type de respectivement 1.6, 1.5 et 1.2%.

L'effet de cette différence sur la mesure a été évalué de la façon suivante :

- les lobes différence sont multipliés par un gradient uniforme de $1.\text{arcmin}^{-1}$ dont l'orientation varie par rapport au lobe. L'effet maximal mesuré est de 0.2 ;
- le gradient maximal observé sur la carte de I est de $0.5 \text{ mK}_{\text{RJ}}/(28 \text{ arcmin}^{-1})$. La carte d'intensité utilisée est l'extrapolation à 353 GHz des mesures de Schlegel *et al* [124], afin que le bruit de la carte obtenue par Archeops ne fausse pas l'estimation des gradients. L'effet sur Q et U est donc au maximum d'environ $4 \mu\text{K}_{\text{RJ}}$, à comparer aux valeurs de l'ordre de $100 \mu\text{K}_{\text{RJ}}$ mesurées (cf. Tab. 7.2).

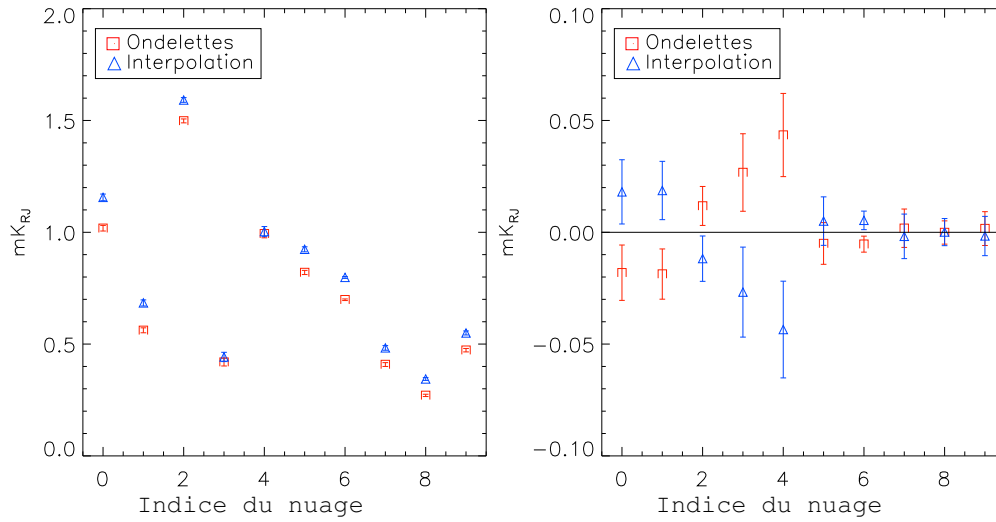


FIG. 7.37 – *Gauche* : Comparaison des valeurs de l'intensité entre le traitement par ondelettes et une interpolation sur un masque plus large. Le masque plus large permet de conserver une plus grande partie de l'émission à grande échelle. *Droite* : Ecart des valeurs des intensités des deux filtrages par rapport à leur moyenne. Cette moyenne est estimée par un ajustement linéaire.

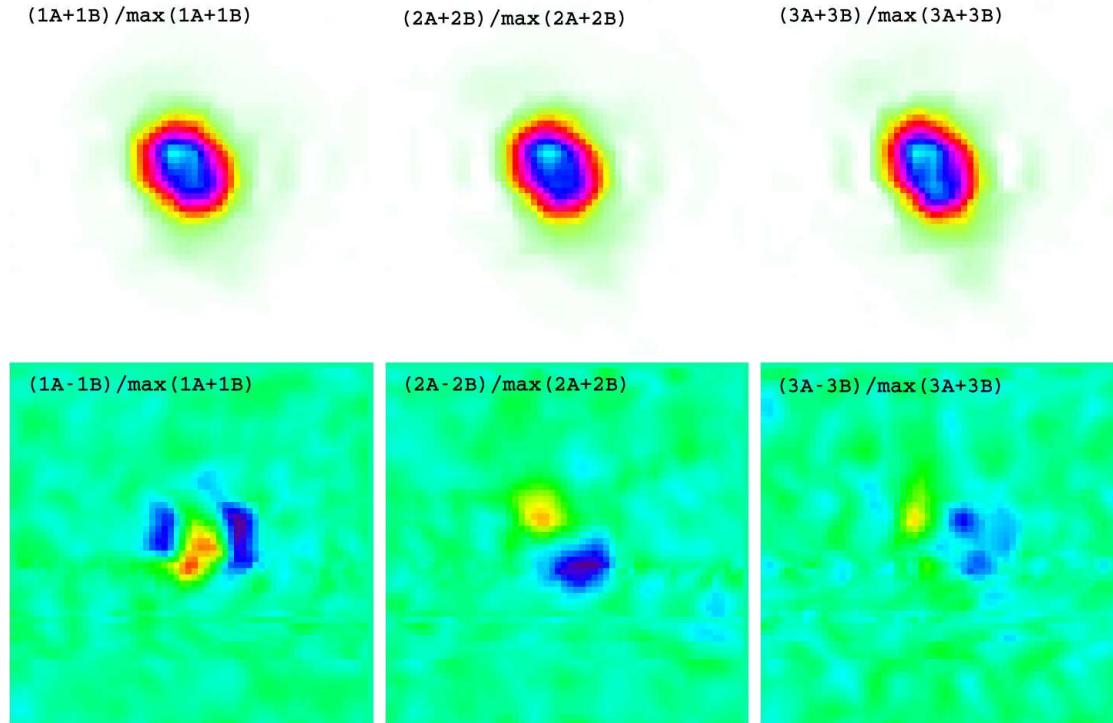


FIG. 7.38 – *Haut* : Lobe de la somme des deux voies A et B de chaque OMT (1, 2, 3) déterminé sur Jupiter et normalisé à son maximum. L'échelle de couleur est linéaire et varie de 0 à 1. *Bas* : Lobe de la différence des deux voies A et B de chaque OMT (1, 2, 3) normalisé au maximum de la somme. L'échelle de couleur est linéaire et varie de -0.03 à 0.03. Figures tirées de [8].

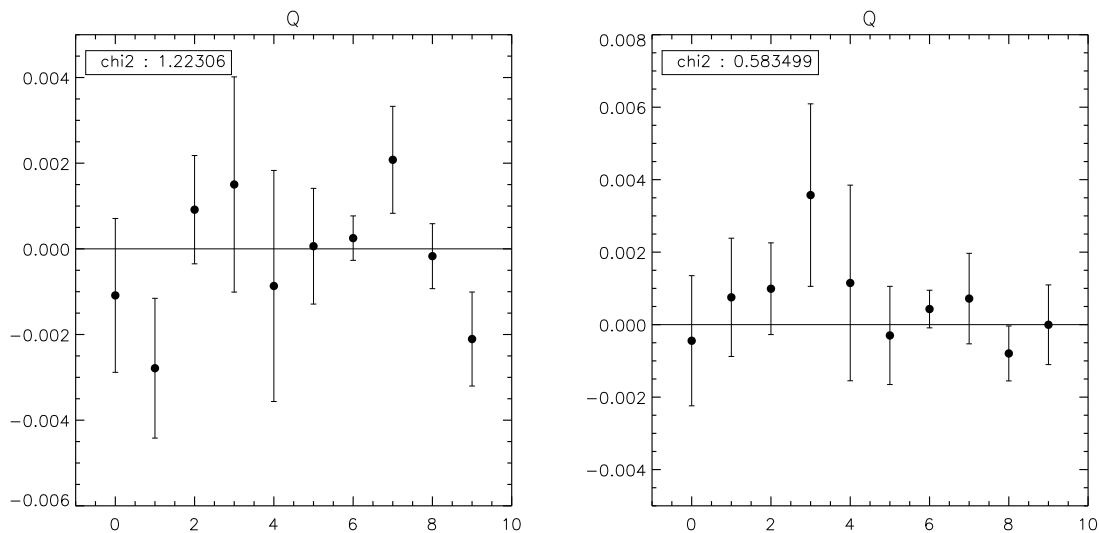


FIG. 7.39 — *Gauche* : Valeurs de Q pour chacun des nuages du tableau 7.2 lorsque les angles sont rendus aléatoires lors de la projection pour 100 simulations. *Droite* : Même chose pour U .

Test de compatibilité

A partir des données, on peut forcer les angles des polariseurs à des valeurs aléatoires lors de la projection. On ne change ainsi pas les propriétés statistiques du bruit, mais on annule en principe tout signal physique. Cette quantité doit donc être compatible avec 0 si l'on est pas dominé par des effets systématiques. On peut former un χ^2 à partir des valeurs de Q et U des nuages polarisés (les valeurs de I restent inchangées dans ce procédé) et tester sa compatibilité avec 0. La figure 7.39 présente les résultats de ce test, et montre la compatibilité attendue avec 0.

7.4.5 Interprétation des résultats

Nous observons donc que la partie Sud du nuage des Gémeaux est significativement polarisée (8.5%), ainsi que plusieurs régions de quelques degrés carrés autour de Cassiopée (environ 10%). Nous parvenons aux mêmes conclusions en travaillant à partir de profils Galactiques pour étudier l'émission diffuse à grande échelle, en masquant ou non les nuages précédents. La polarisation mesurée est cohérente à l'échelle de plusieurs dizaines de degrés, globalement plutôt orthogonale au plan Galactique.

Comme nous l'avons mentionné au cours de la section 4, la polarisation du rayonnement Galactique observée dans l'optique (qui doit donc être orthogonale à celle mesurée dans l'infrarouge) est principalement parallèle au plan (cf. Figs. 4.1, 7.31). L'orientation moyenne de nos résultats est donc compatible avec ces observations à 20–30° près. D'autre part, ces dernières laissaient prévoir un degré de polarisation d'au moins 3% dans le submillimétrique (cf. 4) : nous observons des valeurs entre 2 et 5%, qui sont donc elles aussi compatibles avec ces prédictions.

Les taux de polarisation significatifs que nous mesurons, à la fois dans les nuages denses et dans l'émission diffuse à grande échelle, indiquent donc l'existence d'un mécanisme efficace d'alignement des grains. Un tel mécanisme est présent à grande échelle et au sein de nuages denses. D'autre part, à l'exception du nuage G113.2-2.7, l'orientation locale de la polarisation est cohérente avec celle mesurée dans la partie diffuse, indiquant que le champ magnétique responsable de l'alignement à grande échelle agit également dans le nuage dense et n'est pas effacé par la turbulence locale. La variation du degré de polarisation d'un nuage à l'autre au sein d'un même complexe est probablement attribuable à la variabilité locale de la cohérence

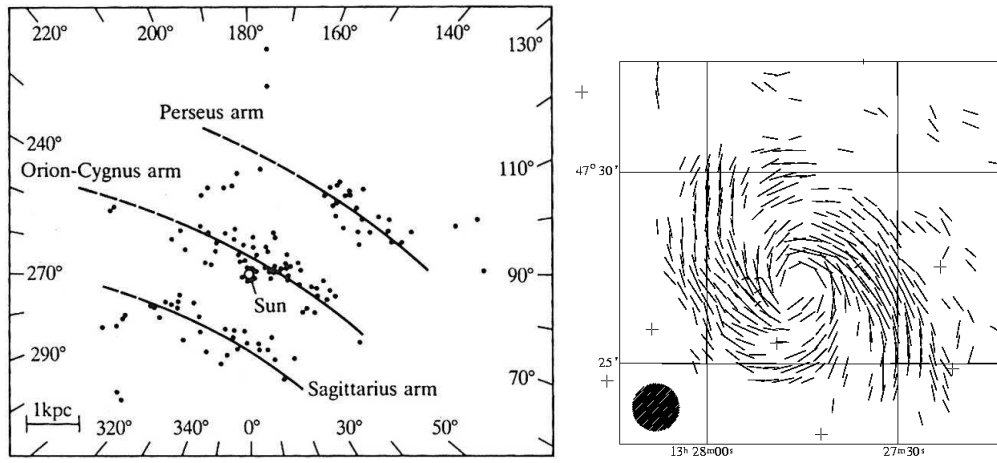


FIG. 7.40 – *Gauche* : Position du système solaire et du complexe du Cygne par rapport aux bras spiraux de la Voie Lactée [94]. *Droite* : Observation du champ magnétique de M51 [11].

du champ magnétique.

Un autre aspect marquant de nos résultats est la faible polarisation (compatible avec 0) de la partie voisine du Cygne. Si l'on fait l'hypothèse que la poussière possède les mêmes caractéristiques dans cette région que dans les autres observées, alors nous devons interpréter cette faible polarisation comme un effet de projection du champ magnétique le long de la ligne de visée. Cette conclusion est compatible avec la localisation du système solaire et du Cygne dans la Voie Lactée [94] et les observations sur les galaxies externes qui indiquent que le champ magnétique Galactique suit les bras spiraux (Fig. 7.40) [11]. Ainsi, en observant le Cygne, le champ magnétique est le long de la ligne de visée, les grains tournent donc principalement dans un plan orthogonal à la ligne de visée et la polarisation observée est donc faible.

Enfin, bien que la sensibilité de l'instrument ne nous permette pas de mesurer directement la polarisation à haute latitude, nous pouvons extrapoler nos résultats. En effet, comme nous pouvons l'observer sur la figure 4.1, le champ magnétique reste globalement cohérent même à haute latitude, on peut donc attendre pour ces régions également un bon alignement des grains, et donc une émission significativement polarisée. En outre, en observant le plan magnétique Galactique, il est possible que nous intégrions sur la ligne de visée l'émission de plusieurs nuages dont la polarisation est orientée différemment. La polarisation se moyenne et est donc atténuée par rapport aux polarisations des nuages individuels. En revanche, en observant à haute latitude, il est probable que nous n'observions qu'un seul nuage par ligne de visée. La polarisation à haute latitude serait donc *au moins* aussi grande que dans le plan et pourrait donc dépasser les 10% observés sur quelques nuages denses du plan Galactique. En conséquence, l'émission thermique de la poussière Galactique, sera probablement un avant-plan important pour PLANCK-HFI, tant pour la mesure des anisotropies de température du CMB que pour la mesure de sa polarisation, comme le suggéraient les simulations de Prunet *et al* [115] présentées au chapitre 4.

Chapitre 8

PLANCK

Comme nous l'avons vu au chapitre 2.4, il est nécessaire de mesurer le spectre des anisotropies de température et de polarisation sur la plus vaste gamme angulaire possible afin de tirer le maximum d'informations cosmologiques à partir du CMB. Deux limites fondamentales s'imposent à la mesure : la variance cosmique et le bruit de photons. La première est inhérente à la nature du CMB, et ne peut être dépassée. La seconde provient des fluctuations statistiques du rayonnement reçu par le détecteur, et sa contribution diminue avec le temps d'intégration.

L'objectif principal du satellite PLANCK, qui sera lancé par Ariane V le 15 février 2007 et observera l'Univers depuis le point L2 de Lagrange, est de déterminer le spectre de puissance des anisotropies de température en étant dominé par la variance cosmique de $l = 2$ à $l \simeq 2000$.

Parallèlement à la détermination des paramètres cosmologiques avec une précision relative meilleure que 1% grâce à la mesure des anisotropies du CMB, PLANCK apportera également des informations précieuses et inédites dans de nombreux domaines de l'astrophysique autres que le CMB. Citons par exemple la mesure de l'effet Sunyaev–Zel'dovitch sur des milliers d'amas qui permettra d'étudier leur structure et leur évolution, ainsi que la cartographie à une résolution de quelques minutes d'arc sur tout le ciel des émissions galactiques qui permettra d'approfondir notre connaissance du milieu interstellaire.

Afin d'observer le CMB sur une vaste gamme de fréquences, PLANCK est constitué de deux instruments : LFI (*Low Frequency Instrument*) et HFI (*High Frequency Instrument*) [109]. Bien que dotés de détecteurs de nature différente, chacun de ces instruments est sensible à la polarisation. La communauté française est très fortement impliquée dans HFI, pour lequel Archeops a servi de banc de test, tant au niveau instrumental qu'au niveau du traitement des données. A ce titre, je suis également impliqué dans le "niveau 2" de PLANCK–HFI au sein duquel j'ai implémenté les algorithmes de projection des paramètres de Stokes développés et utilisés pour Archeops.

Après une brève présentation des instruments, de leurs caractéristiques et performances, nous nous concentrerons sur la mesure de la polarisation du CMB, en montrant avec quelle précision les C_l des spectres de polarisation devraient être déterminés, quelle est la sensibilité de PLANCK aux perturbations tensorielles issues de la phase d'inflation, et quelle contrainte ce satellite pourra apporter sur l'énergie à laquelle a eu lieu cette période particulière de l'Univers primordial.

8.1 Présentation

Une vue schématique de PLANCK est représentée sur la figure 8.1. On distingue en particulier le miroir primaire de 1.5 m de diamètre. Le télescope est de type grégorien hors-axe en configuration de Dragone similaire à celui d'Archeops.

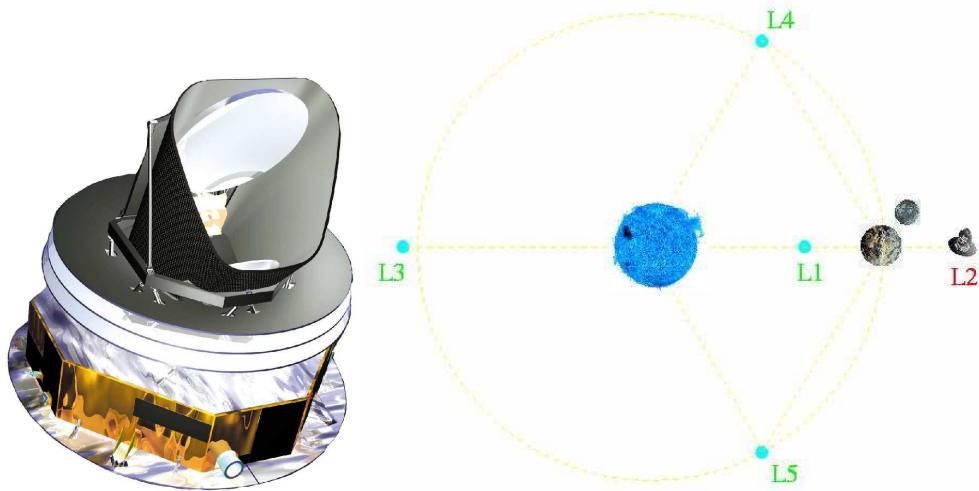


FIG. 8.1 – *Gauche* : Vue d'artiste de PLANCK. *Droite* : Schéma des cinq points de Lagrange. L3 et L4 sont stables. L1, L2, sont instables d'une période de 23 jours, L3 sur une période de 150 jours.

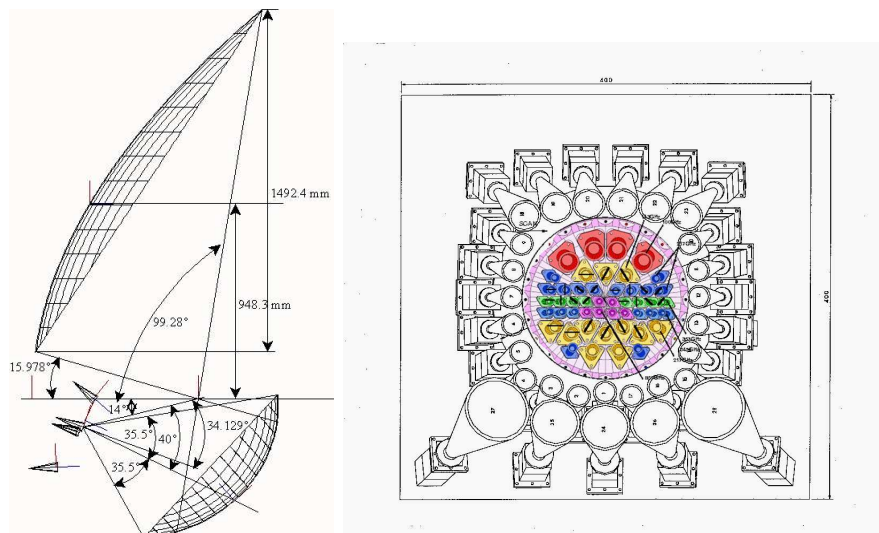


FIG. 8.2 – *Gauche* : Configuration optique de PLANCK. Les miroirs sont en configuration de Dragone. *Droite* : Schéma préliminaire du plan focal de PLANCK. HFI est au centre (couleurs).

Fréquence centrale (GHz)	LFI			HFI					
	30	40	70	100	143	217	353	545	857
Détecteurs non polarisés	0	0	0	(0)	4	4	4	4	4
Détecteurs polarisés	4	6	12	(8)	8	8	8	0	0
Lobe (<i>FWHM</i>) (arcmin)	33	24	14	(10)	7	5	5	5	5
Bande passante (GHz)	6	8.8	14	(47)	47	72	116	180	283
Sensibilité en I (μK)	5.5	7.4	12.8	(6.5)	6.3	13	40	400	18 260
Sensibilité en Q, U (μK)	7.6	10.6	18.3	(13)	12.3	26	79	/	/

TAB. 8.1 – Principales caractéristiques de LFI et HFI. Les sensibilités (1σ) sont données pour une mission de 14 mois et pour un pixel carré de côté *FWHM*. Elles sont exprimées en unités thermodynamiques. Dans le cas d’HFI, on entend par “bolomètre non polarisé” un détecteur sensible à l’intensité. Un PSB est donc constitué de deux bolomètres, mais chacun d’eux n’est sensible qu’à une polarisation, et ils sont orthogonaux. La mise en place de PSB à 100 GHz est en cours de discussion au sein de la collaboration, les valeurs mentionnées entre parenthèses sont donc hypothétiques, et basées sur les valeurs des détecteurs à 143 GHz. Valeurs tirées de [109].

PLANCK sera placé au point L2 de Lagrange (Fig. 8.1) qui est un des cinq points d’équilibre¹ vis-à-vis de l’attraction gravitationnelle entre le Soleil et la Terre, et qui permet au satellite de tourner le dos au Soleil, à la Terre et la Lune constamment, afin de limiter au maximum leur contamination dans les lobes secondaires. La durée nominale de la mission est de 14 mois au cours desquels le ciel entier sera couvert deux fois.

Afin d’étudier précisément les émissions d’avant-plan et de pouvoir les soustraire pour atteindre les objectifs de précision sur la mesure des C_l , PLANCK est constitué de deux instruments sensibles à une vaste gamme de fréquences dans le domaine millimétrique et submillimétrique :

- LFI (*Low Frequency Instrument*), qui s’appuie sur des HEMT (*High Electron Mobility Transistor*) refroidis à 20 K et qui mesurera le rayonnement aux fréquences de 30, 44 et 70 GHz.
- HFI (*High Frequency Instrument*), qui utilise des bolomètres refroidis à 100 mK et est sensible aux fréquences de 100, 143, 217, 353, 545 et 857 GHz.

Les caractéristiques principales de ces détecteurs sont résumées dans le tableau 8.1. A titre de comparaison, les mêmes paramètres pour WMAP sont présentés dans le tableau 8.2.

Le principe de refroidissement du plan focal d’HFI à 100 mK, les bolomètres non polarisés des canaux à 143, 217 et 545 GHz en toile d’araignée, ainsi que l’optique (filtres et cornets) et l’électronique froide de lecture sont similaires à ceux d’Archeops. De ce point de vue, les sensibilités des détecteurs et les niveaux de bruit d’Archeops étaient déjà du niveau de celles de PLANCK. En revanche, le fait d’observer depuis un satellite plutôt qu’en ballon stratosphérique, affranchit PLANCK des problèmes liés aux parasites atmosphériques et permet d’observer plusieurs années au lieu d’une demi-journée². D’autre part, HFI dispose d’un canal supplémentaire à 857 GHz, et de bolomètres sensibles à la polarisation (PSB, *Polarized Sensitive Bolometers*) aux fréquences 143, 217 et 353 GHz et très probablement 100 GHz.

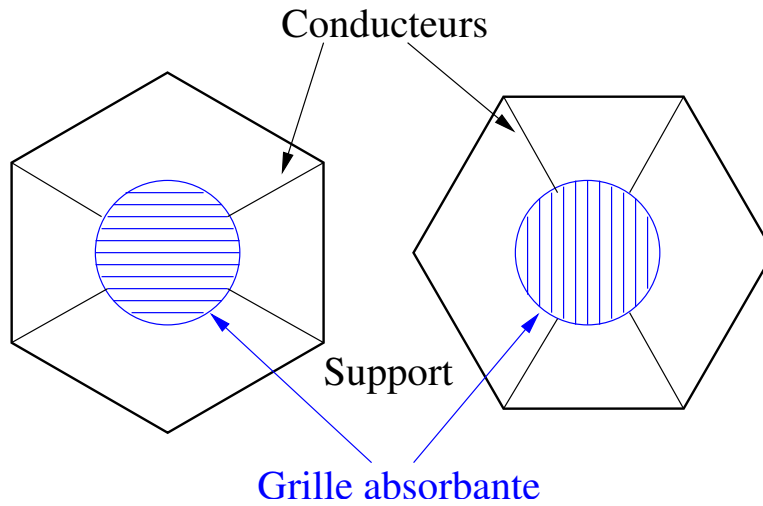


FIG. 8.3 – Schéma des deux voies d'un PSB de PLANCK-HFI. Les toiles des bolomètres ne sont sensibles qu'à un seul mode de polarisation et sont placés orthogonalement.

8.2 Mesure de la polarisation du CMB par PLANCK

Les radiomètres de LFI sont naturellement sensibles à la polarisation. Les bolomètres qui constituent les PSB d'HFI sont un peu différents des autres bolomètres : la toile d'araignée est remplacée par des lignes conductrices parallèles qui sont donc sensibles à une seule direction de polarisation (cf. Fig. 8.3). Deux bolomètres de ce type sont alors placés orthogonalement sous un même cornet optique. À chaque instant, les deux bolomètres d'un PSB mesurent donc le rayonnement issu d'un même point du ciel. De ce point de vue, les PSB sont équivalents aux OMT utilisés sur Archeops. Ces mêmes OMT étaient d'ailleurs initialement destinés à Planck. Les PSB offrent cependant l'avantage de n'occuper qu'un seul espace dans le plan focal. On peut donc doubler le nombre de détecteurs polarisés.

Afin d'étudier la précision que l'on attend sur les mesures de polarisation par PLANCK, reprenons l'expression (D.30) de l'incertitude sur la détermination des C_l^X ($X = T, E, B$) :

$${}_L\sigma_l^X \equiv \sigma({}_L\hat{C}_l^X) = \sqrt{\frac{2\Delta l}{(2l+1)f_{cut}L}} \left[C_l^X + f_{sky} \frac{4\pi s_X^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \quad (8.1)$$

où L est la largeur de la bande centrée en l sur laquelle est calculé le coefficient moyen ${}_L C_l^X$ [μK^2], f_{sky} la fraction de ciel couvert, f_{cut} la fraction de ciel utilisée, s_X [$\mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$] la sensibilité de l'instrument, t_{obs} le temps total d'observation, et $FWHM = 2.35 \sigma_b$ [rad] la largeur à mi-hauteur du lobe de l'instrument.

La sensibilité s_X s'obtient à partir des valeurs du tableau 8.1 de la façon suivante :

- la résolution donne le nombre de pixels d'une carte $N_{pix} = 4\pi/FWHM^2$
- le temps de mission fournit le temps moyen d'observation d'un pixel $t_{pix} = t_{obs}/N_{pix}$
- la sensibilité par pixel σ_{pix}^X permet alors de déterminer $s_X = \sigma_{pix}^X \sqrt{t_{pix}}$.

Le tableau 8.3 présente les sensibilités ainsi déduites pour WMAP, LFI et HFI. Les sensibilités moyennes pour chacun des instruments à partir des sensibilités par détecteur sont obtenues de la

¹Plus exactement, PLANCK orbitera autour de L2 pour éviter les risques de collision avec les poussières vraisemblablement présentes en ce point. De plus, L2 est en fait un point d'équilibre instable, PLANCK doit donc de toutes façons corriger périodiquement sa position et son pointage.

²La conception d'Archeops lui permet en fait de rester autonome un peu plus de 48 heures.

	WMAP		
	41	61	94
Fréquence centrale (GHz)	41	61	94
Détecteurs non polarisés	0	0	0
Détecteurs polarisés	4	4	8
Lobe (<i>FWHM</i>) (arcmin)	30.6	21	13.2
Bande passante (GHz)	8.3	14.0	20.5
Sensibilité en I (μK)	32.8	57.4	86.1
Sensibilité en Q, U (μK)	46.4	81.2	122

TAB. 8.2 – Principales caractéristiques des détecteurs de WMAP utilisés pour l’étude du CMB. Les sensibilités (1σ) sont données pour une mission de 14 mois et pour un pixel carré de côté *FWHM*. Elles sont exprimées en unités thermodynamiques. Valeurs tirées de [152].

Instrument	σ_{pix}^P (μK)	s_P ($\mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$)
WMAP	32	449
LFI	7.3	73
HFI	3.5	35

TAB. 8.3 – Sensibilités de WMAP, LFI et HFI à la polarisation, pour des pixels de 20 arcmin de côté et sensibilités instantanées. Les sensibilités par pixel sont obtenues pour un temps d’observation de 14 mois. Les valeurs utilisées pour WMAP sont obtenues à partir des mesures de la première année de prise de données [?].

façon suivante : lorsqu’on moyenne des observations avec une pondération “naturelle” (*i.e.* par l’inverse de la variance des mesures individuelles), on pondère par l’inverse de la variance des observations. Ce choix entraîne que la sensibilité moyenne est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1}{\bar{s}^2} = \sum_i \frac{1}{s_i^2} \quad (8.2)$$

Pour faciliter la comparaison directe à WMAP, les sensibilités de HFI et LFI ont été ramenées à la taille commune de pixels carrés de côté 20 arcmin qui correspond à la résolution moyenne de WMAP. On constate qu’LFI est de l’ordre de six fois plus sensible que WMAP, HFI de l’ordre de douze fois. Cependant, comme nous le verrons par la suite, le facteur 2 entre LFI et HFI, ainsi que la différence de résolutions angulaires jouent un rôle important dans la mesure de la polarisation.

Un autre point mérite d’être souligné. Comme le montre le tableau 8.1, la sensibilité de LFI en polarisation est bien $\sqrt{2}$ fois supérieure à celle en température, conformément à (7.19). Dans le cas d’HFI, la relation est $s_E = 2s_T$ pour les fréquences qui contiennent des bolomètres polarisés. Ceci est dû au fait que ces canaux sont aussi pourvus de bolomètres non polarisés, la sensibilité en I est donc d’autant meilleure.

La figure 8.4 montre les spectres de température et polarisation du CMB comparés à l’erreur sur les C_l calculée avec ces paramètres pour les modes l individuels. La figure 8.5 montre le rapport C_l/σ_l . La figure 8.6 présente la comparaison entre les C_l et leur incertitude pour des spectres de puissance par bandes de largeurs L allant de 20 à 100. Ces figures ont été obtenues en supposant que la fraction de ciel utilisée f_{cut} (cf. Eq. 8.1) était celle utilisée récemment par WMAP une fois la Galaxie soustraite : 0.85.

Le modèle choisi pour calculer les spectres du CMB est le meilleur ΛCDM compatible avec les données de WMAP [130]. Ce modèle sous-estime légèrement les spectres de puissance effectivement mesurés par WMAP. Il faut donc considérer les figures de ce paragraphe comme

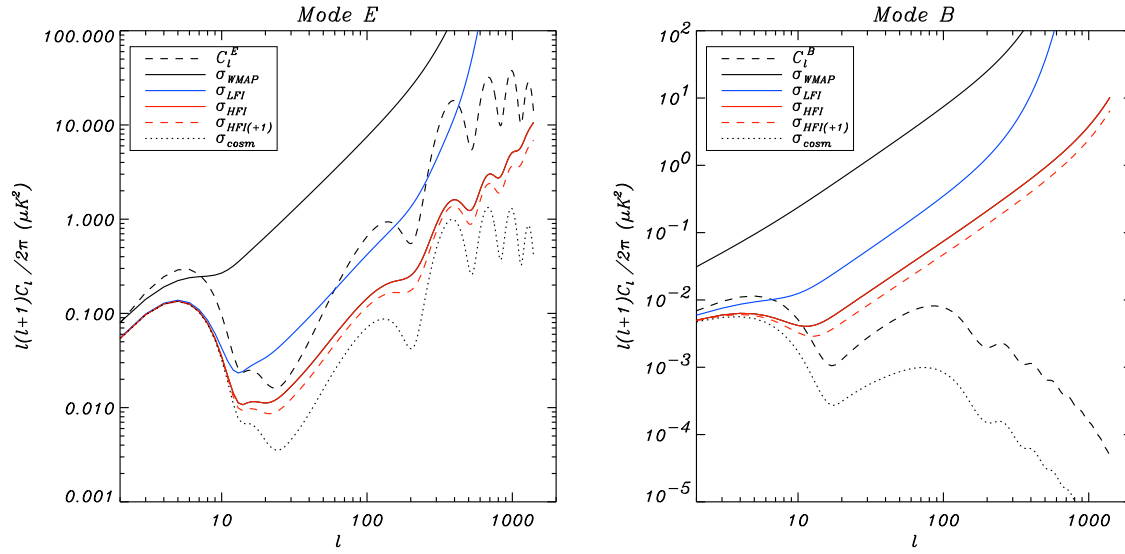


FIG. 8.4 – *Gauche* : Incertitudes sur la détermination des C_l^E pour WMAP (2 ans, mission nominale), LFI et HFI pour 14 mois (mission nominale), pour des modes l indépendants. “HFI+1” signifie qu’on considère également les PSB à 100 GHz. *Droite* : Incertitudes sur la détermination des C_l^B .

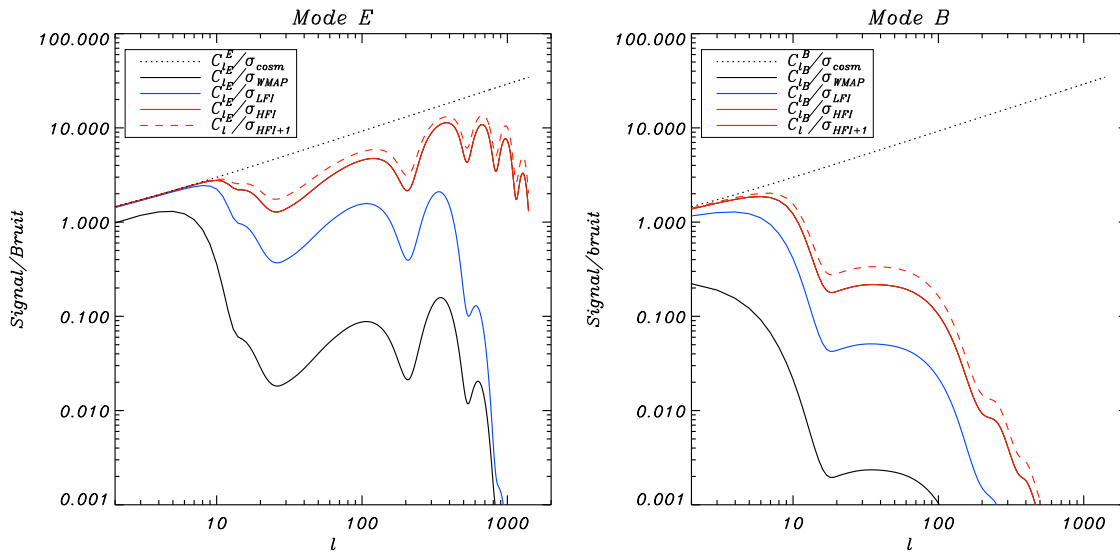


FIG. 8.5 – *Gauche* : Rapport signal/bruit pour la mesure des C_l^E pour des modes l indépendants pour WMAP (2 ans), LFI et HFI (14 mois). “HFI+1” signifie qu’on considère également les PSB à 100 GHz. *Droite* : Rapport signal/bruit de la mesure du mode B .

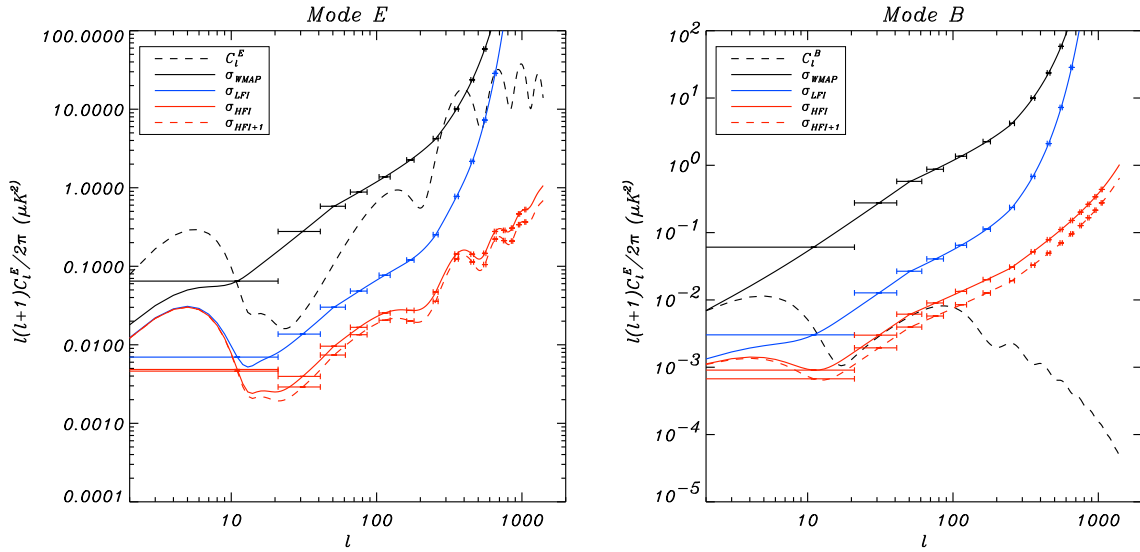


FIG. 8.6 – *Gauche* : Incertitudes sur la détermination des C_l^E pour WMAP (2 ans), LFI et HFI (14 mois), pour des bandes de 20 à 100 modes l . “HFI+1” signifie qu’on considère également les PSB à 100 GHz. *Droite* : Incertitudes sur la détermination des C_l^B .

un cas un peu pessimiste : elles ne sont présentées qu’à titre illustratif, pour donner un ordre de grandeur des sensibilités de ces instruments.

On peut en tirer plusieurs conclusions. Tout d’abord, la détermination du mode E par HFI pourra être faite de $l = 2$ à $l \simeq 1500$ avec un rapport signal sur bruit supérieur à 1 (voire 10 pour $l \sim 500$) (cf. Figs. 8.4 et 8.5) pour des modes l individuels. Si l’on estime la puissance par bande, ce rapport n’en est que meilleur³ (cf. Fig. 8.6). Bien que moins sensible, LFI permettra également une détermination de E par bandes, jusqu’à $l \sim 400$. Enfin, WMAP est à la limite de détection du mode E par bandes⁴, excepté à $l < 10$ (regain de puissance dû à la réionisation) et $l \simeq 300$.

La détermination du spectre du mode B est en revanche inaccessible à WMAP. LFI devrait en fournir une seule détection sur la bande $l = 2$ à $l = 20$. La sensibilité d’HFI lui permettra également d’estimer ce même point, mais plus important, elle place HFI en limite de détection des modes $l < 100$. L’addition de quatre PSB à 100 GHz, si elle se confirme, abaisse la limite de détection du mode B . En outre, comme cela a été mentionné au chapitre 4, et conformément aux résultats obtenus avec Archeops (cf. Sect. 7.4), l’émission polarisée de la poussière Galactique sera un avant-plan important pour la détection des modes tensoriels. Or, l’émissivité de la poussière variant en ν^2 [15], la mesure à 100 GHz y sera moins sensible. L’apport de ce nouveau canal est donc double : il accroît la sensibilité d’HFI en augmentant le nombre de détecteurs et il diminue l’effet de contamination par l’émission de la poussière. On notera par ailleurs que LFI étant moins sensible qu’HFI, la combinaison des mesures des deux instruments n’améliore pas sensiblement la possibilité de détection du mode B .

Afin de se prémunir contre l’émission de la poussière, il est vraisemblable que la fraction de ciel utilisée soit inférieure aux 85% mentionnés précédemment, puisqu’HFI y sera plus sensible que WMAP. Comment les résultats précédents évoluent-ils ? Pour répondre à cela, nous choisissons de ne garder que les parties du ciel à hautes latitudes. Dans leur étude présentée en section 4.3.2, Prunet *et al* [115] ont fourni leurs estimations des spectres de puissance de

³On gagne un facteur $1/\sqrt{L}$ par bande de largeur L , cf. (8.1).

⁴Nous insistons de nouveau sur le fait que le modèle choisi pour les C_l sous-estime la puissance du CMB, et que les conclusions de ce paragraphe sont par conséquent très conservatives.

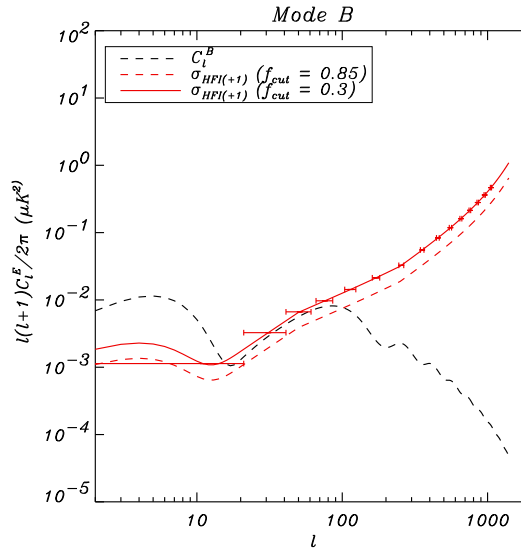


FIG. 8.7 – Comparaison de la sensibilité d’HFI pour une mesure de la puissance par bandes allant de 20 à 100 modes l au spectre de puissance du mode B du CMB, pour une couverture de 50% du ciel par rapport à une couverture de 85%.

polarisation de l’émission de la poussière pour des latitudes comprises entre 30 et 45° , où sa contribution est significative. Supposons donc que l’on ne conserve que les latitudes inférieures à -45° ou supérieures à 45° pour l’étude de la polarisation du CMB. La fraction de ciel couvert est alors $f_{cut} = 0.3$, et les résultats précédents deviennent ceux présentés sur la figure 8.7. La sensibilité est alors dégradée d’un facteur 1.8 et devient insuffisante pour permettre une mesure précise du spectre de puissance du mode B .

La détermination du spectre de puissance des perturbations tensorielles est donc un problème particulièrement délicat. Premièrement, la faiblesse attendue de son amplitude place HFI en limite de détection. Deuxièmement, l’émission polarisée de la poussière Galactique est dominante, et contraindra très certainement à une réduction importante de la fraction de ciel utile, augmentant ainsi la variance sur les estimations. Enfin, l’étude précédente se place dans un cadre expérimental où les effets systématiques sont parfaitement contrôlés. Ce dernier point constitue une difficulté supplémentaire.

8.3 Détection des modes tensoriels ?

Plutôt que d’évaluer la capacité à *déterminer* le spectre de puissance du mode B , pour un large de bandes donnée, on pourrait poser le problème autrement et étudier la *détection* de perturbations tensorielles. Pour cela, il faudrait intégrer la puissance de tous les modes l , afin d’optimiser la sensibilité. Une détection significative permettrait d’estimer l’énergie $V^{1/4}$ à laquelle a eu lieu l’inflation, celle-ci étant liée à l’amplitude \mathcal{T} du spectre du mode B par :

$$\mathcal{T} \equiv 6C_2^{T, tens} = 25.1 \frac{V}{m_{pl}^4} [\text{K}^2], \quad (8.3)$$

où $m_{pl} = 1.22 \cdot 10^{19}$ GeV est la masse de Planck. Cette énergie est encore très mal contrainte. L’amplitude du spectre des perturbations tensorielles lui étant directement proportionnelle, si l’inflation a eu lieu “à trop basse énergie”, il se peut même que le mode B échappe à la détection pour la génération actuelle d’instruments (cf. Sect. 8.4).

On peut donc se poser la question suivante : quelle est l'amplitude minimale que doit avoir le spectre de B pour être détecté par une expérience, caractérisée par sa sensibilité, sa couverture de ciel, sa durée d'observation ? Inversement, quelle contrainte une telle expérience peut-elle apporter sur l'énergie de l'inflation ? Afin de répondre *par un ordre de grandeur* à ces interrogations, nous suivons le raisonnement effectué par Jaffe *et al* [60]⁵.

$$\sigma_l^B = \sigma(C_l^B) = \sqrt{\frac{2}{f_{sky}(2l+1)}} \left[C_l^B + f_{sky} \frac{4\pi s_B^2}{t_{obs}} e^{l^2 \sigma_b^2} \right] \quad (8.4)$$

où s_B [$\mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$] est la sensibilité aux modes polarisés de l'instrument, t_{obs} [sec] le temps total d'observation, $\sigma_b = FWHM/2.35$ [rad] la largeur du lobe, et f_{sky} la fraction de ciel couvert⁶. En fonction de cela, et suivant le formalisme de Fisher, on est en mesure de déterminer l'erreur sur l'estimation de l'amplitude \mathcal{T} du mode B par :

$$\frac{1}{\sigma_{\mathcal{T}}^2} = \sum_l \left(\frac{\partial C_l^B}{\partial \mathcal{T}} \right)^2 \frac{1}{\sigma_l^{B2}} \quad (8.5)$$

Nous supposons que les C_l^B dépendent de l suivant un modèle d'inflation et que \mathcal{T} est seulement l'amplitude du spectre. Ainsi, $\partial C_l^B / \partial \mathcal{T} = C_l^B / \mathcal{T}$. Comme nous cherchons à distinguer le mode B par rapport à l'hypothèse nulle, le terme (8.4) se réduit en fait au terme instrumental :

$$\sigma_l^B = \sqrt{\frac{2}{2l+1}} f_{sky}^{1/2} \frac{4\pi s_B^2}{t_{obs}} e^{l^2 \sigma_b^2} \quad (8.6)$$

En notant $\theta^2 = 4\pi f_{sky}$ la surface du ciel observée, on aboutit alors à la formule semi-analytique suivante :

$$\frac{\sigma_{\mathcal{T}}}{\mathcal{T}} \simeq 10^{-19} \left(\frac{t_{obs}}{1 \text{ yr}} \right)^{-1} \left(\frac{s}{10 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}} \right)^2 \left(\frac{\theta}{\text{deg}} \right) \Sigma_{\theta}^{-1/2} \quad (8.7)$$

avec

$$\Sigma_{\theta} = \sum_{l \geq 180/\theta} (2l+1) C_l^{B2} e^{-2l^2 \sigma_b^2} \quad (8.8)$$

L'expression 8.7 permet donc de déterminer $\sigma_{\mathcal{T}}$ une fois qu'on connaît \mathcal{T} . Afin d'être conservatif dans notre estimation, nous prenons la valeur maximal compatible avec COBE, soit le dixième [62] de sa valeur en supposant que tout le terme quadrupolaire est dû aux perturbations tensorielles :

$$\mathcal{T}_{COBE}^{max} = 0.1 \times 6C_2^T = 477 \mu\text{K}^2 \quad (8.9)$$

La figure 8.8–*Gauche* montre la valeur minimale de \mathcal{T} détectable à $3 \sigma_{\mathcal{T}}$ pour une expérience qui observe une portion de ciel d'aire θ^2 avec une sensibilité en polarisation $s_B = 10 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ pendant un an, pour différentes tailles de lobe, et dans le cadre d'un modèle ΛCDM sans réionisation. On constate que le lobe joue peu et que dans chaque cas l'expérience optimale balaye une région d'environ 9 deg^2 . Ceci provient du fait que toute la puissance du mode B pique autour de $l = 100$. Les résultats sont comparables à ceux de [60] qui se plaçait dans un

⁵Nos résultats numériques sont différents des leurs pour plusieurs raisons. La première est que les auteurs se sont placés dans le cadre d'un modèle sans constante cosmologique, ce qui modifie le spectre des C_l^B utilisé lors du calcul, mais la différence est faible. En revanche, la sensibilité qu'ils considèrent est celle *en température*, alors que nous utilisons la sensibilité en *polarisation*, comme le dénote l'indice B ajouté à la sensibilité. La figure qu'ils présentent pour une "sensibilité" $s = 10 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ correspond donc à une sensibilité en polarisation de $s_B = \sqrt{2} \times 10 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$, ce qui multiplie par 2 l'amplitude minimale \mathcal{T} détectable.

⁶Nous supposons dans cette section que toute la fraction de ciel couverte est utilisée pour la détermination des C_l .

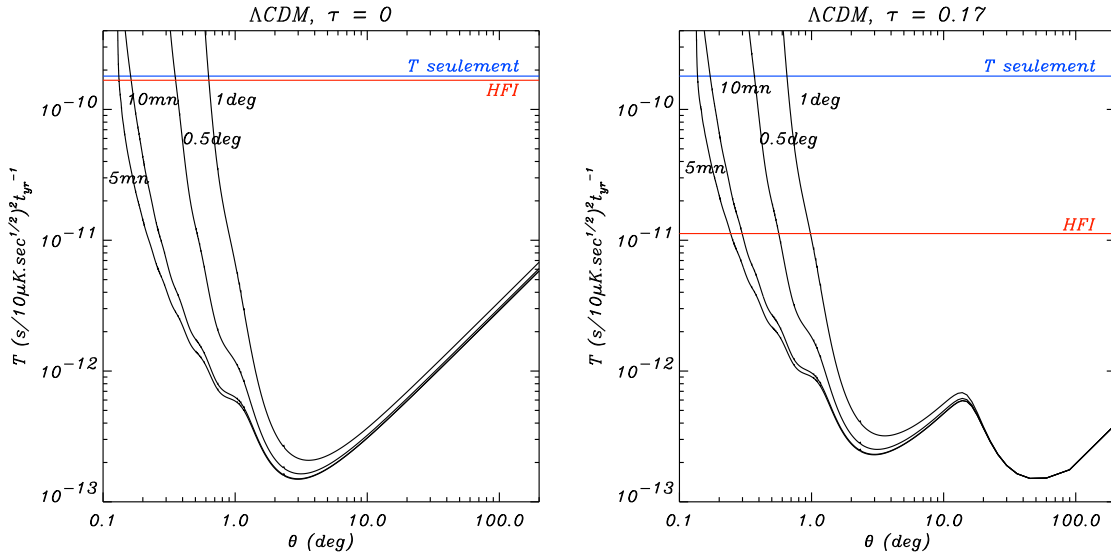


FIG. 8.8 – Amplitude minimale du spectre de B détectable à 3σ par une expérience de sensibilité à la polarisation $s = 10 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ qui observe pendant un an une portion de ciel d’aire θ^2 avec différents lobes. Même chose pour PLANCK–HFI (14 mois). On a fait figurer également la limite supérieure contrainte par COBE, qui correspond à la limite de détection à partir de la température seule.

modèle $s\text{CDM}$, sans réionisation. Nous avons fait figurer également ce résultat pour PLANCK–HFI pour lequel la sensibilité totale pour les modes de polarisation est actuellement estimée à $35 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ (cf. Tab. 8.1). La sensibilité de WMAP est de l’ordre de $450 \mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}$ (cf. Tab. 8.2) et elle ne pourra donc pas améliorer la contrainte provenant de la température seule. Cette limite supérieure contraint l’énergie de l’inflation à $V^{1/4} \leq 2 \cdot 10^{16} \text{ GeV}$. Si PLANCK ne détecte pas de mode B au bout de 14 mois d’observation, alors la nouvelle limite, dans le cadre de ce modèle, sera portée à $V^{1/4} \leq 1.96 \cdot 10^{16} \text{ GeV}$.

Cependant, à la lumière des résultats récents de WMAP, il faut inclure l’effet de la réionisation. En ajoutant de la puissance à bas l , la forme des contraintes est fortement modifiée (cf. Fig. 8.8–*Droite*) : on voit nettement le décrochement de la courbe pour $\theta \simeq 10^\circ$ qui correspond au pic de la réionisation à bas l . Cette puissance supplémentaire a deux effets majeurs. Tout d’abord elle augmente la sensibilité des expériences aux modes B à bas l (qui se traduit par une augmentation du terme Σ_θ). Une non détection par PLANCK cette fois-ci que $V^{1/4} \leq 1.0 \cdot 10^{16} \text{ GeV}$. Ensuite, elle amène les contraintes que pourront apporter des expériences qui étudient tout le ciel au même niveau qu’une qui se concentrerait sur les 9 deg^2 à sensibilité égale.

Ce résultat est très positif pour PLANCK. En effet, afin de mesurer le spectre de puissance des anisotropies de température à bas l , PLANCK couvre la totalité du ciel. La stratégie d’observation n’est donc pas optimale pour la détection des modes B à la vue de la figure 8.8–*Gauche*. Or, si la réionisation est bien aussi forte que le conclut WMAP, alors la figure 8.8–*Droite* montre que la couverture totale du ciel par PLANCK devient quasi-optimale également pour la détection des modes B ! Cette conclusion est par ailleurs renforcée si l’on considère l’effet du cisaillement gravitationnel. Celui-ci génère un mode B^{WL} de polarisation dont l’amplitude dépasse celui du CMB aux alentours de $l \sim 200$ ($\theta \sim 1^\circ$) (cf. Fig. 8.9) dans les scénarios cosmologiques standards[155]. La mesure des hauts l du spectre B^{CMB} est donc compromise, si bien que concentrer la zone d’observation d’une expérience sur quelques degrés carrés ne présente plus un intérêt aussi fort qu’auparavant.

Ainsi, sous l’hypothèse d’une réionisation aussi forte que celle mesurée par WMAP, la couverture totale du ciel de PLANCK serait donc optimale, à la fois pour la mesure du spectre de puissance des anisotropies de température et de polarisation.

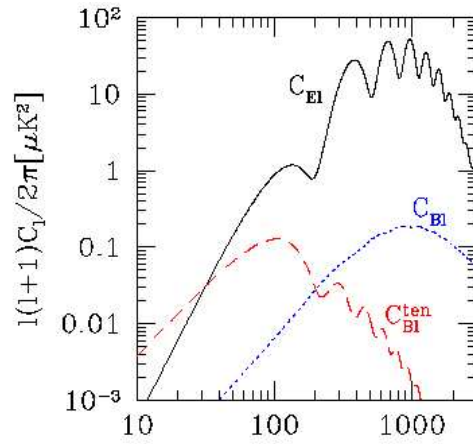


FIG. 8.9 – Spectre du mode B généré par cisaillement gravitationnel (bleu pointillés) comparé aux spectres du CMB. A haut l , il domine le mode B du CMB. Figure tirée de [155]

8.4 Vers de nouveaux instruments ?

Quelles pourraient être les améliorations à apporter à PLANCK pour gagner par exemple un ordre de grandeur de précision sur la mesure de la polarisation ?

Le premier point à considérer est la qualité des détecteurs. De ce point de vue, les bolomètres offrent la meilleure sensibilité et comme nous l'avons vu en Sect. 5.2, ceux-ci ont déjà une sensibilité inférieure au bruit de photons.

On pourrait alors augmenter le temps d'intégration. La variance instrumentale sur les C_l diminuant comme l'inverse du temps, gagner un ordre de grandeur en précision nécessite d'accroître d'autant le temps de la mission, c'est-à-dire lancer des missions satellites de plusieurs dizaines d'années. Cela pose encore à l'heure actuelle quelques problèmes, en terme de cryogénie notamment⁷.

Un autre paramètre expérimental peut en revanche être amélioré : le flux de photons reçus par l'instrument. Celui-ci est tout d'abord proportionnel au produit de la surface du miroir primaire S et de l'angle solide d'acceptance⁸ Ω . Toutefois, gagner un ordre de grandeur sur le produit $S\Omega$ est difficilement envisageable à cause des problèmes d'aberration optique.

En revanche, on peut augmenter le nombre de photons reçus, non par le télescope mais *par les détecteurs*. En effet, dans le cas de PLANCK par exemple, le nombre de photons effectivement détectés est de l'ordre de 1% du flux total incident sur le plan focal. Ceci est dû à plusieurs facteurs :

- Les bolomètres ont des bandes passantes spécifiques et ne détectent donc que les photons dont la fréquence correspond à cette bande passante.
- Les cornets des bolomètres obligent à écarter les détecteurs les uns des autres, si bien qu'au mieux 30% du plan focal sont effectivement couverts par les détecteurs. Les photons incidents sur les 70% restants ne sont pas détectés.
- La chaîne optique a une transmission de l'ordre de 30% également.

C'est principalement pour améliorer la couverture du plan focal que sont développées actuellement *les matrices de bolomètres*. Le principe est de ne plus placer de cornets pour coupler les

⁷Et en termes de motivation des expérimentateurs...

⁸Dans le cadre d'une mesure du CMB, on va cependant chercher à garder Ω de l'ordre de quelques minutes d'arc pour mesurer les hauts l en général.

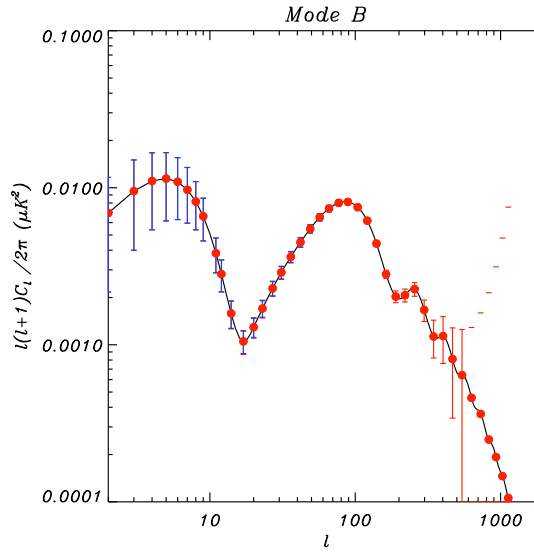


FIG. 8.10 – Précision théoriquement accessible sur la détermination du spectre de puissance du mode B par une matrice sensible à la polarisation couvrant la totalité du plan focal de PLANCK et pour une mission de même durée, avec le même télescope. La variance cosmique est représentée en bleu, l'incertitude totale de la mesure en rouge.

bolomètres au télescope, et de mettre les bolomètres côte à côte, pour avoir ainsi une couverture du plan focal proche des 100%. Le nombre de bolomètres passe alors de l'ordre de la dizaine à celui de la centaine, voire du millier, et la tache de diffraction est bien mieux échantillonnée.

Le gain en sensibilité est proportionnel au gain sur le flux de photons. Or, dans le cas d'HFI, l'angle solide d'acceptance total est donné par la somme des lobes des cornets et vaut environ 0.3 deg^2 , pour un champ de vue de l'ordre de 4° de diamètre, soit 12.6 deg^2 . Une matrice couvrant 80% du plan focal donnerait donc accès à un champ de vue de $12.6 \times 0.8 \simeq 10 \text{ deg}^2$, soit 35 fois le champ de vue d'HFI dans sa configuration actuelle. On pourrait même imaginer de couvrir l'ensemble du plan focal HFI+LFI et avoir alors un champ de vue de 50 deg^2 . La sensibilité évolue comme la racine carrée du rapport des champs de vue, mais la précision sur les C_l varie, elle, comme la sensibilité au carré (Eq. 8.1). On gagne donc dans le dernier cas un facteur $50/0.3 = 167$ sur la barre d'erreur due au bruit instrumental! L'application directe de cette valeur montre qu'une mesure du mode B serait possible à la précision de la variance cosmique de $l = 2$ à $l \simeq 200$, pour un temps de mission et un télescope identiques à ceux de PLANCK (cf. Fig. 8.10).

En terme de contrainte sur le potentiel de l'inflation, l'amplitude \mathcal{T} détectable varie comme la sensibilité au carré (Eq. 8.7) et le potentiel V comme $\mathcal{T}^{1/4}$. On gagne ainsi un facteur 3.6 sur l'amplitude limite de détection. En cas de non détection du spectre du mode B par une telle expérience, la contrainte sur V serait alors $V^{1/4} \leq 2.8 \cdot 10^{15} \text{ GeV}$.

Le développement de ces détecteurs en est encore à ses tous premiers pas. Le gain de couverture du plan focal se fait par exemple au détriment du rejet du rayonnement parasite assuré par les cornets, il faut donc développer un bafflage froid supplémentaire pour compenser cela. Une électronique de lecture originale est également à concevoir. Les matrices représentent cependant l'avenir des détecteurs dans le millimétriques et le submillimétrique, et pourraient amener à terme le même pas en avant que les caméras CCD dans le domaine optique.

Conclusion

Après avoir été, avec la théorie de la nucléosynthèse primordiale, la deuxième confirmation majeure du modèle du Big Bang en 1965, le CMB s'impose aujourd'hui comme l'une des observables les mieux adaptées à la mesure des paramètres cosmologiques, en parallèle à l'observation des courbes de lumière de supernovæ de type Ia, l'étude des grandes structures et le cisaillement gravitationnel, présentés aux chapitres 1 et 2. S'il est encore trop tôt pour parler d'un paradigme, le modèle Λ CDM, caractérisé par la domination à l'heure actuelle d'une constante cosmologique concorde néanmoins remarquablement avec les résultats de chacune de ces études.

Toute l'information disponible dans les anisotropies du CMB ne peut cependant pas être extraite à partir de ses seules anisotropies de température. Il est nécessaire de mesurer également les spectres des anisotropies de sa polarisation. Pour démontrer cela, j'ai présenté au chapitre 3 les arguments en faveur de l'existence de cette polarisation, ainsi que le formalisme qui permet de l'étudier et d'en retirer des informations cosmologiques. En particulier, la mesure de la polarisation est nécessaire pour atteindre la précision de 1% sur la détermination des paramètres cosmologiques visée par PLANCK. Elle permet par ailleurs de lever d'importantes dégénérescences entre certains paramètres qui demeurent dans le spectre des anisotropies de température, comme l'épaisseur optique de la réionisation. Enfin, elle ouvre la voie à l'étude du fond d'ondes gravitationnelles primordiales, qui, s'il est détecté, permet de vérifier une prédiction clef des modèles standards d'inflation concernant l'amplitude relative des perturbations tensorielles par rapport aux perturbations scalaires.

La mesure de la polarisation du CMB est toutefois rendue délicate par plusieurs facteurs. Le premier est son faible niveau : de l'ordre de quelques pourcents de l'amplitude des anisotropies de température du CMB. Le second est la présence de sources d'avant-plan aux mêmes fréquences que celles d'étude du CMB (quelques dizaines à environ 350 GHz). L'une de ces sources, la poussière interstellaire, domine le CMB au-delà de 200 GHz. Au cours du chapitre 4, j'ai présenté les arguments qui soutiennent que cette émission devait également être significativement polarisée, et j'ai fourni un ordre de grandeur de son degré de polarisation. Une étude antérieure [115] de son spectre de puissance de polarisation montre que celui-ci doit dominer le spectre des modes tensoriels de polarisation du CMB. Il apparaît donc indispensable de mesurer expérimentalement cet avant-plan, si l'on veut pouvoir le soustraire efficacement lors de la mesure de la polarisation du CMB par PLANCK-HFI. C'est la raison pour laquelle Archeops (chap. 5), parallèlement à la première mesure du spectre des anisotropies de température du CMB depuis les échelles angulaires de COBE ($l = 20$), à la fin du premier pic acoustique ($l = 350$), était équipé de six bolomètres à 353 GHz (donc sensibles à l'émission thermique de la poussière Galactique) assemblés par paires sensibles à la polarisation.

Après la présentation au chapitre 6 de l'étalonnage au sol de ces canaux que j'ai effectuée à chaque campagne de lancement d'Archeops, le chapitre 7 décrit l'analyse des données du vol du 7 février 2002. Je détaille en particulier les méthodes de filtrage des données que j'ai adaptées à cette étude, les simulations et les tests de validation que j'ai mis en oeuvre pour valider la méthode d'étalonnage relatif des détecteurs, ainsi que les algorithmes de projection des paramètres de Stokes que j'ai développés. Chacune de ces méthodes est en tout point transposable à la réduction des données de PLANCK-HFI et je les ai également implémentées dans le cadre du "Niveau 2" de la collaboration. Ces différentes opérations m'ont ainsi permis de démontrer deux résultats importants :

- l'émission diffuse de la Galaxie est significativement polarisée à hauteur de 3 à 5% et

cohérente à grande échelle ;

- quelques nuages denses du plan Galactique présentent une émission polarisée à environ 10%.

L'orientation et le degré de polarisation de l'émission diffuse sont en accord avec les déductions théoriques fondées sur les mesures de polarisation par absorption sélective de la lumière des étoiles par les grains de poussière. Ils concordent également avec l'hypothèse que le champ magnétique suit les bras spiraux, comme c'est observé sur d'autres galaxies spirales comme M51 par exemple. La forte polarisation détectée dans certains nuages denses a la même orientation que l'émission diffuse qui les entoure, ce qui *suggère que le champ magnétique Galactique à grande échelle peut traverser ces nuages moléculaires*. Enfin, le niveau de polarisation significatif détecté dans le plan Galactique suggère la présence d'une forte polarisation à haute latitude également, qui constituera donc *un avant-plan important pour PLANCK-HFI ainsi que les futures missions d'étude de la polarisation du CMB*.

Le prolongement naturel de cette analyse consiste à déterminer le spectre de puissance de l'émission diffuse polarisée de la poussière à haute latitude galactique. Cette étude est en cours.

Afin de déterminer l'essentiel des paramètres cosmologiques à la précision de 1%, PLANCK sera lancé par Ariane V en février 2007 et placé en orbite au point L2 de Lagrange. Il déterminera le spectre de puissance des anisotropies de température du CMB de $l = 2$ jusqu'à $l \simeq 2000$ en étant dominé par la variance cosmique à bas l , et par le bruit de photons à haut l . HFI fournira également des mesures des spectres de polarisation E et TE dominées par la variance cosmique jusqu'à $l \simeq 1500$. La mesure du mode B dépend de l'amplitude de son spectre, encore inconnue *a priori*. Si l'Univers a effectivement subi une phase d'inflation dans l'Univers primordial, alors l'amplitude du mode B est directement proportionnelle à l'énergie à laquelle a eu lieu l'inflation. Comme je le montre au chapitre 8, si celle-ci est plus élevée que $\sim 10^{16}$ GeV, alors HFI devrait détecter le mode B de polarisation à 3σ . Cette affirmation ne reste cependant valable que dans le cas où les systématiques sont parfaitement maîtrisées, le signal de polarisation étant un à deux ordres de grandeur plus faible que l'amplitude des anisotropies de température. Il faudra d'autre part soustraire efficacement les avant-plans qui dominent vraisemblablement la polarisation du CMB et qui sont encore mal connus. A ce titre, ce travail de thèse présente la première analyse de données polarisées enregistrées par une expérience bolométrique de type PLANCK-HFI. J'ai ainsi abouti à la première mesure de l'émission polarisée de la poussière Galactique à grande échelle.

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Compléments sur les paramètres cosmologiques

A.1 Équations de Friedmann

Nous nous plaçons donc dans le cadre d'un univers d'Einstein–De Sitter, homogène et isotrope. Nous lui associons la métrique de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (\text{A.1})$$

L'Univers est décrit par les équations d'Einstein :

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R g_{ij} = G_{ij} = 8\pi G T_{ij} + \Lambda g_{ij} \quad (\text{A.2})$$

où R_{ij} est le tenseur de courbure et T_{ij} le tenseur énergie–impulsion. Afin de rendre compte des symétries de la métrique, le tenseur énergie–impulsion doit être diagonal et pour rendre compte de l'isotropie les composantes spatiales doivent être égales. La réalisation la plus simple de ces conditions, et obtenue en assimilant l'Univers à un fluide parfait :

$$T_{ij} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (\text{A.3})$$

Les composantes du tenseur de Ricci, et le scalaire de Ricci ont pour expression :

$$\begin{aligned} R_{00} &= -3 \frac{\ddot{a}}{a} \\ R_{ij} &= - \left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 2 \frac{k}{a^2} \right] g_{ij} \\ R &= -6 \left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{a^2} \right] \end{aligned}$$

Les équations d'Einstein (A.2) conduisent alors à :

$$\begin{aligned}
R_{00} - \frac{1}{2}Rg_{00} &= 8\pi GT_{00} + \Lambda g_{00} \\
\Leftrightarrow \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} &= \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}
\end{aligned}$$

en posant $H = \dot{a}/a$, la seconde conduit à la première équation de Friedmann (1.2) :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

En tenant compte alors de :

$$\begin{aligned}
R_{11} - \frac{1}{2}Rg_{11} &= 8\pi GT_{11} + \Lambda g_{11} \\
\Leftrightarrow 2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} &= -8\pi Gp + \Lambda
\end{aligned} \tag{A.4}$$

et en retirant (A.4), on obtient la seconde (1.3) :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

A.2 Évolution du facteur d'échelle

Nous suivons ici P. Pal [100] et définissons $y = a/a_0$ et $\tau = H_0(t - t_0)$. On peut alors réécrire (1.2) de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 &= \frac{y^2}{H_0^2} \left[\frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_0}{y^3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{y^2 a_0^2} \right] \\
&= \frac{1}{y} \Omega_m + y^2 \Omega_\Lambda + \Omega_k
\end{aligned}$$

En utilisant (1.9), on obtient alors :

$$\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{y} - 1\right) \Omega_m + (y^2 - 1) \Omega_\Lambda \tag{A.5}$$

c'est-à-dire :

$$d\tau = \frac{dy}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{y} - 1\right) \Omega_m + (y^2 - 1) \Omega_\Lambda}} \tag{A.6}$$

L'intégration de cette équation de l'instant t à t_0 conduit à :

$$H_0(t - t_0) = \int_0^y d\tau \tag{A.7}$$

et permet donc d'exprimer y en fonction de $H_0(t - t_0)$. Le résultat est représenté sur la figure 1.1.

A.3 La distance de luminosité

Nous présentons ici le détail du calcul de la distance de luminosité.

Une étoile de luminosité L produit un flux $\phi = L/4\pi d^2$ à la distance d dans un univers euclidien. On généralise cette relation à un univers quelconque en définissant la **distance de luminosité** par :

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi\phi}} \quad (\text{A.8})$$

Afin de la calculer, il faut intégrer l'intervalle parcouru par les photons entre la source et l'observateur. Un photon se déplace sur une géodésique $ds^2 = 0$, et donc avec le choix de la métrique Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (A.1) :

$$dt = a(t)dr/\sqrt{1 - kr^2} \quad (\text{A.9})$$

La *distance propre* χ qu'il parcourt entre deux points situés à 0 et r_0 est donc :

$$\chi = \int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \frac{1}{a_0} \int_0^{t_0} (1 + z)dt \quad (\text{A.10})$$

On reprend alors (A.6). La relation entre y et le *redshift* z , $1 + z \equiv a_0/a = 1/y$ conduit à :

$$d\tau = \frac{dz}{1 + z} \frac{1}{\sqrt{(1 + z)^2(1 + \Omega_m z) - z(2 + z)\Omega_\Lambda}} \quad (\text{A.11})$$

c'est-à-dire

$$1 + z = \frac{dz}{d\tau} \frac{1}{\sqrt{(1 + z)^2(1 + \Omega_m z) - z(2 + z)\Omega_\Lambda}} \quad (\text{A.12})$$

En tenant compte de $d\tau = H_0 dt$ et en remplaçant (A.12) dans (A.10), on obtient :

$$\int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \frac{1}{H_0 a_0} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1 + z)^2(1 + \Omega_m z) - z(2 + z)\Omega_\Lambda}} \quad (\text{A.13})$$

Le premier terme s'intègre en $\text{sinn}^{-1}(r_0)$, où "sinn" signifie "sinh", "sin" ou "Identité" selon que Ω_k est positif, négatif ou nul. Il en suit que :

$$r_0 = \frac{1}{a_0 H_0} \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sinn} \left[\sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1 + z')^2(1 + \Omega_m z') - z'(2 + z')\Omega_\Lambda}} \right] \quad (\text{A.14})$$

Cette distance r_0 est le rayon de la sphère comobile sur laquelle le rayonnement de la source se répartit uniformément. (Elle est donc vue comme une sphère de rayon $a_0 r_0$). Cependant, les photons émis par la source sont décalés vers le rouge et voient leur énergie diminuée par un facteur $1/(1 + z)$. L'intervalle de temps entre deux photons émis δt_e et détectés δt_0 subit également la dilatation $\delta t_0 = (1 + z)\delta t_e$, si bien que finalement :

$$\phi = \frac{L}{4\pi a_0^2 r_0^2} \frac{1}{(1 + z)^2}. \quad (\text{A.15})$$

La distance de luminosité est alors $d_L = a_0 r_0 (1 + z)$, soit :

$$d_L = \frac{1}{H_0} \frac{1 + z}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sinn} \left[\sqrt{|\Omega_k|} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1 + z')^2(1 + \Omega_m z') - z'(2 + z')\Omega_\Lambda}} \right] \quad (\text{A.16})$$

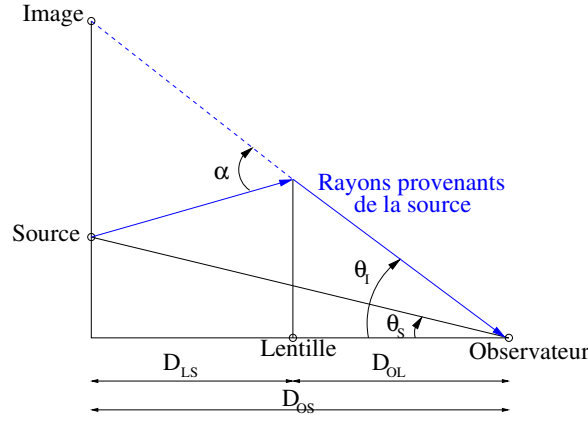


FIG. A.1 – Définition des paramètres géométriques du calcul de l’effet de lentille gravitationnelle. La source émet un rayon lumineux qui est dévié par la lentille. On parle également de plan source et de plan de lentille.

A.4 Les lentilles gravitationnelles

Nous détaillons ici quelques aspects techniques qui caractérisent les observations de cisaillement gravitationnel.

L’approximation des lentilles minces La déviation d’un rayon lumineux par une étoile concerne le cas d’un objet de petite taille, c’est-à-dire dont le potentiel gravitationnel est faiblement étendu devant le parcours total du photon et stationnaire durant leur interaction. C’est ce qu’on entend par **lentille mince**, et tout se passe comme si l’interaction était localisée dans un plan contenant l’étoile et orthogonal à la ligne de visée.

Cette approximation est-elle également applicable au cas d’amas de galaxies, qui sont des structures étendues et avec une dynamique interne? Pour une distribution de masse étendue de potentiel gravitationnel Φ , Weinberg [148] a montré que l’intervalle ds^2 était modifié par un terme de l’ordre de Φ/c^2 . Pour un amas de masse typique $M = 10^{15}M_\odot$ et de rayon $R = 1$ Mpc, le champ gravitationnel vérifie $\Phi/c^2 \simeq 10^{-5}$. On peut donc considérer le champ comme “faible”, ce qui est la première approximation des lentilles minces. D’autre part, le temps d’instabilité gravitationnelle d’un tel amas est de l’ordre de 10^9 ans, alors que son temps de traversée par un photon est de l’ordre de 10^6 ans. Les distances des galaxies sources considérées sont de l’ordre du Gpc, tandis que les amas s’étendent sur l’ordre du Mpc. Le champ est donc stationnaire sur la durée d’interaction avec le photon qui le traverse et l’épaisseur de l’amas est petite devant le trajet global du photon, ce qui permet d’appliquer la seconde approximation des lentilles minces. En outre, la correction de l’intervalle ds^2 étant faible, les angles de déflexions seront petits, d’où le terme *weak lensing*.

L’équation des lentilles Afin de paramétrer les déviations que nous allons étudier, nous supposons que les photons se propagent suivant z , et nous choisissons deux vecteurs orthogonaux ($\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2$) dans le plan tangent à la sphère orthogonal à z . Un angle θ du plan pourra donc être considéré comme un vecteur à deux composantes dans ce plan. Les notations utilisées par la suite pour décrire la déviation par une lentille des rayons lumineux émis par une source vers un observateur sont définies sur la figure A.1.

Soit une distribution de masse caractérisée par une densité ρ . On définit alors, sa *densité surfacique de masse* dans le plan de la lentille comme :

$$\Sigma(\xi) = \int \rho(\xi, z) dz, \quad (\text{A.17})$$

qui permet d'exprimer le *potentiel gravitationnel projeté* g comme

$$g(\xi) = -\frac{2G}{D_{OL}} \int_{[-\pi/2, \pi/2]^2} \frac{\Sigma(\xi')(\xi - \xi')}{|\xi - \xi'|^2} d^2\xi'. \quad (\text{A.18})$$

L'angle de déviation α est alors donné par :

$$\alpha = \frac{2}{c^2} g. \quad (\text{A.19})$$

Dans l'approximation des petits angles, on a de plus

$$D_{OS}\theta_I = D_{OS}\theta_S + D_{LS}\alpha, \quad (\text{A.20})$$

ce qui nous amène enfin à la relation cherchée entre θ_I , θ_S et le potentiel gravitationnel de la lentille :

$$\begin{aligned} \theta_I &= \theta_S + \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \frac{2}{c^2} g \\ &= \theta_S + \nabla_{\xi} \phi(\theta_I), \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

en définissant le *potentiel de la lentille* :

$$\phi(\xi) = -\frac{4G}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \int_{[-\pi/2, \pi/2]^2} \frac{\Sigma(\xi')(\xi - \xi')}{|\xi - \xi'|^2} d^2\xi' \quad (\text{A.22})$$

Amplification et distortion Les équations précédentes sont relatives à une source ponctuelle. Si maintenant on considère une source étendue, on doit considérer à présent des faisceaux lumineux. La forme de ces faisceaux lumineux de brillance de surface $f(\theta)$ est caractérisée dans le plan $(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2)$ par le tenseur de l'intensité :

$$\mathcal{I}_{ij} = \int f(\theta_1, \theta_2) \theta_i \theta_j d^2\theta \quad (\text{A.23})$$

La lentille en déviant les photons du faisceau va alors le déformer, ce qu'on appelle le *cisaillement*. Cette déformation est alors caractérisée par la Jacobienne de la transformation (A.21) dans le repère $(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2)$

$$d\theta_S^i = \mathcal{A}_{ij}^{-1} d\theta_I^j = \left(\mathcal{I}_{ij} - \frac{\partial \phi}{\partial \xi_i}(\theta_I) \right) d\theta_I^j. \quad (\text{A.24})$$

$\mathcal{A} = \partial\theta_S/\partial\theta_I$ est la *matrice d'amplification*. Elle est symétrique et s'exprime en fonction de la *convergence* κ et du *cisaillement* $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$:

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Comme nous l'avons mentionné au paragraphe 2.3, c'est l'étude des ellipticités des images qui permet de contraindre les paramètres cosmologiques. Il faut donc tout d'abord quantifier l'ellipticité d'une image. Celle-ci est donnée par :

$$e = \left(\frac{\mathcal{I}_{11} - \mathcal{I}_{22}}{Tr(\mathcal{I})}, \frac{2\mathcal{I}_{12}}{Tr(\mathcal{I})} \right) \quad (\text{A.26})$$

La moyenne d'ensemble de e donne alors γ [66].

Annexe B

Le Champ Scalaire Inflationnaire

L'objet de cette annexe est de montrer comment les modèles les plus généraux d'inflation associée à un champ scalaire en roulement lent conduisent naturellement à des spectres de perturbations scalaires et tensorielles invariant d'échelle, reliés au potentiel V du champ. Nous suivrons pour cela Peebles [104] et Liddle & Lyth [81]. Nous résumons les propriétés dynamiques du champ V et définissons les paramètres de roulement lent, après une courte revue de quelques propriétés nécessaires de l'analyse de Fourier.

B.1 Analyse de Fourier

Nous suivons ici Peacock [101]. On suppose que le champ se trouve dans une boîte de côté L . La décomposition usuelle de ces fluctuations en un point x de l'espace suivant des modes indexés par leur vecteur d'onde k est alors :

$$F(x) = \sum F_k e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad (\text{B.1})$$

Les conditions aux limites périodiques imposent $k_{x,y,z} = n_{x,y,z}2\pi/L$, avec $n_{x,y,z}$ entiers. Supposons que la boîte devienne à présent arbitrairement large, l'identité précédente se modifie en faisant intervenir la densité d'états dans l'espace des k :

$$F(x) = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \int F_k(k) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3k \quad (\text{B.2})$$

$$F_k(k) = \left(\frac{1}{L}\right)^3 \int F(x) e^{+ikx} d^3x \quad (\text{B.3})$$

On s'intéresse à présent aux fluctuations du champ F , de telle sorte que $F(x) = F_0(x) + \delta(x)$. Les fluctuations δ étant aléatoires, seules leurs caractéristiques statistiques sont accessibles. On définit alors le **spectre de puissance** de ces fluctuations comme étant leur variance :

$$P(k) \equiv \langle |\delta_k|^2 \rangle \quad (\text{B.4})$$

On définit également la **fonction de corrélation** des fluctuations :

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \quad (\text{B.5})$$

En décomposant en série de Fourier δ , nous obtenons :

$$\xi r = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \int |\delta_{\vec{k}}|^2 e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3k \quad (\text{B.6})$$

c'est à dire que la fonction de corrélation des fluctuations du champ est la transformée de Fourier du spectre de puissance.

Dans le cadre d'un univers isotrope, aucune direction n'est privilégiée, et donc : $\langle |\delta_k|^2 \rangle = |\delta_k|^2$ et ξ peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\xi r = \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 \int P(k) \frac{\sin kr}{kr} 4\pi k^2 dk \quad (\text{B.7})$$

On exprime généralement le spectre de puissance sous forme adimensionnelle, comme la variance par $\ln k$:

$$\Delta^2(k) \equiv \frac{V}{2\pi} 4\pi k^3 P(k) \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{2}{\pi} k^3 \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr \quad (\text{B.9})$$

B.2 L'inflation, le *Slow Roll*

Supposons donc que l'Univers soit dominé par un champ scalaire ϕ , de potentiel V . La densité de Lagrangien associée à ce champ est alors :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g^{ij} \partial_i \phi \partial_j \phi - V(\phi) . \quad (\text{B.10})$$

La variation de l'action associée à ce Lagrangien est donnée par :

$$\begin{aligned} \delta S &= \int \delta \mathcal{L} \sqrt{-g} d^4 x \\ &= \int g^{ij} \partial_i \phi \delta \partial_j \phi - V'(\phi) \delta \phi \sqrt{-g} d^4 x \\ &= \int (\partial_j (-\sqrt{-g} g^{ij} \partial_i \phi) - \sqrt{-g} V'(\phi)) \delta \phi d^4 x \end{aligned}$$

La notation “ ’ ” dénote une dérivation par rapport à ϕ . En appliquant le principe de moindre action $\delta S = 0$, nous avons donc :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_j (-\sqrt{-g} g^{ij} \partial_i \phi) + V'(\phi) = 0 \quad (\text{B.11})$$

Le choix de la métrique de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker conduit à $\sqrt{-g} = a^3$. On fait alors l'hypothèse physique supplémentaire que le champ scalaire est suffisamment homogène pour que ses dérivées spatiales soient négligeables devant sa dérivée temporelle. Ceci, appliqué à (B.11) conduit à :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_0 (-\sqrt{-g} g^{00} \partial_0 \phi) + V'(\phi) \\ &= \frac{1}{a^3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial a^3}{\partial t} + a^3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) + V'(\phi) \\ &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 3H \frac{\partial \phi}{\partial t} + V'(\phi) \end{aligned}$$

que nous écrivons plus commodément sous la forme

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (\text{B.12})$$

Cette équation traduit la dynamique du champ scalaire ϕ , dans le cadre le plus général des théories inflationnaires.

Considérons à présent le tenseur énergie-impulsion associé à ϕ . Celui-ci a pour expression (voir par exemple [104], p. 263) :

$$T_{ij} = \partial_i \phi \partial_j \phi - \frac{1}{2} g_{ij} \left[g^{kl} \partial_k \phi \partial_l \phi - 2V(\phi) \right] \quad (\text{B.13})$$

Toujours sous l'hypothèse d'homogénéité à grande échelle de ϕ , ce tenseur énergie-impulsion peut être approché par celui d'un fluide parfait $T_{ij} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p)$. En reprenant Eq. (B.13), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}^2 + (\nabla \phi)^2 + 2V(\phi) \right) \\ -p &= \left(\frac{\partial \phi}{\partial x^1} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}^2 - (\nabla \phi)^2 - 2V(\phi) \right) \end{aligned}$$

En négligeant comme précédemment les dérivées spatiales devant la dérivée temporelle :

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (\text{B.14})$$

$$p = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (\text{B.15})$$

Dans ces conditions, l'équation du taux d'expansion (1.2) devient :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] \quad (\text{B.16})$$

On fait alors l'hypothèse de roulement lent, *ie* l'énergie cinétique du champ est négligeable devant son potentiel $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ et $\ddot{\phi} \simeq 0$. Les équations (B.15) conduisent alors à la condition $p \simeq -\rho$, qui fait diverger l'intégrale (1.11) et résout "le problème de l'horizon" (cf. Sect. 1.4).

Cette hypothèse conduit également à :

$$\begin{aligned} H &\simeq \sqrt{\frac{8\pi G}{3} V(\phi)} \\ \dot{\phi} &= -\frac{V'}{3H} \end{aligned}$$

En dérivant ces équations, nous obtenons alors :

$$\ddot{\phi} = -\frac{1}{8\pi G}\dot{\phi}H \left[\frac{V''}{V} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \right] \quad (\text{B.17})$$

Cette expression permet de définir *les paramètres de roulement lent* ϵ et η :

$$\epsilon = \frac{1}{16\pi G} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \quad (\text{B.18})$$

$$\eta = \frac{1}{8\pi G} \left[\frac{V''}{V} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \right] \quad (\text{B.19})$$

$$(\text{B.20})$$

L'hypothèse de roulement lent est alors consistante si ϵ et η sont tous deux petits devant 1, ce qui revient à dire que la pente V' et la courbure V'' sont faibles devant le potentiel V lui-même.

B.3 Spectre de puissance des perturbations

Nous allons à présent montrer comment l'équation du mouvement de l'inflaton, sous l'hypothèse du roulement lent, conduit naturellement à un spectre de perturbation invariant d'échelle. Pour cela, nous allons étudier la dynamique des fluctuations quantiques de ce champ scalaire.

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \nabla^2\phi + \frac{dV}{d\phi} = 0 \quad (\text{B.21})$$

Rappelons que dans l'Univers en expansion, $\nabla^2 = a^{-2} \sum \partial^2 / \partial x_i^2$.

On suppose que l'Univers est suffisamment homogène spatialement pour que l'on puisse négliger les dérivées spatiales devant la dérivée temporelle. Ainsi, les perturbations à l'homogénéité de ϕ peuvent être décrites par :

$$\phi(x, t) = \phi(t) + \delta\phi(x, t) \quad (\text{B.22})$$

Sous ces conditions, l'équation du mouvement de ϕ devient :

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} + \nabla^2\phi = 0 \quad (\text{B.23})$$

La décomposition en modes de Fourier k des perturbations conduit alors à :

$$\delta\ddot{\phi}_k + 3H\delta\dot{\phi}_k + \left(\frac{k}{a} \right)^2 \delta\phi_k = 0 \quad (\text{B.24})$$

dont on cherche une solution sous forme d'onde plane :

$$\delta\phi_k = \omega_k e^{-iE_k t} + \omega_k^* e^{+iE_k t} \quad (\text{B.25})$$

Afin de résoudre cette équation, un changement de variable se révèle commode :

$$\eta = -e^{-Ht} \quad (\text{B.26})$$

L'équation (B.24) devient alors :

$$\frac{d^2\delta\phi_k}{d\eta^2} - \frac{2}{\eta} \frac{d\delta\phi_k}{d\eta} + \frac{k^2}{a^2} \delta\phi_k = 0 \quad (\text{B.27})$$

C'est donc une équation linéaire scalaire sans second membre. Deux solutions indépendantes suffisent donc à générer une base de l'ensemble des solutions. En gardant à l'esprit que pendant cette phase inflationnaire, le paramètre de Hubble H reste constant, on vérifie sans difficulté que

$$(-k\eta \pm iH) \exp(\mp i\eta k/H) \quad (\text{B.28})$$

sont bien deux solutions indépendantes.

Ainsi, il existe deux constantes $\alpha, \beta = \alpha^*$ telles que :

$$\delta\phi_k = \alpha(-k\eta + iH)e^{-i\eta k/H} + \beta(-k\eta - iH)e^{+i\eta k/H} \quad (\text{B.29})$$

Cette forme fait bien apparaître $\delta\phi_k$ comme la superposition de deux modes k et $-k$, avec les amplitudes ω_k et ω_k^* .

Il nous faut donc à présent déterminer α , avec comme condition aux limites que l'on doit retrouver, au début de la phase d'inflation, la solution en espace plat statique, qui correspond à la solution de l'équation de Klein–Gordon. Avec la convention de normalisation de 1 particule par unité de volume, celle-ci est :

$$\omega_k = \frac{1}{\sqrt{2E_k}} e^{-iE_k t} \quad (\text{B.30})$$

$$= (2k/a)^{-1/2} e^{-ikt/a} \quad (\text{B.31})$$

Il faut à présent tenir compte de l'expansion qui dilate le volume unitaire choisi d'un facteur a^3 , ce qui donne finalement :

$$\omega_k = a^{-3/2} (2k/a)^{-1/2} e^{-ikt/a} \quad (\text{B.32})$$

Ainsi $\alpha = k^{-3/2}/\sqrt{2}$ et donc :

$$\omega_k = \frac{H}{(2k^3)^{1/2}} \left(i + \frac{k}{aH} \right) e^{ik/aH} \quad (\text{B.33})$$

Une fois loin de la sortie de l'horizon, k/aH devient négligeable devant 1, et la variance des fluctuations du champ devient donc :

$$|\delta\phi_k|^2 = |\omega_k|^2 = H^2/2k^3$$

Et le spectre de puissance (cf. Eq. B.8) :

$$\begin{aligned} P_S(k) &= \frac{1}{2\pi^3} 4\pi k^3 |\delta\phi_k|^2 \\ &= \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

où H_\star est évalué à l'époque de sortie de l'horizon quand $k = aH$. On peut exprimer ceci en fonction de la valeur du potentiel de l'inflation V et de sa valeur V_\star au moment où le mode k sort de l'horizon [80] :

$$P_S(k) = \frac{32}{75m_{pl}^6} \left(\frac{V}{V'} \right)_\star^2 V_\star \quad (\text{B.35})$$

où m_{pl} désigne la masse de Planck $m_{pl} = 1.22 \cdot 10^{19}$ GeV. Dans le cas des perturbations tensorielles, le spectre de puissance est donné par :

$$P_T(k) = \frac{64\pi}{m_{pl}^2} \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^2 \quad (\text{B.36})$$

On remarque que, dans les deux cas, *les amplitudes des spectres de perturbations sont proportionnelles au potentiel de l'inflation V_\star lorsque le mode k sort de l'horizon.*

On paramètre alors les spectres par une loi de puissance :

$$\begin{aligned} P_S(k) &= k^{n_S-1} \\ P_T(k) &= k^{n_T} \end{aligned}$$

et on montre [80] les relations de consistance suivantes du modèle :

$$n_S - 1 = -6\epsilon + 2\eta \quad (\text{B.37})$$

$$n_T = -2\epsilon \quad (\text{B.38})$$

$$r \equiv C_2^{T, tens} / C_2^{T, scal} \simeq 4\pi\epsilon = -2\pi n_T \quad (\text{B.39})$$

$$n_T = -\frac{1}{7}r \quad (\text{B.40})$$

Annexe C

Harmoniques sphériques spinnées

Cette annexe n'a pas pour but de présenter les harmoniques sphériques “classiques” et “spinnées” de manière complète. Le lecteur intéressé par davantage de détails mathématiques pourra consulter les références sur lesquelles nous nous appuyons :

- pour les harmoniques sphériques : Cohen–Tannoudji [19] ;
- pour les harmoniques sphériques spinnées, Newman & Penrose [99] et Goldberg [37].

Nous essayons ici seulement de résumer les points essentiels de leur construction.

C.1 Harmoniques sphériques

On définit les polynômes de Legendre par l'expression suivante pour l et m entiers, $0 \leq m \leq l$:

$$P_{lm}(\cos \theta) = \frac{(-1)^l}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m} \theta} (1 - \cos^2 \theta)^l \quad (\text{C.1})$$

On définit¹ alors les harmoniques sphériques par $-l \leq m \leq l$:

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_{l|m|}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (\text{C.2})$$

Ces fonctions forment un système orthonormé :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{l'm'}^*(\theta, \phi) Y_{lm}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (\text{C.3})$$

et complet :

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_{lm}^*(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{\sin \theta} \delta_{\phi-\phi'} \delta_{\theta-\theta'} \quad (\text{C.4})$$

C.2 Les matrices $D_{m'/m}^l$

Dans le cadre des observations de polarisation, on définit la direction d'observation $\hat{n}(\theta, \phi)$ et les angles de polarisation ψ dans une base orthogonale à \hat{n} . Formellement, il faut décrire la rotation d'angle ψ autour de \hat{n} . Afin de relier cela aux harmoniques sphériques, il faut adopter les angles d'Euler.

¹Ces fonctions sont généralement introduites en tant que fonctions propres du moment cinétique en mécanique quantique, mais ont été définies antérieurement par Laplace, au facteur de phase arbitraire $(-1)^l$ près.

Soit un repère $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ de centre O . Soit une rotation R de centre O et d'angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) . Cela signifie que l'on effectue successivement les trois rotations suivantes :

$$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) \xrightarrow{R(\hat{z}, \phi)} (\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}' = z) \xrightarrow{R(\hat{y}', \theta)} (\hat{x}'', \hat{y}'' = \hat{y}', \hat{z}'' = z) \xrightarrow{R(\hat{z}'', \psi)} (\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z} = \hat{z}'')$$

Soit alors \hat{n} une direction d'observation. Dans la base ayant subi la rotation R , cette direction s'exprime par \hat{N} . On définit alors un ensemble de matrices $D_{mm'}^l$ par la relation :

$$Y_{lm}(\hat{N}) = \sum_{m'} Y_{lm'}(\hat{n}) D_{m'm}^l(R^{-1}(\phi, \theta, \psi)) \quad (\text{C.5})$$

Goldberg [37] montre alors l'égalité suivante :

$$D_{m'm}^l(\phi, \theta, \psi) = \left[\frac{(l+m)!(l-m)!}{(l+m')!(l-m')!} \right]^{1/2} \sin^{2l}(\theta/2) e^{im\phi} e^{im'\psi} \times \\ \sum_r (-1)^{l+m'-r} \binom{l+m'}{r} \binom{l-m'}{r-m-m'} (\cotan(\theta/2))^{2r-m-m'} \quad (\text{C.6})$$

On a également la propriété suivante :

$$D_{0m}^l(\phi, \theta, 0) = \sqrt{\frac{4\pi}{(2l+1)}} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (\text{C.7})$$

C.3 Relations entre les moments cinétiques et les matrices $D_{m'm}^l$

L'opérateur moment cinétique est défini par :

$$\mathbf{L} = \vec{x} \times \vec{\nabla} \quad (\text{C.8})$$

Outre la projection sur $L_z = \vec{L} \cdot \vec{z}$, on définit les deux opérateurs $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$, dont les expressions sont :

$$L_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (\text{C.9})$$

$$L_{\pm} = e^{\pm i\phi} \left[\pm \frac{\partial}{\partial \theta} + i \cotan \theta \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \psi} \right] \quad (\text{C.10})$$

On a alors pour toute valeur de s :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^2 D_{-sm}^l &= l(l+1) D_{-sm}^l \\ L_z D_{-sm}^l &= m D_{-sm}^l \\ L_{\pm} D_{-sm}^l &= \sqrt{(l \mp m)(l \pm m + 1)} D_{-sm \pm 1}^l \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

C.4 Harmoniques sphériques spinnées

Nous nous plaçons dans le repère sphérique usuel (r, θ, ϕ) , dont la base associée est notée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Un point de la sphère est donc repéré par un vecteur $\vec{n}(\theta, \phi)$. On définit alors en ce point deux vecteurs unitaires (\vec{e}_1, \vec{e}_2) , tangents à la sphère (donc orthogonaux à \vec{n}).

Une fonction ${}_s f(\theta, \phi, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est dite de "spin s ", si lors d'une rotation directe d'un angle ψ autour de \vec{n} qui transforme (\vec{e}_1, \vec{e}_2) en (\vec{e}_1', \vec{e}_2') elle se transforme suivant :

$${}_s f(\theta, \phi, \vec{e}_1', \vec{e}_2') = e^{-is\psi} {}_s f(\theta, \phi, \vec{e}_1, \vec{e}_2) \quad (\text{C.12})$$

Par exemple, pour un vecteur arbitraire \vec{a} de la sphère, les quantités $\vec{a} \cdot \vec{e}_1 + i\vec{a} \cdot \vec{e}_2$, $\vec{n} \cdot \vec{a}$ et $\vec{a} \cdot \vec{e}_1 - i\vec{a} \cdot \vec{e}_2$ sont de spin 1, 0 et -1 respectivement.

Remarque :

On note plus généralement ${}_s f(\theta, \phi)$, car la valeur de la fonction correspond à la position sur la sphère. Mais il faut bien garder à l'esprit que cette valeur dépend implicitement du choix d'une base (\vec{e}_1, \vec{e}_2) dans le plan tangent à la sphère en ce point. Lorsque le choix de (\vec{e}_1, \vec{e}_2) n'est pas précisé, cela signifie que l'on a pris les vecteurs $(\vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$ qui définissent les méridiens et les parallèles de la sphère.

Harmoniques sphériques spinnées

L'équation (C.6) montre que les $D_{m'm}^l$ sont de spin m' . On peut définir les harmoniques sphériques spinnées par :

$${}_s Y_{lm}(\theta, \phi) \equiv \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} D_{-sm}^l(\phi, \theta, 0) \quad (\text{C.13})$$

C'est pour une rotation d'angle ψ autour du vecteur position \vec{n} que le spin intervient. De même que nous avons défini la projection suivant z du moment cinétique, nous pouvons définir la projection du moment cinétique suivant \vec{n} , ainsi que deux opérateurs K_\pm jouant le même rôle que L_\pm . Leur expression est alors :

$$K_z = i \frac{\partial}{\partial \psi} \quad (\text{C.14})$$

$$K_\pm = -e^{\mp i\psi} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} - i \cotan \theta \frac{\partial}{\partial \psi} \pm \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] \quad (\text{C.15})$$

et leur action sur les D_{-sm}^l :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^2 D_{-sm}^l &= l(l+1) D_{-sm}^l \\ K_z D_{-sm}^l &= s D_{-sm}^l \\ K_\pm D_{-sm}^l &= \sqrt{(l \mp s)(l \pm s + 1)} D_{-s \pm 1m}^l \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Dans le cas particulier de leur action sur D_{-sm}^l , l'expression de K_\pm se simplifie :

$$\begin{aligned} K_\pm &= -e^{\mp i\psi} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} - s \cotan \theta \pm \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] \\ &= -e^{\mp i\psi} (\sin \theta)^s \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \pm \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right] (\sin \theta)^{-s} \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Dans le cas où $\psi = 0$, les opérateurs K_\pm sont notés $\partial, \bar{\partial}$, on les appelle alors "opérateurs création et annihilation de spin", et leur action sur les ${}_s Y_{lm}$ est :

$$\begin{aligned} \partial {}_s Y_{lm} &= \sqrt{(l-s)(l+s+1)} {}_{s+1} Y_{lm} \\ \bar{\partial} {}_s Y_{lm} &= \sqrt{(l+s)(l-s+1)} {}_{s-1} Y_{lm} \end{aligned}$$

L'équation (C.7) permet de relier les ${}_s Y_{lm}$ aux Y_{lm} :

$${}_s Y_{lm} = \begin{cases} \sqrt{\frac{(l-s)!}{(l+s)!}} \partial^s Y_{lm} & (0 \leq s \leq l) \\ (-1)^s \sqrt{\frac{(l+s)!}{(l-s)!}} \partial^s Y_{lm} & (-l \leq s \leq 0) \end{cases} \quad (\text{C.18})$$

Les matrices $D_{m'm}^l$ forment un système orthonormé complet, il en est de même pour les ${}_s Y_{lm}$:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi {}_s \bar{Y}_{lm}(\theta, \phi) {}_s Y_{l'm'}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi &= \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l {}_s \bar{Y}_{lm}(\theta, \phi) {}_s Y_{lm}(\theta', \phi') \sin \theta d\theta d\phi &= \delta_{\phi-\phi'} \delta_{\cos \theta - \cos \theta'} \end{aligned}$$

Toute fonction de spin s sur la sphère peut donc être décomposée suivant la base des ${}_s Y_{lm}$. Pour conclure nous donnons la formule analytique de ces fonctions :

$${}_s Y_{lm}(\theta, \phi) = e^{im\phi} \left[\frac{(l+m)!(l-m)!}{(l+s)!(l-s)!} \right]^{1/2} \sin^{2l}(\theta/2) \times \quad (\text{C.19})$$

$$\sum_r (-1)^{l-s-r+m} \binom{l+s}{r} \binom{l+s}{r-m+s} (\cotan(\theta/2))^{2r-m+s} \quad (\text{C.20})$$

et quelques propriétés supplémentaires :

$${}_s Y_{lm}^* = (-1)^s {}_s Y_{l-m} \quad (\text{C.21})$$

$$\partial_s Y_{lm} = [(l-s)(l+s+1)]^{1/2} {}_{s+1} Y_{lm}$$

$$\bar{\partial}_s Y_{lm} = -[(l+s)(l-s+1)]^{1/2} {}_{s-1} Y_{lm}$$

$$\bar{\partial} \partial_s Y_{lm} = -(l-s)(l+s+1) {}_s Y_{lm} \quad (\text{C.22})$$

Annexe D

Spectres de puissance du CMB

Nous reprenons ici le calcul des estimateurs des spectres de puissance de température et de polarisation du CMB. Nous nous appuyons ici sur les articles [71] et [68] en adaptant les conventions de normalisation des Y_{lm} et les définitions de E et B utilisées dans le reste de cet exposé.

D.1 Spectres théoriques

Afin d'étudier les anisotropies d'une fonction scalaire X définie sur la sphère, on projète ses fluctuations sur la base des harmoniques sphériques :

$$\delta X(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^X Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (\text{D.1})$$

Si les fluctuations sont gaussiennes de moyenne nulle, toute l'information statistique est donnée par le *spectre de puissance* C_l^X défini par

$$\langle a_{lm}^{X*} a_{l'm'} \rangle \equiv C_l^X \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (\text{D.2})$$

Comme nous l'avons présenté au paragraphe 3.4, le CMB est représenté par trois observables T , E , B , qui ont ces propriétés, et qu'on caractérise donc par six spectres de puissance :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^{T*} a_{l'm'} \rangle &\equiv C_l^T \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{E*} a_{l'm'} \rangle &\equiv C_l^E \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{B*} a_{l'm'} \rangle &\equiv C_l^B \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{T*} a_{l'm'}^E \rangle &\equiv C_l^{TE} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{T*} a_{l'm'}^B \rangle &\equiv C_l^{TB} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \\ \langle a_{lm}^{E*} a_{l'm'}^B \rangle &\equiv C_l^{EB} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Les perturbations de l'Univers primordial qui engendrent les anisotropies du CMB sont elles-mêmes des réalisations aléatoires : une théorie ne peut prédire qu'à tel endroit précis de l'Univers se trouvera un contraste donné de densité ; elle peut en revanche prédire la distribution statistique de ce contraste. Il faut donc voir les définitions de “ $\langle \cdot \rangle$ ” ci-dessus comme des moyennes prises sur l'ensemble des réalisations de ces perturbations, en d'autres termes sur un ensemble (infini) d'Univers. Etant entendu qu'on ne peut étudier qu'un seul ciel, nous ne pouvons donc construire que des *estimateurs* des C_l^X , en remplaçant la moyenne sur les réalisations par une moyenne sur les directions d'observations (hypothèse d'ergodicité).

D.2 Estimateurs des spectres de puissance

Afin de ne pas alourdir les notations, nous préférons expliciter le calcul des estimateurs et être un peu moins synthétique que les articles de référence. Nous supposons que la couverture du ciel est complète, homogène, que le bruit est décorrélé du signal, et que les bruits de la polarisation et de la température sont également décorrélés.

D.2.1 Spectres C_l^T , C_l^E , C_l^B

Supposons que l'on dispose de la carte de taille N pour chacune des observables T , E et B . Chaque pixel contient le signal convolué par le lobe de l'instrument et du bruit ν . L'effet d'un lobe gaussien σ_b sur les a_{lm}^X se traduit dans l'espace des harmoniques sphériques par :

$$a_{lm}^X \rightarrow a_{lm}^X e^{-l^2 \sigma_b^2 / 2} \quad (\text{D.4})$$

Considérons les fluctuations de température. A partir d'une carte, on peut donc déterminer :

$$a_{lm}^{map} \equiv \int \delta T Y_{lm}^* d\Omega = \sum_{i=1}^N \delta T_i Y_{lm}(\theta_i, \phi_i) \frac{4\pi}{N} \quad (\text{D.5})$$

Chaque réalisation d'univers conduit à une carte différente, on définit donc la variance des a_{lm}^{map} comme :

$$C_l^{Tmap} \equiv \langle a_{lm}^{map*} a_{l'm'}^{map} \rangle \quad (\text{D.6})$$

Suivant l'hypothèse d'ergodicité, on définit l'estimateur de cette quantité par :

$$\widehat{C}_l^{Tmap} \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}^{map}|^2. \quad (\text{D.7})$$

Calculons explicitement C_l^{Tmap} :

$$\begin{aligned} C_l^{Tmap} &= \langle a_{lm}^{map*} a_{l'm'}^{map} \rangle \\ &= \langle a_{lm}^T a_{l'm'}^T \rangle e^{-l^2 \sigma_b^2} + \langle a_{lm}^\nu a_{l'm'}^\nu \rangle \\ &= C_l^T e^{-l^2 \sigma_b^2} + \langle a_{lm}^\nu a_{l'm'}^\nu \rangle \end{aligned}$$

Le terme de bruit se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^\nu a_{l'm'}^\nu \rangle &= \left\langle \sum_{i=1}^N \nu_i^* Y_{lm}^*(\theta_i, \phi_i) \frac{4\pi}{N} \sum_{j=1}^N \nu_j Y_{l'm'}(\theta_j, \phi_j) \frac{4\pi}{N} \right\rangle \\ &= \frac{4\pi}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \langle \nu_i^* \nu_j \rangle Y_{lm}^*(\theta_i, \phi_i) Y_{l'm'}(\theta_j, \phi_j) \frac{4\pi}{N} \\ &= \frac{4\pi}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{pix}^2 Y_{lm}^*(\theta_i, \phi_i) Y_{l'm'}(\theta_i, \phi_i) \frac{4\pi}{N} \\ &= \frac{4\pi}{N} \sigma_{pix}^2 \delta_{ll'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Donc :

$$C_l^{T\ map} = C_l^T e^{-l^2 \sigma_b^2} + \frac{4\pi \sigma_{pix}^2}{N} \quad (D.9)$$

En posant $w_T^{-1} = 4\pi \sigma_{pix}^2 / N$, on peut donc choisir l'estimateur :

$$\widehat{C}_l^T \equiv \left(\widehat{C}_l^{T\ map} - w_T^{-1} \right) e^{l^2 \sigma_b^2} \quad (D.10)$$

Cette expression se comprend bien intuitivement : tout d'abord, on calcule le spectre de puissance de la carte, ensuite on soustrait le bruit, et enfin on tient compte de l'effet du lobe.

En remarquant que, puisque les a_{lm} sont gaussiens,

$$V \equiv \sum_{m=-l}^l |a_{lm}^{map}|^2 / C_l^{T\ map} \quad (D.11)$$

suit une distribution de χ^2 à $n = 2l+1$ degrés de liberté, on a donc $\langle V \rangle = n$ et $\langle V^2 \rangle = 2n + n^2$.
Donc :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{C}_l^T \rangle &= \int \widehat{C}_l^T(V) P(V) dV \\ &= \int \left[\frac{V}{n} \left(C_l^T + w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right) - w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right] P(V) dV \\ &= \left(C_l^T + w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right) \frac{1}{n} \int V P(V) dV - w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \int P(V) dV \\ &= C_l^T \end{aligned} \quad (D.12)$$

L'estimateur est donc non biaisé. Sa covariance est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{C}_l^{T^2} \rangle - \langle \widehat{C}_l^T \rangle^2 &= \int \left\{ \widehat{C}_l^{T^2}(V) - C_l^{T^2} \right\} P(V) dV \\ &= \int \left\{ \left(\frac{V}{n} \left[C_l^T + w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right] - w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right)^2 - C_l^{T^2} \right\} P(V) dV \\ &= \int \left\{ C_l^{T^2} \left(\frac{V^2}{n} - 1 \right) + w^{-2} e^{2l^2 \sigma_b^2} \left(\frac{V^2}{n^2} + 1 - \frac{2V}{n} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2C_l^T w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \left(\frac{V^2}{n^2} - \frac{V}{n} \right) \right\} P(V) dV \\ &= \frac{2}{n} \left(C_l^T + w^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (D.13)$$

Le choix des estimateurs et le calcul de la covariance sont analogues pour les spectres C_l^E et C_l^B .

D.2.2 Spectres de puissance croisés TE , TB , EB

Spectre TE

Nous nous intéressons donc au spectre de puissance de TE . Nous définissons l'estimateur suivant :

$$\widehat{C}_l^{TE\ map} \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^{T\ map*} a_{lm}^{E\ map} \quad (D.14)$$

En reprenant le même calcul qu'en (D.9), et en tenant compte du fait que les bruits de température et de polarisation sont supposés décorrélés :

$$C_l^{TE\,map} = \langle a_{lm}^{T\,map*} a_{lm}^{E\,map} \rangle = C_l^{TE} e^{-l^2 \sigma_b^2} \quad (\text{D.15})$$

On choisit donc :

$$\widehat{C}_l^{TE} \equiv \widehat{C}_l^{TE\,map} e^{l^2 \sigma_b^2} \quad (\text{D.16})$$

Cet estimateur est non biaisé. Déterminons alors sa variance. Rappelons que T et E étant réels, pour chacun d'eux $a_{lm}^* = (-1)^m a_{l-m}$. En outre, pour deux ensembles $\{x_i\}$, $\{x_j\}$ de variables gaussiennes, $\langle x_i^2 x_j^2 \rangle = \sigma_{ii}^2 \sigma_{jj}^2 + 2\sigma_{ij}^2$. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{C}_l^{TE\,map} \rangle^2 &= \frac{1}{(2l+1)^2} \sum_{mm'} \langle a_{lm}^{T\,map*} a_{lm}^{E\,map} a_{lm'}^{T\,map*} a_{lm'}^{E\,map} \rangle \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \sum_{mm'} \langle a_{lm}^{T\,map*} a_{lm}^{E\,map} a_{lm'}^{T\,map} a_{lm'}^{E\,map*} (-1)^{2m'} \rangle \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \sum_{mm'} \left[\langle a_{lm}^{T\,map*} a_{lm}^{E\,map} a_{lm'}^{T\,map} a_{lm'}^{E\,map*} \rangle \delta_{mm'} \right. \\ &\quad \left. + \langle a_{lm}^{T\,map*} a_{lm}^{E\,map} a_{lm'}^{T\,map} a_{lm'}^{E\,map*} \rangle (1 - \delta_{mm'}) \right] \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \left[\sum_m \langle |a_{lm}^{T\,map}|^2 |a_{lm}^{E\,map}|^2 \rangle + \sum_{mm'} C_l^{TE\,map^2} (1 - \delta_{mm'}) \right] \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \left[(2l+1) \left(C_l^{T\,map} C_l^{E\,map} + 2C_l^{TE\,map^2} \right) + (2l+1)^2 C_l^{TE\,map^2} - (2l+1) C_l^{TE\,map^2} \right] \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \left[(2l+1) \left(C_l^{T\,map} C_l^{E\,map} + C_l^{TE\,map^2} \right) + (2l+1)^2 C_l^{TE\,map^2} \right] \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{C}_l^{TE\,map} \rangle^2 - C_l^{TE\,map^2} &= \frac{1}{(2l+1)} \left[C_l^{TE\,map^2} + C_l^{T\,map} C_l^{E\,map} \right] \\ &= \frac{1}{(2l+1)} \left[C_l^{TE^2} e^{-2l^2 \sigma_b^2} + \left(C_l^T e^{-l^2 \sigma_b^2} + w_T^{-1} \right) \left(C_l^E e^{-l^2 \sigma_b^2} + w_E^{-1} \right) \right] \end{aligned}$$

et finalement :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{C}_l^{TE} \rangle^2 - \langle \widehat{C}_l^{TE} \rangle^2 &= \left(e^{l^2 \sigma_b^2} \right)^2 \left[\langle \widehat{C}_l^{TE\,map} \rangle^2 - C_l^{TE\,map^2} \right] \\ &= \frac{1}{2l+1} \left[C_l^{TE^2} + \left(C_l^T + w_T^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right) \left(C_l^E + w_E^{-1} e^{l^2 \sigma_b^2} \right) \right] \quad (\text{D.17}) \end{aligned}$$

Spectres TB , EB

Nous allons montrer que dans le cas général, ces deux spectres sont nuls. Le calcul étant identique dans les deux cas, nous notons X la variable T ou E .

Par définition :

$$C_L^{XB} \equiv \langle a_{lm}^X a_{lm}^B \rangle \quad (\text{D.18})$$

La température étant réelle, $a_{lm}^{T*} = a_{lm}^T$ et d'après C.21 : $a_{2,lm}^* = a_{-2,l-m}$. Donc :

$$a_{lm}^{B*} = \left[\frac{i}{2} (a_{2,lm} - a_{-2,l-m}) \right]^* = a_{l-m}^B \quad (\text{D.19})$$

Ainsi :

$$\langle a_{lm}^{X*} a_{lm}^B \rangle = \langle a_{l-m}^X a_{l-m}^{B*} \rangle = \langle a_{lm}^X a_{lm}^{B*} \rangle \quad (\text{D.20})$$

et donc :

$$C_L^{XB} = \frac{1}{2} [\langle a_{lm}^{X*} a_{lm}^B \rangle + \langle a_{lm}^X a_{lm}^{B*} \rangle] \quad (\text{D.21})$$

Calculons à présent chacun de ces termes séparément :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^{X*} a_{lm}^B \rangle &= \frac{1}{2l+1} \left[\sum_{m=0}^l a_{lm}^{X*} (a_{2,lm} - a_{-2,l-m}) + \sum_{m=1}^l a_{l-m}^{X*} (a_{2,l-m} - a_{-2,l-m}) \right] \\ &= \frac{1}{2l+1} \left[\sum_{m=0}^l a_{lm}^{X*} (a_{2,lm} - a_{-2,l-m}) - \sum_{m=1}^l a_{lm}^X (a_{2,lm}^* - a_{-2,l-m}^*) \right] \\ &= A + B \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^X a_{lm}^{B*} \rangle &= \frac{1}{2l+1} \left[\sum_{m=0}^l a_{lm}^X (a_{2,lm}^* - a_{-2,l-m}^*) + \sum_{m=1}^l a_{l-m}^X (a_{2,l-m}^* - a_{-2,l-m}^*) \right] \\ &= \frac{1}{2l+1} \left[\sum_{m=0}^l a_{l-m}^X (a_{-2,l-m} - a_{2,l-m}) - \sum_{m=1}^l a_{lm}^{X*} (a_{-2,lm} - a_{2,lm}) \right] \\ &= C + D \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

On a alors :

$$\begin{aligned} A + D &= a_{l0}^{X*} (a_{2,l0} - a_{-2,l0}) \\ B + C &= a_{l0}^X (a_{-2,l0} - a_{2,l0}) \end{aligned}$$

et comme $a_{l0}^{X*} = a_{l0}^X$ puisque X est réel, $C_L^{XB} = 0$.

D.2.3 Couverture incomplète du ciel

Dans le cas général, une expérience va soit observer une partie limitée du ciel, soit observer tout le ciel mais n'en retenir qu'une partie pour la détermination des spectres (par exemple en coupant la Galaxie). La couverture incomplète du ciel va introduire des corrélations entre les modes, puisque la coupure dans l'espace réel (sur la carte) se traduit par une convolution dans l'espace des harmoniques sphériques. Une coupure de ciel dont θ est la plus petite dimension a donc deux effets : elle rend impossible la détermination des modes $l \leq 180/\theta$ et ne permet pas d'avoir les mesures indépendantes de modes espacés de moins de $\delta l \leq \theta/180$. De plus, elle augmente la variance des estimateurs d'un facteur $1/\sqrt{f_{sky}}$.

Le calcul exact de l'effet de coupure du ciel sur la précision de la détermination des C_l dépend de la forme précise de la partie couverte. On en trouve toutefois une expression approchée [68, 154] :

$$\sigma_{C_l} = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}}} \left[C_l + w^{-1} e^{-l^2 \sigma_b^2} \right] \quad (\text{D.24})$$

Plusieurs remarques s'imposent. Tout d'abord, le terme w^{-1} est déterminé par l'équation (D.8), qui n'est vraie que si on la calcule sur tout le ciel, sans quoi nous ne disposons plus des relations de fermeture des harmoniques sphériques. Il faut donc comprendre que le terme de bruit w^{-1} , même dans le cas d'une couverture incomplète de ciel, est calculé comme s'il s'appliquait à une couverture complète. On peut expliciter ceci de la façon suivante.

Soit une expérience de sensibilité en intensité¹ $s_T [\mu\text{K}\cdot\text{sec}^{1/2}]$, qui observe une fraction de ciel f_{sky} pendant un temps t_{obs} . Pour une carte complète de N pixels, la portion observée effectivement par l'expérience est $N_{pix} = f_{sky}N$. La sensibilité par pixel est :

$$\sigma_{pix}^2 = \frac{s^2}{t_{pix}} = \frac{s_T^2 N_{pix}}{t_{obs}} \quad (\text{D.25})$$

Le terme de bruit est alors :

$$\begin{aligned} w^{-1} &\equiv \frac{4\pi\sigma_{pix}^2}{N} \\ &= \frac{4\pi s_T^2 N_{pix}}{t_{obs}N} \\ &= f_{sky} \frac{4\pi s_T^2}{t_{obs}} \end{aligned}$$

D'où l'on tire finalement les expressions suivantes pour les estimateurs du paragraphe précédent ($X = T, E, B$) :

$$\begin{aligned} \sigma(\widehat{C}_l^X) &= \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}}} \left[C_l^X + w_X^{-1} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \\ &= \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}}} \left[C_l^X + f_{sky} \frac{4\pi s_X^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

Cependant, cette expression n'est pas correcte. En effet, elle ne distingue par la fraction de ciel *observé*, qui avec le temps d'observation détermine la sensibilité par pixel w^{-1} , de la fraction de ciel *utilisé* pour le calcul des C_l . telle quelle, elle conduit au résultat que le terme de bruit instrumental diminue en $f_{sky}^{1/2}$ toutes choses égales par ailleurs, ce qui signifie qu'on aurait intérêt à n'analyser qu'une partie de la carte observée, la plus petite possible... Afin de distinguer la couverture de ciel f_{sky} qui conditionne la redondance et donc le bruit par pixel, de la fraction de ciel f_{cut} utilisée pour le calcul des C_l , nous proposons les formulations suivantes :

$$\sigma(\widehat{C}_l^X) = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{cut}}} \left[C_l^X + f_{sky} \frac{4\pi s_X^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \quad (\text{D.27})$$

et

$$\begin{aligned} \sigma(\widehat{C}_l^{TE}) &= \sqrt{\frac{1}{(2l+1)f_{cut}}} \left[C_l^{TE2} + \left(C_l^T + w_T^{-1} e^{l^2\sigma_b^2} \right) \left(C_l^E + w_E^{-1} e^{l^2\sigma_b^2} \right) \right]^{1/2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{(2l+1)f_{cut}}} \left[C_l^{TE2} + \left(C_l^T + f_{sky} \frac{4\pi s_T^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right) \left(C_l^E + f_{sky} \frac{4\pi s_E^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{D.28})$$

Le fait que cette distinction n'ait pas été proposée auparavant tient probablement au fait qu'à chaque fois que ces formules ont été utilisées pour estimer des ordres de grandeur, les auteurs supposaient que toute la fraction de ciel couverte était utilisée, soit $f_{cut} = f_{sky}$.

¹La sensibilité à la polarisation est $s_{E,B} = \sqrt{2}s_T$.

D.2.4 Moyennage des C_l par bandes de largeur Δl

En pratique, on ne présente pas les spectres de C_l pour chaque l , mais plutôt C_b , le “ C_l moyen” pris sur L modes. Comment estime-t-on l’incertitude sur ce C_b ?

Si les modes sont indépendants, on fait simplement la moyenne, et les écarts types (D.27) et (D.28) sont multipliés par $1/\sqrt{L}$. Cependant, dès lors que l’on ne couvre pas tout le ciel, les modes sont nécessairement corrélés sur $\Delta l = 1/\sqrt{f_{sky}}$, et faire la moyenne comme précédemment n’est plus correct. Ceci est d’ailleurs noté par Tegmark [135], qui propose quand même la relation approchée suivante, mais en se restreignant **pour** $L \gg \Delta l$:

$$\sigma(\widehat{C}_l^X) = \sqrt{\frac{2}{(2l+1)f_{sky}L}} \left[C_l^X + f_{sky} \frac{4\pi s_X^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \quad (\text{D.29})$$

Dans le même ordre d’idées, nous proposons la formule suivante, qui nous paraît plus proche de la réalité, applicable pour toute largeur de bande L :

$$\sigma(\widehat{C}_l^X) = \sqrt{\frac{2\Delta l}{(2l+1)f_{cut}L}} \left[C_l^X + f_{sky} \frac{4\pi s_X^2}{t_{obs}} e^{l^2\sigma_b^2} \right] \quad (\text{D.30})$$

où $\Delta l = 1./\sqrt{f_{cut}}$. Le résultat est proche de celui de Tegmark dès que l’on est sous son hypothèse $L \gg \Delta l$, mais la pondération supplémentaire par Δl corrige le fait que les modes ne sont pas indépendants. Nous introduisons également la distinction entre la fraction de ciel observée f_{sky} et la fraction de ciel f_{cut} utilisée pour le calcul.

A notre connaissance, aucune relation exacte analytique simple n’a été publiée à ce jour. Pour un calcul exact semi-analytique, le cas est traité par les auteurs de MASTER [52].

Annexe E

Paramètres de Stokes de la Diffusion Thomson

Nous allons détailler ici le calcul qui mène au résultat (3.28). Nous laissons de côté les constantes de normalisations des Y_{lm} pour ne pas alourdir les notations. Le but est de montrer que seuls les quadrupoles contribuent à Q et U . Nous faisons également figurer le calcul de I .

E.1 Calcul de I

$$I = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} Y_{lm}(\theta, \phi) (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{E.1})$$

Il est clair que l'intégration sur ϕ donne 0 si $m \neq 0$. Considérons alors l'intégration sur θ :

$$I = \int_0^\pi \frac{d^l}{d \cos^l \theta} (1 - \cos^2 \theta)^l (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \quad (\text{E.2})$$

On peut alors faire le changement de variable $x = \cos \theta$:

$$I = \int_{-1}^1 \frac{d^l}{dx^l} (1 - x^2)^l (1 + x^2) dx \quad (\text{E.3})$$

Dans le cas où l est impair, le polynome $\frac{d^l}{dx^l} (1 - x^2)^l$ est impair, et son intégrale sur $[-1, 1]$ est alors nulle.

Les termes d'ordre multipolaire impair ne contribuent pas à l'intensité vue par l'observateur.

Considérons à présent le cas où $l \geq 4$. Deux intégrations par partie successives conduisent ainsi à :

$$I = \left[\frac{d^{l-1}}{dx^{l-1}} (1 - x^2)^l (1 + x^2) \right]_{-1}^1 - \left[\frac{d^{l-2}}{dx^{l-2}} (1 - x^2)^l \times 2 \right]_{-1}^1 + 2 \left[\frac{d^{l-3}}{dx^{l-3}} (1 - x^2)^l \right]_{-1}^1 \quad (\text{E.4})$$

En appliquant alors le fait que pour deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$, et pour un entier l :

$$\frac{d^l}{dx^l} (fg) = \sum_{k=0}^l C_l^k f^{(k)} g^{(n-k)} \quad (\text{E.5})$$

On constate que chaque crochet s'annule car il reste au moins un terme $(1 - x^2)$ en facteur.

Les termes d'ordre multipolaire supérieur où égal à 4 ne contribuent pas à l'intensité vue par l'observateur.

Il ne reste donc plus qu'à calculer les contributions de Y_{00} et Y_{20} .

Nous avons donc :

$$\begin{aligned} Y_{00}(\theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\ Y_{20}(\theta, \phi) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{00}(1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\pi}{\sqrt{4\pi}} \int_{-1}^1 (1 + x^2) dx = \frac{8}{3} \sqrt{\pi} \quad (\text{E.6})$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{20}(1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = 2\pi \int_{-1}^1 (1 + x^2)(3x^2 - 1) dx = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \quad (\text{E.7})$$

Finalement :

$$\begin{aligned} I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \phi)(1 + \cos^2 \theta) d\Omega \\ &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int [a_{00}Y_{00} + a_{20}Y_{20}] (1 + \cos^2 \theta) d\Omega \\ &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \left[\frac{8}{3} \sqrt{\pi} a_{00} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} a_{20} \right] \end{aligned}$$

E.2 Calcul de Q et U

Il nous faut cette fois-ci calculer :

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} Y_{lm}(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos 2\phi \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{E.8})$$

et

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} Y_{lm}(\theta, \phi) \sin^2 \theta \sin 2\phi \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{E.9})$$

Nous ne détaillerons que le calcul de Q , le calcul de U étant très similaire. Le terme portant sur ϕ est alors :

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{im\phi} \cos 2\phi d\phi &= \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} [\cos(m+2)\phi + \cos(m-2)\phi] \right. \\ &\quad \left. + i \frac{1}{2} [\sin(m+2)\phi + \sin(m-2)\phi] \right) d\phi \end{aligned}$$

La partie imaginaire de cette intégrale est donc nulle pour tout m , la partie réelle est non nulle pour $m = \pm 2$ et vaut π . **Seules les Y_{l2} (Y_{l-2}) contribuent à Q (U).** L'argument sur la parité du polynôme tient encore pour l'intégrale sur θ et assure que **pour tout l impair, l'intégrale sur θ s'annule.** Ces deux résultats font qu'on peut se restreindre par la suite aux $l \geq 2$ et pairs. Supposons alors que $l \geq 4$:

$$\int_0^\pi \sin^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) \frac{d^{l+2}}{d \cos^{l+2} \theta} (1 - \cos^2 \theta)^l \sin \theta d\theta = \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 \frac{d^{l+2}}{dx^{l+2}} (1 - x^2)^l dx \quad (\text{E.10})$$

Nous pouvons alors effectuer 5 intégrations par parties successives, et transformer l'équation précédente en :

$$\int_{-1}^1 \frac{d^{l-3}}{dx^{l-3}} (1 - x^2)^l dx \quad (\text{E.11})$$

Ainsi, dès lors que $l \geq 4$, cette intégrale s'annule comme pour le calcul de I .

La seule composante multipolaire du rayonnement incident qui génère de la polarisation (Q ou U non nuls), est celle qui se projette sur $Y_{2\pm 2}$.

Nous avons :

$$Y_{22}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{i2\phi}$$

donc :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{22}(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos 2\phi \sin \theta d\theta d\phi = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \pi \int_0^\pi \sin^5 \theta d\theta \quad (\text{E.12})$$

Finalement :

$$Q = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \operatorname{Re} \left[\int I'(\theta, \phi) \cos(2\phi) d\Omega \right] = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \operatorname{Re}[a_{22}] \quad (\text{E.13})$$

$$U = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \operatorname{Re} \left[\int I'(\theta, \phi) \sin(2\phi) d\Omega \right] = -\frac{3\sigma_T}{8\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \operatorname{Im}[a_{22}] \quad (\text{E.14})$$

Annexe F

Intercalibration sur les profils galactiques

Nous présentons ici les points clefs du formalisme de la méthode d'intercalibration sur les profils galactiques. Tous les détails sur son implémentation, sa validation et ses performances sont explicités dans [117, 118].

Description de la méthode

Soient $s_1(b), \dots, s_N(b)$ les profils galactiques des N bolomètres que l'on désire intercaler, b étant l'indice du canal du profil. Soit $\bar{s}(b)$ le profil moyen et $n_j(b)$ le bruit associé à chaque profil que l'on suppose blanc et gaussien de variance $\sigma_j(b)$, on a alors

$$s_j(b) = \alpha_j \bar{s}(b) + n_j(b), \quad (\text{F.1})$$

et :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{b=1}^B \frac{(\alpha_j \bar{s}(b) - s_j(b))^2}{\sigma_j(b)^2} \quad (\text{F.2})$$

La minimisation de χ^2 par rapport aux α_j et au profil moyen \bar{s} conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{s}(b) &= \frac{\sum_{j=1}^N \frac{\alpha_j s_j(b)}{\sigma_j(b)^2}}{\sum_{j=1}^N \frac{\alpha_j^2}{\sigma_j(b)^2}} \\ \alpha_k &= \frac{\sum_{b=1}^B \frac{\bar{s}(b) s_k(b)}{\sigma_k(b)^2}}{\sum_{b=1}^B \frac{\bar{s}(b)^2}{\sigma_k(b)^2}} \end{aligned}$$

Ce système est alors résolu par itération en partant d'un jeu initial d' α_j qui donne un premier profil moyen. Celui-ci permet d'estimer un nouveau jeu de α_j et ainsi de suite. La convergence est rapide (moins de 10 itérations). Les résultats de cet algorithme ont été comparés à ceux obtenus à partir des routines standard de la CERNLIB et sont en remarquable accord.

Enfin, il faut noter que le χ^2 (F.2) est invariant sous la transformation :

$$\begin{aligned} s_j(b) &\rightarrow \beta \times \bar{s}(b) \\ \alpha_j &\rightarrow \alpha_j / \beta, \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

ce qui suppose que l'on fixe un des bolomètres comme référence en forçant son coefficient α à 1. Les résultats de l'algorithme sont indépendants du choix de cette référence.

Annexe G

Relations usuelles sur les paramètres de Stokes

Nous détaillons ici les calculs que nous avons passé sous silence au paragraphe 7.3.1 pour ne pas alourdir le texte.

G.1 Cas idéal

Considérons un pixel p . Supposons que le bruit des n_b détecteurs soit blanc et identique de déviation standard σ . Supposons que les orientations des bolomètres soient dans une configuration idéale et couvrent 180° . Supposons également que chaque détecteur voit le pixel un même nombre de fois n/n_b . Rappelons que ces deux dernières hypothèses assurent que les termes en sommes de cosinus et sinus s'annulent. Dans ce cas, les équations (7.15) et (7.16) deviennent :

$$\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathcal{A}_p = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{G.1})$$

$$\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathbf{M}_p = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} \sum m_i \\ \sum \cos 2\alpha_i m_i \\ \sum \sin 2\alpha_i m_i \end{pmatrix} \quad (\text{G.2})$$

d'où on tire l'estimation $\hat{\mathbf{S}}$ de la polarisation :

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} 1/n \sum m_i \\ 2/n \sum \cos 2\alpha_i m_i \\ 2/n \sum \sin 2\alpha_i m_i \end{pmatrix} \quad (\text{G.3})$$

et donc :

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \frac{1}{n} \sum_i (I + Q \cos 2\alpha_i + U \sin 2\alpha_i + n_i) \\ &= \frac{1}{n} \left(\sum_i I + Q \sum_i \cos 2\alpha_i + U \sum_i \sin 2\alpha_i + \sum_i n_i \right) \\ &= \frac{1}{n} \times nI + Q \times 0 + U \times 0 + \frac{1}{n} \sum_i n_i \\ &= I + \frac{1}{n} \sum_i n_i \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\hat{Q} &= \frac{2}{n} \sum_i \cos 2\alpha_i (I + Q \cos 2\alpha_i + U \sin 2\alpha_i + n_i) \\
&= \frac{2}{n} \left(\sum_i I \cos 2\alpha_i + Q \sum_i \cos^2 2\alpha_i + U \sum_i \cos 2\alpha_i \sin 2\alpha_i + \sum_i \cos 2\alpha_i n_i \right) \\
&= \frac{2}{n} \left(I \times 0 + Q \sum_i \frac{1 + \cos 4\alpha_i}{2} + U \times \frac{1}{2} \sum_i \sin 4\alpha_i + \sum_i \cos 2\alpha_i n_i \right) \\
&= \frac{2}{n} \times Q \times \frac{n}{2} + \frac{2}{n} \sum_i \cos 2\alpha_i n_i
\end{aligned}$$

avec un calcul similaire pour U . On voit donc que l'estimateur est non biaisé. D'autre part, l'erreur sur (I, Q, U) se déduit directement des termes de la matrice de covariance (G.1) ou des calculs de \hat{S} :

$$\begin{aligned}
\sigma_I &= \sigma/\sqrt{n} \\
\sigma_{Q,U} &= \sqrt{2}\sigma/\sqrt{n}
\end{aligned}$$

G.2 Cas où un détecteur est hors-service

Supposons pour fixer les idées que ce soit le bolomètre 1. Alors par exemple :

$$\sum_{i=2}^{nb} \cos 2\alpha_i = \sum_{i=1}^{nb} \cos 2\alpha_i - \cos 2\alpha_1$$

Donc la matrice de covariance devient :

$$\mathcal{A}_p^T \mathcal{N}_p^{-1} \mathcal{A}_p = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} (n_b - 1) \frac{n}{n_b} & -\frac{n}{n_b} \cos 2\alpha_1 & -\frac{n}{n_b} \sin 2\alpha_1 \\ -\frac{n}{n_b} \cos 2\alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{n(n_b-1)}{n_b} - \frac{1}{2} \frac{n}{n_b} \cos 4\alpha_1 & -\frac{1}{2} \frac{n}{n_b} \sin 4\alpha_1 \\ -\frac{n}{n_b} \sin 2\alpha_1 & -\frac{1}{2} \frac{n}{n_b} \sin 4\alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{n(n_b-1)}{n_b} - \frac{1}{2} \frac{n}{n_b} \sin 4\alpha_1 \end{pmatrix}$$

Les termes hors-diagonale étant non nuls, cela signifie que les paramètres (I, Q, U) déterminés sont corrélés.

Bibliographie

- [1] D. J. Bacon, A. R. Réfrégier, R. S. Ellis, MNRAS, **318**, 625, (2000)
- [2] N. A. Bahcall *et al*, ApJ, **504**, 1, (1998)
- [3] W. E. Ballinger, MNRAS, **282**, 877, (1996)
- [4] R. H. Becker *et al* 2001, AJ, 122, 2850
- [5] C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, *et al*, *First Year WMAP Observations : Preliminary Maps and Basic Results*, astro-ph/0302207
- [6] A. Benoît, P. Ade, A. Amblard, *et al.* 2003a, AA, 399, 25
- [7] A. Benoît, P. Ade, A. Amblard, *et al.* 2003b, AA. 399, 19
- [8] A. Benoît, P. Ade, A. Amblard, *et al.* 2003, en préparation
- [9] A. Benoît, P. Ade, A. Amblard, *et al.* 2003, *First Detection of Polarization of the Submillimetre Diffuse Galactic Dust Emission by Archeops*, AA, sous presse
- [10] A. Benoît, M. Caussignac, S. Pujol, Cryogenics, **34**, (1994)
- [11] E. M. Berkhuisen, C. Horellou, M. Krause, *et al*, 1997, AA, 318, 700B
- [12] F. Bernardeau, L. Van Waerbeke, Y. Mellier, A & A, **322**, 1
- [13] A. Blanchard, R. Sadat, J. Bartlett, M. Le Dour, A & A, **362** 807, (2000)
- [14] J. Borrill, astro-ph 9903204
- [15] F. Boulanger, A. Abergel, J.-P. Bernard, *et al*, A&A, **312**, 256, (1996)
- [16] A. Bourrachot, *Thèse*, en préparation.
- [17] A. Bourrachot *et al*, en préparation.
- [18] P. K. Cheo, C. D. Bass, Appl. Phys. Lett., **18**, 12, 565, (1971).
- [19] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique Quantique, Tome I*, Hermann, (1973)
- [20] P. Coles, F. Lucchin, *Cosmology, the Origin and Evolution of Cosmic Structure*, 2ème édition, Wiley, 2002.
- [21] F. Couchot *et al.*, A&A SS, **135**, (1999) ; astro-ph/9807080
- [22] R. G. Crittenden, D. Coulson, N. G. Turok, Phys.Rev. D52 (1995) 5402-5406
- [23] M. Davis & al., ApJ. , **292**, 371, (1985)
- [24] R. Dicke, P. Peebles, P. Roll, D. Wilkinson, ApJ. Lett., **142**, (1965)
- [25] S. G. Djorgovski, *et al* 2001, ApJ, 560, L5
- [26] A. Z. Dolginov, I. G. Mytrophanov, Ap&SS, 43, 291, (1976)
- [27] P. de Bernardis *et al*, Nature, 404, 955, (2000)
- [28] C. Dragone, D. C. Hogg, IEEE, Trans. Ant. Prop., AP-22, 472, (1982)
- [29] B. T. Draine, J. C. Weingartner, ApJ, **480**, 633, (1997)
- [30] K. B. Fisher, M. A. Strauss, M. Davis, A. Yahil, J. Huchra, ApJ, **389**, 188, (1992)
- [31] P. Fosalba, A. Lazarian, S. Prunet, J. Tauber, 2002, ApJ, 564, 762

- [32] W. L. Freedman *et al.*, ApJ, 553, 47, (2001)
- [33] J. N. Fry & E. Gaztanaga, ApJ, **413**, 447, (1993)
- [34] G. Gamow, R. Alpher, R. Herman, Phys. Rev., April 1, (1948)
- [35] R. D. Gehrz, J. A. Hackwell, ApJ, **206**, L161, (1976)
- [36] S. L. Glashow, Nucl. Phys., **22**, 579, (1961)
- [37] J. N. Goldberg *et al.*, *Journal of Mathematical Physics*, Vol. **8**, Numéro 11, 2155, (1967)
- [38] K. M. Gorski, B. Wandelt, F. Hansen *et al.*, astro-ph/9905275, <http://www.eso.org/kgorski/healpix>
- [39] A. A. Goodman, P. Bastien, F. Menard, P. C. Myers, ApJ, **359**, 363, (1990).
- [40] A. A. Goodman, D. C. B. Whittet, ApJ, **455**, L181, (1995)
- [41] A. A. Goodman, 1996, in Proc. Polarimetry of the Interstellar Medium, ASP Conference Series, eds. W. G. Roberge and D. C. B. Whittet, Vol. 97, 325.
- [42] A. H. Guth, Phys. Rev. D., 23 :347, 1981
- [43] J. S. Hall, Science, 109, 166, (1949)
- [44] A. J. S. Hamilton, ApJ Letters, **385**, L5, (1992)
- [45] M. Hamuy *et al.*, Astr. J, **112**, 2391, (1996)
- [46] S. Hanany *et al.*, ApJ, **545**, L5, (2000).
- [47] *The Cosmic Microwave Background and its Polarization*, New Astronomy Reviews, (eds. S. Hanany and K.A. Olive). (sous presse) <http://www.tpi.umn.edu/cmb/>
- [48] E. Hawkins *et al.*, astro-ph/0212375
- [49] R. H. Hildebrand, M. Dragovan, G. Novak, ApJ, **284**, L51, (1984)
- [50] R. H. Hildebrand, M. Dragovan, Apj, **450**, 663, (1995)
- [51] W. A. Hiltner, Science, 109, 65, (1949)
- [52] E. Hivon, K.M. Gorski, C.B. Netterfield, B.P. Crill, S. Prunet, F. Hansen, astro-ph/0105302
- [53] G. Hinshaw, D. N. Spergel, L. Verde, *et al.*, *First year WMAP Observations : the Angular Power Spectrum*, astro-ph/0302217
- [54] H. Hoekstra, H. Yee, M. Gladders *et al.*, ApJ in press, astro-ph/0202285
- [55] G. Holder, Z. Haiman, M. Kaplinghat, L. Knox, astro-ph/0302404
- [56] W. Hu, <http://background.uchicago.edu/whu/>
- [57] W. Hu, M. White, astro-ph/9706147
- [58] S. Huard, *Polarisation de la Lumière*, Masson, (1994)
- [59] E. P. Hubble, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15 :168, (1929)
- [60] A. H. Jaffe, M. Kamionkowski, L. Wang, astro-ph/9909281
- [61] A. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. Colberg *et al.*, MNRAS, **321**, 372, (2001)
- [62] G. Jungman, M. Kamionkowski, A. Kosowsky, D. N. Spergel, Phys. Rev. D., **54**, 1332, (1996)
- [63] N. Kaiser, ApJ. Letters, **284**, L9, (1984)
- [64] N. Kaiser, MNRAS, **227**, 1, (1987)
- [65] N. Kaiser, ApJ, **388**, 272, (1992)
- [66] N. Kaiser, G. Squires, T. Boadhurst, ApJ, **449**, 460, (1995)
- [67] N. Kaiser, G. Wilson, G. Luppino, astro-ph/0003338
- [68] M. Kamionkowski, A. Kosowsky, A. Stebbins, Phys. Rev. D, **55**, 7368, (1997)

- [69] J. Kaplan, J. Delabrouille, AIP Conference Proceedings, *Astrophysical Polarized Backgrounds*, p. 209, Eds. S. Cecchini, S. Cortiglioni, R. Sault, C. Sbarra, (2001), [astro-ph/0112488](#)
- [70] W. H. Kinney, Phys.Rev. D58, 123506, (1998), [astro-ph/9806259](#)
- [71] L. Knox, Phys. Rev. D., **52**, 4307, (1995)
- [72] A. Kogut, D. N. Spergel, C. Barnes, *et al*, [astro-ph/0302213](#)
- [73] A. Kosowsky, *Ann. Phys.*, **246**, 49, (1996)
- [74] J. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, *et al*, Nature, 420, 772, (2002)
- [75] G. Lagache, 2003, en préparation
- [76] O. Lahav, P. B. Lilje, J. R. Primack, M. Rees, MNRAS, 251, 128, (91)
- [77] J. M. Lamarre, Applied Optics, 25 : 870-876, (1986).
- [78] A. Lazarian, [astro-ph/0208487](#)
- [79] S. M. Leach, A. R. Liddle, [astro-ph/0207213](#)
- [80] A. R. Liddle, D. H. Lyth, Phys. Rep., 231 :1, (1993)
- [81] A. R. Liddle, D. H. Lyth, *Cosmological Inflation and Large Scale Structure*, Cambridge University Press, (1993)
- [82] A. Linde, Phys. Lett. B, **108**, 389
- [83] J. F. Macías-Pérez, *On the Wavelet Analysis of CMB Time Ordered Data*, en préparation
- [84] K. Madet, *thèse : Mesure du Rayonnement Cosmologique : Préparation et Etalonnage des Instruments Archeops et Planck*
- [85] P. Madau, A. Meiksin, 1994, ApJ, 425, L5
- [86] J. Mather, E. Cheng, R. Eplee, *et al*, ApJ., Part 2, May 1990 (COBE).
- [87] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, D. T. Wilkinson, ApJ, **512**, 511, (1999)
- [88] J. S. Mathis, ApJ, **308**, 281, (1986)
- [89] S. Mattarese *et al.*, MNRAS, **290**, 651, (1997)
- [90] A. Melchiorri & N. Vittorio, “Polarization of the Microwave Background : Theoretical Framework”, *The cosmic Microwave Background*, NATO ASI Series C, vol. 502
- [91] A. Melchiorri, [astro-ph/0210606](#)
- [92] Y. Mellier, *Gravitationnal Lensing, Les Houches 1997*.
- [93] P. C. Myers, A. A. Goodman, ApJ **373**, 509, (1991)
- [94] D. Mihalas, J. Binney, 1981, *Galactic Astronomy*, San Francisco, Freeman and Co., 248
- [95] Y. Mizuguchi, M. Akagawa, H. Yokoi, Elect. Comm. in Japan, 61-B, No. 3, 58, (1978)
- [96] C. B. Netterfield, N. Jarosik, L. Page, *et al*, ApJ, **445**, L69, (1995)
- [97] A. de Oliveira-Costa, M. Tegmark, C. O’Dell, *et al*, [astro-ph/0212419](#)
- [98] J. M. Omeara, *et al*, ApJ, **552**, 778, (2001)
- [99] E. T. Newmann & R. Penrose, *Journal of Mathematical Physics*, Vol. **7**, Numéro 5, 863, (1966)
- [100] P. B. Pal, [hep-ph/9906447](#)
- [101] J. A. Peacock, *Cosmological Physics*, Cambridge University Press, 1999
- [102] P. J. E. Peebles, ApJ. Letters, **263**, L1, (1982)
- [103] P. J. E. Peebles, *The Large Scale Structure of the Universe*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, (1980)
- [104] P. J. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton Series in Physics, (1993)

- [105] A. Penzias, R. Wilson, *ApJ. Lett.*, **142**, 419, (1965)
- [106] S. Perlmutter *et al*, *ApJ*, **483**, 565, (1997)
- [107] S. Perlmutter *et al*, *ApJ*. **517**, 565, (99)
- [108] S. Perlmutter *et al*, *Nature*, 391 :51, (1998)
- [109] Site officiel PLANCK : <http://astro.estec.esa.nl/SA-general/Projects/Planck/science/performance/perftop.html>
- [110] N. Ponthieu, F. Naraghi, G. Perrin, D. Santos, 2000, *Wire Grid Polarizers for Millimeter Wavelengths*, Note interne Archeops
- [111] N. Ponthieu, J.-Ch Vanel, A. Benoit, *et al*, 2000, *First Calibration of Archeops Polarisation*, Note interne Archeops
- [112] N. Ponthieu, F.-X. Désert, F. Naraghi, 2000, *Effect of a non parallel Beam on Polarizers Calibration*, Note interne Archeops
- [113] N. Ponthieu, F.-X. Désert, E. Wakui, *et al*, 2001, *Calibration of Archeops Polarizers in Kiruna Flight Configuration*, Note interne Archeops
- [114] N. Ponthieu, 2002, *Archeops polarized Channels ground Calibration*, Note interne Archeops
- [115] S. Prunet, S. K. Sethi, F. R. Bouchet, M. A. Miville-Deschenes, *A&A*, **339**, 187, (1998)
- [116] R. Rao, R. M. Crutcher, R. L. Plambeck, M. C. H. Wright, *ApJ*, **502**, L75, (1998)
- [117] C. Rosset, *A method to intercalibrate polarized timelines covering the same arc of the sky*, Note interne de la collaboration Archeops
- [118] C. Rosset, 2003, *thèse*
- [119] M. Rowan-Robinson, *et al*, *MNRAS*, 247, 1, (1990)
- [120] M. Rowan-Robinson, *astro-ph/0201034*
- [121] R. K. Sachs & A. M. Wolfe, *ApJ*. 147, 73, (1967)
- [122] A. Salam, *Elementary Particle Physics*, eds W. Svartholm *et al*, Stockholm, (1968)
- [123] B. D. Savage, J. S. Mathis, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 17 :73-111, (1979)
- [124] D. Schlegel, D. Finkbeiner, M. Davis, 1998, *ApJ*, 500, 525
- [125] U. Seljak, M. Zaldarriaga, *CMBfast*, <http://www.physics.nyu.edu/matiasz/CMBFAST/cmbfast.html>
- [126] U. Seljak, M. Zaldarriaga, *Phys. Rev. D*, **55**, 1830, (1997)
- [127] K. Serkowski, D. S. Matthewson, V. L. Ford, *ApJ*, **196**, 261, (1975)
- [128] Y. Sigad, A. Eldar, A. Deckel, M. A. Strauss, A. Yahil, *astro-ph/9708141*
- [129] Smoot, G. F. *et al*. 1992, *ApJ*, 396, L1
- [130] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, *et al*, *First year WMAP Observations : Determination of Cosmological Parameters*, *astro-ph/0302209*
- [131] A. A. Starobinski, *JETP Lett.*, 30 :682, 1979
- [132] W. Stein, 1966, *ApJ*, 144, 318
- [133] E. Stewart & D. Luth, *Phys. Lett. B* **302**, 171, (1993)
- [134] M. A. Strauss, M. Davis, A. Yahil, J. Huchra, *ApJ*, **361**, 49, (1990)
- [135] M. Tegmark, *astro-ph/9705188*
- [136] M. Tegmark, <http://www.hep.upenn.edu/max/>
- [137] L. Thourel, *Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétriques, tome I : Les circuits passifs*, Cepadues Toulouse, Collect. La Cheveche, (1988)
- [138] A. Tielens, L. Waters, F. J. Molster, K. Justtanont, *Ap&SS*, **255**, 415, (1998)
- [139] M. S. Turner, *Detectability of inflation-produced gravitationnal waves*, *astro-ph/9607066*, (1996)

- [140] M. S. Turner, astro-ph/9901109
- [141] The 2dF Galaxy Redshift Survey, <http://msowww.anu.edu.au/2dFGRS/>
- [142] L. Verde *et al.*, MNRAS, **335**, 432, (2002)
- [143] L. Verde, A. Heavens, W. Percival, S. Matarrese, *The Bias of Galaxies and the Density of the Universe from the 2dF Galaxy Redshift Survey*, Proceedings XXXVIIth Moriond Astrophysics Meeting, astro-ph/0212311
- [144] L. Van Waerbeke, Y. Mellier, T. Erben *et al* A & A, **358**, 30, (2000)
- [145] L. Van Waerbeke, Y. Mellier, I. Tereno, Proceedings XXXVIIth Moriond Astrophysics Meeting, astro-ph/0206245
- [146] James Webb Space Telescope, <http://ngst.gsfc.nasa.gov/science>
- [147] S. Weinberg, PRL, 19, 1264, (1967)
- [148] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, NY, Wiley & Sons, (1972)
- [149] S. White, J. Navaro, A. Evrard, C. Frenk, Nature 366, 429, (1993)
- [150] D. C. B. Whittet, 1996, in Proc. Polarimetry of the Interstellar Medium, ASP Conference Series, 97, 125, eds. W. G. Roberge and D. C. B. Whittet.
- [151] D. M. Wittman, J. A. Tyson, D. Kirkman, *et al*, Nature, **405**, 143, (2000)
- [152] WMAP http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/m_products.html
- [153] S. Wyithe, A. Loeb, ApJ, soumis, astro-ph/0209056
- [154] M. Zaldarriaga, D. Spergel, U. Seljak, ApJ, 488, 1, (1997)
- [155] M. Zaldarriaga, U. Seljak, Phys. Rev. D, **58**, 023003, (1998)
- [156] M. Zaldarriaga, astro-ph/0106174