

**Institut National Polytechnique de Grenoble**

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

**Spécialité : Physique de la Matière et du Rayonnement**

préparée à l'Institut des Sciences Nucléaires  
dans le cadre de l'Ecole Doctorale "Physique"

présentée et soutenue publiquement par

**Philippe FILLIATRE**

le 26 septembre 2002

Titre:

**Etalonnage sol et analyse des données  
de l'expérience ballon Archeops  
mesurant les anisotropies  
du Fond Diffus Cosmologique  
Etude des contraintes sur l'inflation**

**Directeur de thèse :**

Daniel SANTOS

**JURY**

M. Jean-François CAVIGNAC	Président du Jury
M. Alain BLANCHARD	Rapporteur
M. François COUCHOT	Rapporteur
M. Jean-Loup PUGET	Examinateur
M. Daniel VIGNAUD	Examinateur
M. Daniel SANTOS	Directeur de thèse



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>7</b>
<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 La cosmologie standard</b>	<b>13</b>
1.1 Description du modèle . . . . .	13
1.1.1 Motivations du modèle . . . . .	13
1.1.2 Le principe cosmologique et la métrique de Robertson-Walker	14
1.1.3 Les équations de Friedmann . . . . .	16
1.1.4 L'histoire thermique de l'Univers . . . . .	16
1.1.5 Introduction des paramètres cosmologiques . . . . .	20
1.1.6 Evolution des $\Omega_i$ . . . . .	22
1.2 Les observations: un état des lieux . . . . .	23
1.2.1 L'âge de l'Univers . . . . .	23
1.2.2 La constante de Hubble . . . . .	24
1.2.3 La densité totale . . . . .	24
1.2.4 Composition et densité de la matière . . . . .	25
1.2.5 La constante cosmologique . . . . .	27
1.3 Conclusion . . . . .	29
<b>2 Le CMB: théorie et phénoménologie</b>	<b>31</b>
2.1 Les interactions photons-baryons . . . . .	31
2.1.1 Les trois principaux processus d'interaction . . . . .	31
2.1.2 Recombinaison et dernière diffusion . . . . .	33
2.1.3 Conservation du spectre de corps noir . . . . .	35
2.2 Les anisotropies primaires . . . . .	36
2.2.1 Les perturbations scalaires et tensorielles . . . . .	36
2.2.2 Les perturbations plus grandes que l'horizon lors du découplage	39
2.2.3 Les perturbations plus petites que l'horizon lors du découplage	39
2.3 Les anisotropies secondaires . . . . .	42
2.3.1 Le dipôle cosmologique . . . . .	42
2.3.2 Les effets gravitationnels . . . . .	42
2.3.3 La réionisation . . . . .	43
2.4 Les avant-plans . . . . .	44
2.5 Description statistique . . . . .	46

2.5.1	Le spectre de puissance angulaire . . . . .	46
2.5.2	Considérations liées à l'observation . . . . .	48
2.6	Effets des paramètres cosmologiques sur les $C_\ell$ . . . . .	50
2.7	Mesures actuelles . . . . .	56
<b>3</b>	<b>L'inflation</b> . . . . .	<b>59</b>
3.1	Motivations de l'inflation . . . . .	59
3.2	Etude d'un modèle . . . . .	61
3.3	Les prédictions sur les spectres de perturbations . . . . .	65
3.4	Contraindre les modèles . . . . .	68
3.5	Conclusion . . . . .	71
<b>4</b>	<b>L'expérience Archeops</b> . . . . .	<b>73</b>
4.1	Introduction . . . . .	73
4.2	Descriptif de l'instrument . . . . .	74
4.2.1	Le télescope . . . . .	74
4.2.2	Le plan focal . . . . .	75
4.2.3	La nacelle . . . . .	79
4.2.4	La stratégie de pointage . . . . .	80
4.3	Les tests préliminaires . . . . .	81
4.4	Les vols . . . . .	84
4.4.1	Le vol de test de Trapani du 17 juillet 1999 . . . . .	84
4.4.2	Le vol de Kiruna du 29 janvier 2001 . . . . .	85
4.4.3	Le vol de Kiruna du 7 février 2002 . . . . .	87
4.5	Conclusion . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Traitement des données temporelles</b> . . . . .	<b>91</b>
5.1	Introduction . . . . .	91
5.2	Présentation des données . . . . .	92
5.2.1	Nature et taille . . . . .	92
5.2.2	Un spectre typique . . . . .	94
5.2.3	Pourquoi réduire les bruits . . . . .	95
5.2.4	Le préfiltrage . . . . .	96
5.2.5	Ordre des traitements . . . . .	97
5.3	Traitement des données discrètes corrompues . . . . .	97
5.3.1	Signalisation . . . . .	98
5.3.2	Traitement des discontinuités . . . . .	99
5.3.3	Détection des glitches . . . . .	100
5.3.4	Traitement de restauration . . . . .	102
5.4	Traitement des données à basse fréquence . . . . .	104
5.4.1	Correction de linéarité . . . . .	104
5.4.2	Effets thermiques ou atmosphériques . . . . .	104
5.5	Traitement des données à haute fréquence . . . . .	109
5.5.1	Traitement des pics fins en spectre . . . . .	109
5.5.2	Traitement des structures larges . . . . .	111

5.5.3	Tests statistiques . . . . .	129
5.6	La déconvolution de la constante de temps . . . . .	136
5.7	Les données du vol du 7 février 2002 . . . . .	137
5.8	Conclusion . . . . .	140
<b>6</b>	<b>La cartographie du CMB</b>	<b>141</b>
6.1	Comment dresser une carte . . . . .	142
6.1.1	L'estimateur de maximum de vraisemblance . . . . .	142
6.1.2	Cas du bruit stationnaire . . . . .	144
6.1.3	Estimation du bruit . . . . .	145
6.2	Les algorithmes de cartographie . . . . .	148
6.2.1	Madcap . . . . .	149
6.2.2	Les algorithmes de Jacobi . . . . .	149
6.2.3	Mapcumba . . . . .	150
6.2.4	Mirage . . . . .	151
6.3	Comparaisons sur des simulations . . . . .	152
6.3.1	Simulations utilisées . . . . .	152
6.3.2	CMB et bruit en $1/f$ . . . . .	153
6.3.3	CMB, bruit en $1/f$ et Galaxie . . . . .	157
6.3.4	Discussion . . . . .	161
6.3.5	Ecart au modèle de bruit en $1/f$ . . . . .	162
6.4	Filtrage de Wiener des cartes réelles . . . . .	166
6.4.1	La méthode utilisée . . . . .	166
6.4.2	Résultat de la simulation . . . . .	167
6.4.3	Résultats sur les bolomètres 217K04 et 217K06 . . . . .	168
6.5	Conclusion . . . . .	168
<b>7</b>	<b>Le spectre d'Archeops et l'inflation</b>	<b>171</b>
7.1	Le cadre . . . . .	172
7.2	Obtention d'un diagramme $(n_s, r)$ . . . . .	173
7.3	Archeops, Boomerang et Cobe . . . . .	175
7.4	Compléments . . . . .	179
7.4.1	Changement de $h$ . . . . .	179
7.4.2	Changement de $\Omega_\Lambda$ . . . . .	181
7.5	Application au modèle hybride quadratique . . . . .	183
7.6	Conclusion . . . . .	187
	<b>Conclusion</b>	<b>189</b>
<b>A</b>	<b>Compléments sur le modèle standard</b>	<b>191</b>
A.1	Démonstration des équations de Friedmann . . . . .	191
A.2	Les horizons . . . . .	194
A.3	La thermodynamique dans un Univers en expansion . . . . .	195

<b>B Compléments sur les anisotropies du CMB</b>	<b>199</b>
B.1 L'équation de Boltzmann et le calcul des anisotropies . . . . .	199
B.2 La polarisation du CMB . . . . .	200
<b>C Compléments sur le traitement des TOIs</b>	<b>205</b>
C.1 Quelques définitions de statistique . . . . .	205
C.2 Données corrompues . . . . .	207
C.3 Justification du filtrage utilisé . . . . .	208
<b>D Les équations de la cartographie</b>	<b>213</b>
<b>E Méthodes d'obtention des <math>C_\ell</math></b>	<b>219</b>
E.1 L'estimateur quadratique: MADCAP . . . . .	219
E.2 La méthode MASTER . . . . .	221
<b>Bibliographie</b>	<b>223</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>231</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>233</b>
<b>Résumé</b>	<b>237</b>

# Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Joël Chauvin pour m'avoir accueilli au sein de l'Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble. Daniel Santos a assuré la lourde charge de l'encadrement de cette thèse, depuis les premiers tests de l'étalonnage au sol jusqu'aux nombreuses navettes de correction du manuscrit. J'ai pu au cours de ces trois ans apprécier et (je l'espère) m'imprégner de son sens aigu de la rigueur. Qu'il en soit remercié.

Le manuscrit de thèse a pu également être amélioré grâce aux judicieuses remarques de mes deux rapporteurs, Alain Blanchard et François Couchot. Je remercie Jean-François Cavaignac, Daniel Vignaud et Jean-Loup Puget pour l'honneur qu'ils me font en voulant bien participer à mon jury et pour l'intérêt qu'ils ont par là présenté à mes travaux.

Je tiens également à remercier les membres de l'équipe Archeops, pour leurs nombreuses contributions à mon travail. Une mention spéciale est à décerner à notre chef Alain Benoît pour sa gentillesse et son enthousiasme communicatif, François-Xavier Désert, riche oasis de science, Juan Macías Pérez, Jean-Christophe Hamilton pour leur amabilité, leur disponibilité et aussi pour avoir relu et abondamment commenté mon manuscrit.

De nombreux calculs ont été réalisés à l'aide des moyens informatiques de l'ISN, du Centre de Calcul de l'In2p3, de l'Idris et du Nersc. Louez leurs services d'assistance avec de grandes louanges! Cela vaut aussi pour tous les autres services de l'ISN qui ont contribué de près ou de loin à ce travail, en particulier la bibliothèque tenue par l'excellente Claudine Tur.

Enfin, un grand merci pour mes parents pour leur soutien constant durant ces trois années, avec une mention spéciale pour leur travail ô combien ingrat de relecture du manuscrit.





# Introduction

Le rayonnement de fond à 3 K (CMB<sup>1</sup>) a été découvert par Penzias et Wilson [133] en 1965, interprété la même année par Dicke et al [46] dans le cadre du modèle du Big Bang initié par Gamow, Alpher et Hermann [8]. Il constitue l'un des piliers du modèle du Big Bang, que l'on désignera aussi comme étant le modèle cosmologique standard, et dans le cadre exclusif duquel se situera la présente thèse.

Il constitue également l'exemple le plus remarquable du concept théorique de corps noir, dont la température  $T = 2.725 \pm 0.002$  K (95% C.L.) [117] et le spectre ont été mesurés par le satellite COBE lancé en 1989. Le CMB est presque parfaitement isotrope, puisque les fluctuations intrinsèques relatives de température, mesurées par COBE-DMR en 1992, sont de l'ordre de  $10^{-5}$  [154]. Ces anisotropies présentent un intérêt considérable, car elles reflètent de façon linéaire les inhomogénéités de densité et les variations du potentiel gravitationnel dans l'Univers primordial. Il est alors possible de contraindre les paramètres cosmologiques décrivant la densité totale de l'Univers et sa composition en matière baryonique ordinaire, matière noire froide et constante cosmologique [81]. En outre, les contraintes apportées sur le spectre des fluctuations de densité primordiales permettent de tester les différents scénarios imaginés pour leur génération : parmi ceux-ci, on s'intéressera aux modèles inflationnaires [70][105], introduits à l'origine pour résoudre certaines insuffisances du modèle cosmologique standard, et qui ont connu depuis le début des années 80 un développement considérable. Dans le cas où les données privilégieraient un modèle particulier, une fenêtre serait ouverte permettant d'explorer la physique régnant aux énergies supérieures à  $10^{16}$  GeV.

Le satellite COBE avait cartographié les anisotropies du CMB à une résolution angulaire de  $7^\circ$ . Depuis 1992, un certain nombre d'expériences en ballon ou au sol cartographient le ciel sur une petite surface, mais à une meilleure résolution. Les résultats les plus récents (Boomerang [45], Maxima [73], Dasi [72]) ont montré l'existence de pics acoustiques accréditant l'origine primordiale des fluctuations de densité, comme le prédisent les modèles d'inflation. Ces expériences préparent les missions satellites MAP<sup>2</sup> et Planck<sup>3</sup>. Ce dernier devrait cartographier la totalité du ciel à une résolution angulaire de 10 minutes d'arc, et permettre la

---

1. Cet acronyme anglais pour Cosmological Microwave Background sera utilisé intensivement. L'équivalent français est FDC, pour Fond Diffus Cosmologique.

2. <http://map.gsfc.nasa.gov/>, lancé en juin 2001.

3. <http://astro.estec.esa.nl/SA-general/Projects/Planck/>, lancement prévu en 2007.

détermination des paramètres cosmologiques à quelques pour-cents près, ce qui fera de la cosmologie une science de précision.

L'expérience embarquée en ballon Archeops [20] s'inscrit dans cet effort. Son objectif est de cartographier une large portion, environ 30%, du ciel à la résolution de Planck avec la même instrumentation que Planck-HFI et une stratégie de balayage du ciel similaire. Elle constitue donc un banc-test idéal pour Planck. En mesurant le spectre de puissance angulaire du CMB, entre les multipôles  $\ell = 50$  et  $\ell = 800$ , elle couvre en outre une zone peu explorée jusque-là, entre  $\ell = 50$  (Cobe) et  $\ell = 100$  (Boomerang). L'obtention en une seule expérience du spectre de puissance angulaire sur une aussi large gamme de multipôles est du plus grand intérêt pour contraindre la forme du spectre de puissance des fluctuations de densité primordiales. Elle constitue par là une source d'information pour l'inflation et une possibilité d'exclure certains modèles.

Archeops a effectué trois vols : un vol technique à 42 km au-dessus de la Méditerranée le 17 juillet 1999, deux vols scientifiques à 32 km au-dessus de la Suède, de la Finlande et de la Russie, au nord du cercle polaire, le 29 janvier 2001 et le 7 février 2002. La quantité de données est considérable : par exemple, le vol du 29 janvier 2001 a fourni quatre millions de mesures pour chacun des 22 détecteurs. Cette quantité élevée de données impose le développement de nouvelles techniques de traitement des données, depuis l'acquisition jusqu'à la construction du spectre des anisotropies angulaires et la détermination des paramètres cosmologiques. En outre, dans cette chaîne de traitement, chaque partie influe sur les suivantes.

J'ai eu la chance de pouvoir participer aux trois vols d'Archeops pendant ma thèse qui portera sur l'analyse et l'exploitation des données recueillies. Le plan se décline comme suit.

**Chapitre 1** : Rappel du modèle cosmologique standard et état des lieux des contraintes actuelles sur les paramètres cosmologiques. La fonction de ce chapitre est essentiellement de définir le cadre général dans lequel le reste de la thèse se situe exclusivement.

**Chapitre 2** : Je rappelle la physique des anisotropies CMB, en décrivant notamment comment on peut expliquer les caractéristiques du spectre de puissance angulaire à l'aide de modèles simplifiés : ceci permet de faire le lien entre ce spectre et les différents paramètres cosmologiques du modèle sous-jacent, incluant ceux décrivant le spectre des fluctuations de densité. Ce chapitre expose en outre les outils statistiques utilisés pour la description du spectre de puissance angulaire, ainsi que les résultats de quelques expériences précédant Archeops.

**Chapitre 3** : Je présente le paradigme de l'inflation, en montrant à travers l'exemple d'un modèle simple comment en particulier sont générées les fluctuations de densités primordiales dont les anisotropies CMB constituent l'empreinte. Je traite également de la possibilité de discriminer entre les nombreux modèles actuellement proposés à l'aide de mesures des anisotropies CMB, et notamment celles d'Archeops.

**Chapitre 4** : Après avoir décrit l'objet des mesures d'Archeops, j'effectue une

description succincte de cette expérience, en abordant notamment l'instrumentation de son plan focal, les différents tests au sol, et les trois vols effectués durant ma thèse.

**Chapitre 5** : Ce chapitre, le plus long de la thèse, est consacré au traitement des données temporelles, qui doit précéder la cartographie. Cette étude, qui vise à l'exhaustivité, inclut le traitement des données corrompues et la réduction des systématiques à basses et hautes fréquences. Pour ces dernières, sont présentés des tests statistiques permettant d'en apprécier les performances relativement au caractère stationnaire et gaussien des données. Les techniques mises en œuvre ont été développées spécifiquement pour Archeops ; elles pourront être adaptées pour le dépouillement des données de Planck-HFI, dont Archeops constitue un banc-test. Pour des raisons didactiques, ce chapitre s'appuie sur les données du vol du 29 janvier 2001.

**Chapitre 6** : Les techniques de cartographie sont présentées au travers de la comparaison sur des simulations de trois codes disponibles. En particulier, la sensibilité de ces codes à la présence d'autres sources que le CMB, notamment la Galaxie est abordée. Ces codes supposent que les données sont stationnaires et gaussiennes, ce qui justifie le travail exposé dans le chapitre précédent.

**Chapitre 7** : Ce chapitre est dédié aux contraintes que le spectre d'Archeops peut donner sur les paramètres décrivant les spectres de fluctuations scalaires et tensorielles et de là sur le modèle inflationnaire considéré au chapitre 2.

Cette thèse s'est déroulée durant la période de dépouillement des vols d'Archeops. Les résultats concernant le spectre de puissance angulaire doivent être publiés très prochainement.



# Chapitre 1

## La cosmologie standard

L'objet de ce chapitre est de donner un aperçu du modèle cosmologique standard décrivant l'Univers en expansion adiabatique à partir d'une singularité, baptisée ironiquement Big Bang par Fred Hoyle. On commencera par présenter la métrique utilisée, celle de Robertson-Walker, ainsi que les équations de base du modèle, les équations de Friedmann, qui permettent de décrire l'évolution de la métrique. Le fait que l'Univers ait une histoire est une caractéristique du modèle de Big Bang : on en donnera les principales étapes. Enfin, on évoquera les observations qui permettent de contraindre et de compléter le modèle, parmi lesquelles les anisotropies du rayonnement fossile à 3 K tiennent une place de choix.

### 1.1 Description du modèle

#### 1.1.1 Motivations du modèle

En 1929, E. Hubble mit en évidence la proportionnalité entre le décalage spectral des galaxies et leur distance par rapport à la Voie Lactée, estimée à l'aide de la relation période-luminosité des étoiles variables céphéides observées dans les galaxies étudiées [79]. Ce décalage spectral, interprété comme résultant d'un effet Doppler, conduit à attribuer aux galaxies un mouvement de récession par rapport à la Voie Lactée d'autant plus rapide que la distance est grande. C'est la loi de Hubble :

$$v = H_0 \times D \tag{1.1}$$

La constante  $H_0$ , la constante de Hubble, s'exprime pour des raisons liées à l'observation en  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ <sup>1</sup>.

La manière la plus simple d'expliquer un tel mouvement des galaxies est de dire que l'Univers est en expansion. Cette idée a été ultérieurement confirmée par les deux autres piliers du modèle du Big Bang : la découverte du rayonnement de fond à 3 K [133] et par l'accord entre les prédictions de la théorie de

---

1. Un parsec (Mpc) est égal à environ 3.262 années-lumière.

la nucléosynthèse primordiale concernant les abondances relatives des éléments légers et l'observation [36] (voir section 1.2.4).

La construction d'un modèle rendant compte de ces observations suppose une théorie permettant la description de l'Univers et de son évolution dans son ensemble. La gravitation, si elle est la plus faible des quatre interactions fondamentales connues, est la seule dont la portée soit à la fois infinie, contrairement à l'interaction faible et à l'interaction forte, et non limitée de fait par des effets d'écrantage, comme l'interaction électromagnétique. On supposera donc que l'Univers est gouverné à grande échelle par la gravitation. La théorie de la Relativité Générale d'Einstein<sup>2</sup> [53] est la théorie de la gravitation compatible avec les observations cosmologiques<sup>3</sup>. Son idée centrale est de lier la géométrie locale de l'Univers, décrite par la métrique de l'espace-temps, à son contenu en masse et en énergie, donné par le tenseur énergie-impulsion. Dans le cadre de la cosmologie, les équations qui en résultent, les équations d'Einstein, se réduisent aux équations de Friedmann. Dans ce chapitre, les équations de Friedmann seront données sans démonstration ; une dérivation en est donnée dans l'annexe A.1.

### 1.1.2 Le principe cosmologique et la métrique de Robertson-Walker

La résolution des équations de la Relativité Générale n'est pas possible sans l'introduction d'hypothèses déterminant la forme de l'expression mathématique de la métrique. La métrique fournit l'intervalle  $ds$  entre deux événements de l'espace-temps infiniment voisins. En cosmologie, on postule la validité du principe cosmologique, lequel affirme que :

1. il existe un temps cosmique : cette affirmation, naturelle dans la physique newtonienne, est un postulat supplémentaire en Relativité Générale. Ceci permet de séparer la partie temporelle de la partie spatiale de la métrique sous la forme  $ds^2 = dt^2 - dl^2$  dans le système d'unités où  $c = 1$  ;
2. les variétés différentielles spatiales  $V^3$  que décrit  $dl$  sont homogènes et isotropes à grande échelle. L'échelle à prendre en compte ici doit être supérieure à la dimension caractéristique des superamas de galaxies, soit un ordre de grandeur de 40 Mpc (voir par exemple [131]).

L'homogénéité et l'isotropie impliquent que les variétés spatiales sont des hypersurfaces à courbure constante, que l'on caractérise à l'aide de l'indice de courbure  $\kappa$ , pouvant prendre les valeurs 0, -1 ou 1. La métrique s'écrit donc (voir [131] ou

---

2. Il sort du cadre de cette thèse de décrire la théorie de la Relativité Générale. Le lecteur pourra toutefois trouver un exposé détaillé dans [71] ou [131] ou [120].

3. Elle rend compte par ailleurs de phénomènes astrophysiques ou astronomiques, tels que la déviation des rayons lumineux au voisinage d'un corps massif, ou l'avance du périhélie de Mercure, qui constituent ses premiers succès historiques.

[71]) :

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \frac{d\mathbf{x}^2}{\left(1 + \frac{\kappa}{4} r^2\right)^2} \quad (1.2)$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 \right) \quad (1.3)$$

ou, en introduisant le temps conforme  $\eta$  défini par  $a(t)d\eta = dt$  :

$$ds^2 = a^2(t) \left[ d\eta^2 - \left( \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 \right) \right] \quad (1.4)$$

Il s'agit de la métrique de Robertson-Walker [147][170] où  $a(t)$  est le facteur d'échelle (sans dimension, normalisé pour avoir  $\kappa = 1$  ou  $-1$  si  $\kappa \neq 0$ ). La forme de la métrique provient uniquement du principe cosmologique, et non de la validité des équations d'Einstein. En revanche, l'évolution du facteur d'échelle  $a(t)$  en dépend. Les coordonnées  $(r, \vartheta, \varphi)$  sont appelées coordonnées comobiles. L'expansion de la métrique, décrite par la variation du facteur d'échelle  $a$ , laisse inchangées les coordonnées comobiles d'un point. Ainsi, le mouvement de récession des galaxies observé par Hubble provient uniquement d'un accroissement du facteur d'échelle  $a$  ; ce mouvement laisse les coordonnées comobiles des galaxies fixes.

Cette expansion de la métrique produit bien le décalage spectral vers le rouge des galaxies observé par Hubble. On définit ce décalage, pour lequel on conservera le terme anglais traditionnel de redshift, par  $z$  tel que :

$$1 + z = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} \quad (1.5)$$

où  $\lambda_e$  et  $\lambda_r$  désignent respectivement les longueurs d'onde émise et reçue. En écrivant que la lumière suit une trajectoire géodésique, on peut exprimer  $z$  en fonction du facteur d'échelle :

$$1 + z = \frac{a_0}{a_e} \quad (1.6)$$

où  $a_e$  est le facteur d'échelle à l'émission et  $a_0$  le facteur d'échelle actuel. Le redshift est utilisé à la fois comme référence de temps et de distance. Il s'agit du temps auquel la lumière doit être émise pour être observée avec un redshift  $z$ . Il s'agit aussi de la distance propre d'un objet dont la lumière est reçue avec un redshift  $z$  ; en raison de l'expansion, cette distance ne correspond pas au temps de voyage de la lumière multiplié par la vitesse de la lumière.

### 1.1.3 Les équations de Friedmann

Les équations de Friedmann [60][61] s'obtiennent à partir des équations d'Einstein en prenant comme métrique celle de Robertson-Walker 1.3 et en considérant en outre que chaque composante de matière peut être décrite comme un fluide parfait isotrope dans les coordonnées  $(t, r, \vartheta, \varphi)$ , caractérisé par sa densité  $\rho$  et sa pression  $p$ . On obtient (voir annexe A.1) pour la dérivée première du facteur d'échelle :

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.7)$$

et pour sa dérivée seconde :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.8)$$

La constante  $\Lambda$  est appelée constante cosmologique, qui peut être interprétée comme une énergie du vide. On reviendra sur sa signification en section 1.2.5. Les modèles cosmologiques basés sur ces équations sont dits de Friedmann-Robertson-Walker-Lemaître (FRWL). Par cosmologie standard, on entend la cosmologie bâtie à partir de la métrique de Robertson-Walker 1.3 et des équations de Friedmann 1.7 et 1.8, et utilisant la thermodynamique classique.

### 1.1.4 L'histoire thermique de l'Univers

Jusqu'à présent, on a considéré un Univers décrit par les lois de la gravitation. Or, les particules qu'il contient n'interagissent pas uniquement de manière gravitationnelle, mais aussi par interaction forte, faible ou électromagnétique selon leur nature et leur distance. La modélisation de ces interactions doit prendre en compte le fait que l'Univers est en expansion. En particulier interviennent les notions de rayon de Hubble et de découplage. Comme l'expansion a aussi pour effet d'abaisser la température de l'équilibre thermodynamique, elle dote l'Univers d'une histoire thermique.

#### Le rayon de Hubble

Le rayon de Hubble est défini à l'aide de la loi de Hubble 1.1 par :

$$d_{Hub}(t) = \frac{c}{H(t)} \quad (1.9)$$

que l'on notera souvent  $1/H$  dans le système où  $c = 1$ , ce qui le confond avec le temps de Hubble  $1/H$  qui est le temps mis par la lumière pour parcourir



$d_{Hub}$ . Le rayon de Hubble définit un horizon cosmologique effectif<sup>4</sup>, les processus physiques ne pouvant jouer que sur une distance inférieure à  $d_{Hub}$ ; les échelles plus grandes ne peuvent être affectées que par l'expansion de l'Univers. Cette propriété est fondamentale dans le mécanisme de génération des fluctuations de densité proposé par les modèles inflationnaires (voir chapitre 3).

### Notion de découplage

La notion de découplage est fondamentale pour la compréhension des grandes étapes de l'histoire de l'Univers. Elle est également à la base de l'existence et de l'intérêt du CMB. Une espèce de particule est dite découplée (ou gelée, ou fossilisée) si elle n'est plus en équilibre thermodynamique avec les autres espèces, ce qui arrive lorsque la dilution due à l'expansion ne permet pas suffisamment d'interactions. Le traitement correct de ce problème implique la résolution des équations de Boltzmann dans le cadre de la Relativité Générale [89] [128]. On présentera ici une approche intuitive simplifiée donnant de bons résultats qualitatifs. Une réaction entre deux espèces est caractérisée par son taux de réaction :

$$\Gamma = \langle \sigma v \rangle n \quad (1.10)$$

où  $\sigma$  est la section efficace,  $v$  la vitesse relative et  $n$  la densité de particules cibles et les crochets dénotent la moyenne d'ensemble. Ces quantités dépendent de la température de l'Univers  $T$ , définie comme étant celle de l'équilibre thermodynamique. On considère le cas fréquent où  $\Gamma$  obéit à une loi de type  $\Gamma = kT^\alpha$  [89]. A un temps  $t_0$ , le nombre moyen de réactions futures est donné par :

$$N_{int}(t > t_0) \equiv \int_{t_0}^{\infty} \Gamma(t) dt = k \int_{t_0}^{\infty} T^\alpha(t) dt \quad (1.11)$$

Durant la période radiative, on a  $\rho a^4 = cst$  et  $\rho \propto T^4$  (voir annexe A.3), d'où  $T \propto a^{-1} \propto t^{-1/2}$ . On pose  $\beta$  tel que  $T = \beta t^{-1/2}$ . En introduisant tout ceci dans la relation précédente, on trouve :

$$N_{int}(t > t_0) = \frac{2k\beta^2}{\alpha - 2} T_0^{\alpha-2} \quad (1.12)$$

$T \propto a^{-1}$  implique  $dT/T = -H dt$ , d'où  $H = T^2/(2\beta^2)$ , ce qui conduit à :

$$N_{int}(t > t_0) = \frac{1}{\alpha - 2} \left( \frac{\Gamma}{H} \right)_{t=t_0} \quad (1.13)$$

---

4. Il ne doit pas être confondu avec l'horizon des particules et l'horizon des événements; ces notions sont définies en annexe A.1.

Pour  $\alpha > 2$ , une particule interagit moins d'une fois selon le processus décrit par  $\Gamma$  après le temps où  $\Gamma = H$ , ce qui permet de définir le temps de découplage comme celui pour lequel  $N_{int}(t > t_0) < 1$  par la relation :

$$\Gamma < H \quad (1.14)$$

Autrement dit, il y a découplage lorsque le temps moyen entre deux interactions  $\Gamma$  est plus grand que le temps de Hubble. Des résolutions exactes de l'équation de Boltzmann donnent des résultats proches [89].

Une espèce découplée garde la distribution qu'elle avait avant découplage, à ceci près que la température continue d'évoluer par l'effet de dilution due à l'expansion. On dit qu'une particule est "froide" lorsqu'elle est non relativiste lors de son découplage, "chaude" dans le cas contraire. Du fait de la diminution de la température, elle peut devenir non relativiste après son découplage, tout en gardant une distribution de particule relativiste. Au cours de l'histoire de l'Univers, sa température diminue, et on assiste au découplage d'espèces jusque là en équilibre thermodynamique. On reviendra dans le chapitre 2 sur le découplage des photons constitutifs du rayonnement à 3 K.

### Les grandes étapes de l'histoire thermique

Dans cette section, on présente les grandes étapes de l'évolution de l'Univers, selon le modèle cosmologique standard. La figure 1.1 résume l'ensemble.

- $T \simeq 10^{19} \text{ GeV}^5$  : c'est la fin de l'ère de Planck, pour des températures supérieures une théorie quantique de la gravitation est nécessaire.
- $T \simeq 10^{16} \text{ GeV}$  : pour des températures supérieures, les interactions électromagnétique, forte et faible sont unifiées : on utilise les Théories de Grande Unification (GUT). Les modèles inflationnaires prennent place à cette époque (voir chapitre 3). Pour des températures plus basses, on trouve la symétrie  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  du modèle standard de la physique des particules.
- $T \simeq 100 \text{ GeV}$  : en-dessous de cette température, les interactions électromagnétique et faible se découplent. Les accélérateurs de particules peuvent atteindre cette énergie. L'étude de l'Univers primordial est pour l'heure la seule possibilité d'explorer les énergies supérieures.
- $T \simeq 100 \text{ MeV}$  : à cette température, les quarks se confinent et forment les hadrons. Au-dessus, on a le plasma quark-gluon que l'on cherche actuellement à obtenir dans les accélérateurs.
- $T \simeq 1 \text{ MeV}$  : les neutrinos se découplent ; ils forment un rayonnement fossile à une température de 1.96 K.

---

5. Comme on se place dans le système d'unités où la constante de Boltzmann est égale à 1, les températures sont données en unité d'énergie. La relation avec les températures exprimées en kelvins est  $1 \text{ K} = 8.617385 \times 10^{-5} \text{ eV}$ .

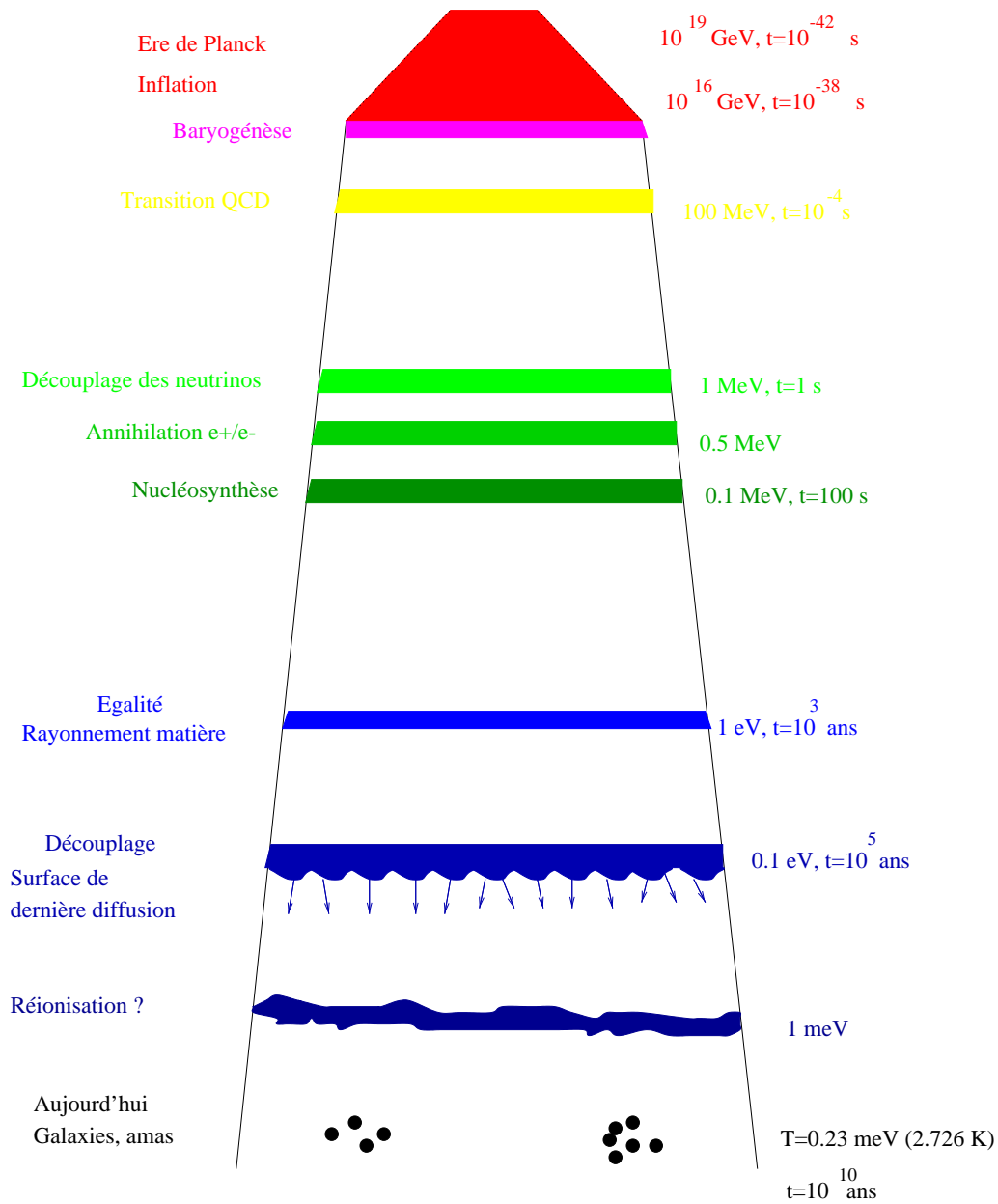


FIG. 1.1 – Les étapes les plus remarquables dans l'évolution de l'Univers. Les valeurs indiquées pour les températures ne sont que des ordres de grandeur, sauf pour la température actuelle, prise comme étant celle du CMB. De même, les temps indiqués dépendent des paramètres cosmologiques. D'après [14].

- $T \simeq 0.5 \text{ MeV}$  : à cette température se produit l’annihilation des positrons avec les électrons. Les photons produits donnent lieu à un réchauffage des particules en équilibre (photons, baryons).
- $T \simeq 0.1 \text{ MeV}$  : les premiers noyaux se forment, dans l’intervalle approximatif  $10^{-2} \text{ s} \rightarrow 10^2 \text{ s}$ . Cette nucléosynthèse primordiale (BBN) est l’un des principaux succès des modèles de Big Bang, car elle prédit des abondances pour les éléments légers en accord avec les observations pour un paramètre baryons sur photons  $\eta \approx 3.5 \cdot 10^{-10}$  [125].
- $T \simeq 6 \text{ eV}$  : c’est l’égalité matière-rayonnement. L’Univers, âgé de 1000 ans environ, est alors dominé par les particules non relativistes.
- $T \simeq 0.3 \text{ eV}$  : la température est suffisamment basse pour que les électrons puissent se lier aux noyaux, et former les premiers atomes. Les photons se découplent et forment le CMB. On y reviendra plus en détail dans le chapitre 2. A partir de ce point, la température de l’Univers ne peut plus être définie comme celle du système des particules en équilibre thermodynamique, puisque le dernier équilibre thermodynamique établi dans l’Univers entier vient d’être rompu ; on choisit alors de définir la température de l’Univers comme étant celle des photons fossiles du CMB.
- $T \simeq 0.01 \text{ eV}$  : formation des premières structures entre  $z = 50$  et  $z = 10$  environ, selon le scénario “bottom-up” (dans le sens galaxie, amas, superamas) actuellement favorisé<sup>6</sup>.
- $T \simeq 0.0002 \text{ eV} \simeq 3 \text{ K}$  : aujourd’hui, l’Univers est baigné par le rayonnement CMB.

### 1.1.5 Introduction des paramètres cosmologiques

Les équations de Friedmann suggèrent l’introduction des paramètres cosmologiques suivants, définis au temps présent (ce que signale l’indice 0).

**La constante de Hubble :**

$$H_0 \equiv \left( \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)_0 \quad (1.15)$$

La constante de Hubble a été historiquement définie [79] comme le coefficient de proportionnalité entre la distance des galaxies et leur vitesse de récession apparente, donnée par la loi de Hubble 1.1. En réalité, cette loi n’est valable que pour les galaxies proches. On utilise souvent le paramètre sans dimensions  $h_0$  :

$$H_0 = (100 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}) \times h_0 \quad (1.16)$$

---

<sup>6</sup>. Le scénario concurrent, appelé “top-down”, dans lequel les plus grandes structures se forment d’abord, rend difficilement compte de l’existence de quasars à  $z = 5$ .

**La densité critique :**

$$\rho_{c,0} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (1.17)$$

dont la valeur est  $1.05394 \times 10^{-5} h_0^2 \text{ GeV} / \cdot c^{-2} \cdot \text{cm}^{-3} = 1.87882 \times 10^{-38} h_0^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

**Les densités de matière et de constante cosmologique** , qui sont rapportées à la densité critique :

$$\Omega_{m,0} \equiv \frac{\rho_m}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_0}{3H_0^2} \quad (1.18)$$

$$\Omega_{\Lambda,0} \equiv \frac{\rho_{\Lambda}}{\rho_c} = \frac{\Lambda_0}{3H_0^2} \quad (1.19)$$

avec  $\rho_{\Lambda} = \Lambda/8\pi G$ . La matière inclut la matière baryonique (ordinaire)  $\Omega_b$ , la matière sombre non baryonique relativiste ou non relativiste  $\Omega_{HDM}$  et  $\Omega_{CDM}$ , les photons  $\Omega_{\gamma}$ .

**La densité totale :**

$$\Omega_0 = \sum_i \Omega_{i,0} \quad (1.20)$$

où les  $\Omega_i$  sont les densités de chaque type de matière ou d'énergie considéré. Avec ces notations, l'équation de Friedmann 1.7 devient :

$$\Omega(t) - 1 = \frac{\kappa}{H^2(t)a^2(t)} \quad (1.21)$$

On définit aussi  $\Omega_{\kappa} = \kappa/(H^2 a^2)$ . Il s'agit donc de la "densité de courbure" rapportée à la densité critique. Il apparaît une correspondance entre le signe de  $\kappa$  (et donc la courbure de l'Univers) et le signe de  $\Omega - 1$  :

$$\begin{cases} \kappa = +1 & \Rightarrow & \Omega > 1 & \text{Univers fermé} \\ \kappa = 0 & \Rightarrow & \Omega = 1 & \text{Univers plat} \\ \kappa = -1 & \Rightarrow & \Omega < 1 & \text{Univers ouvert} \end{cases} \quad (1.22)$$

L'évolution du facteur d'échelle selon la courbure est donnée sur la figure 1.2 dans le cas où la densité de matière domine les autres contributions à la densité totale. Dans les trois cas, il existe un temps  $t_{BB}$  pour lequel le facteur d'échelle s'annule, et où les grandeurs physiques (densité, température...) tendent

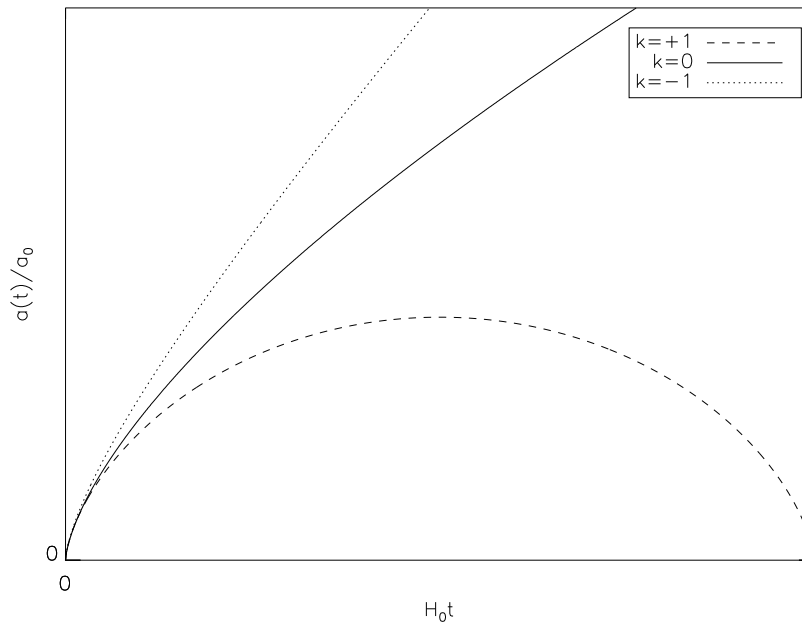


FIG. 1.2 – L'évolution du facteur d'échelle  $a(t)$  pour un Univers FRWL de courbure positive, négative ou nulle, et où la matière domine.

vers l'infini. Conventionnellement, on pose  $t_{BB} = 0$ . Cette singularité est le “Big Bang”. Il est toutefois important de noter que le temps conventionnel  $t = 0$  est en dehors du domaine de validité du modèle. Celui-ci suppose en effet que l'Univers est dominé par la gravitation telle que la décrit géométriquement la Relativité Générale. Or, pour un temps de l'ordre du temps de Planck  $t_{Pl} = (G\hbar/c^5)^{1/2} = 5.38 \cdot 10^{-44}$  s, les effets quantiques ne peuvent plus être négligés [131] et cette hypothèse n'est donc plus vérifiée.

### 1.1.6 Evolution des $\Omega_i$

L'équation 1.21 montre clairement que les paramètres  $H$ ,  $\Omega$  ne sont pas en général constants dans le temps. On fait l'hypothèse que chacun des fluides composant l'Univers, notamment le rayonnement, la matière, la constante cosmologique, obéissent à l'équation d'état  $p = \omega\rho$ , avec  $\omega$  indépendant du temps<sup>7</sup>. Pour simplifier, on supposera que la contribution d'un fluide à la densité totale domine les autres : en introduisant son équation d'état dans l'équation A.7, on obtient :

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (1.23)$$

Considérons le cas où  $\Omega = 1$ , qui constitue une des prédictions génériques des modèles inflationnaires (voir chapitre 3) ; l'équation de Friedmann 1.7 relative à

<sup>7</sup>. La constante cosmologique peut rentrer dans ce cadre avec  $\omega = -1$ .

la seule espèce considérée se réduit à :

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (1.24)$$

En y introduisant 1.23, on trouve l'évolution au cours du temps du facteur d'échelle :

$$a \propto t^{\frac{2}{3(1+\omega)}} \quad (1.25)$$

Selon la valeur de  $\omega$ , on trouve :

- $\omega = 1/3$  (rayonnement) :  $a \propto t^{\frac{1}{2}}$  et  $\rho \propto 1/a^4$
- $\omega = 0$  (matière) :  $a \propto t^{\frac{2}{3}}$  et  $\rho \propto 1/a^3$
- $\omega = -1$  (constante cosmologique)  $a \propto \exp(H_0 t)$  et  $\rho = cst.$

Dans la mesure où la densité de matière diminue en  $a^{-3}$  alors que celle de rayonnement diminue en  $a^{-4}$ , on peut diviser l'histoire de l'Univers en deux époques distinctes : l'ère radiative, où  $\rho_r \gg \rho_{mat}$  ; et l'ère de matière, où  $\rho_{mat} \gg \rho_r$ . La frontière entre les deux époques définit le temps  $t_{eq}$  pour lequel  $\rho_{mat} = \rho_r$ .

## 1.2 Les observations : un état des lieux

La détermination des paramètres cosmologiques a commencé avec les travaux de Hubble<sup>8</sup> avant guerre [79] et ceux de Sandage [149], dans les années soixante, portant sur  $h$  et le paramètre de décélération  $q \equiv dH^{-1}/dt - 1$ . Toutefois, le manque de données et l'importance des incertitudes liées notamment aux effets d'évolution [118] rendaient les contraintes sur les paramètres assez lâches (de l'ordre d'un facteur 2). La situation a considérablement évolué depuis quelques années. En outre, il est apparu que l'Univers contient vraisemblablement d'autres particules que celles constituant la matière baryonique ordinaire.

La présente section a pour but de dresser un rapide état des lieux.

### 1.2.1 L'âge de l'Univers

Une limite inférieure à l'âge de l'Univers peut être donnée par la détermination de l'âge de ses plus vieux objets actuellement observables, à savoir les étoiles des halos galactiques ou des amas globulaires. Des mesures récentes portant sur les étoiles pauvres en métal<sup>9</sup> du halo galactique, utilisant les désintégrations d'éléments radioactifs ( $^{232}\text{Th}$  ou  $^{238}\text{U}$ ) donnent pour ces étoiles un âge de  $15.6 \pm 4.6 \times 10^9$  ans [166] ou  $12.5 \pm 3 \times 10^9$  ans [38] en accord avec l'âge des amas globulaires

<sup>8</sup>. qui avait d'abord estimé  $h$  à 5, en désaccord avec les estimations de l'âge des plus vieux fossiles terrestres.

<sup>9</sup>. Rappelons qu'en astrophysique, on appelle métal tout atome de nombre atomique supérieur à 3, dont l'abondance actuelle provient essentiellement de la nucléosynthèse stellaire.

( $11.5 \pm 1.3 \times 10^9$  ans [39], estimation faite en combinant plusieurs méthodes). Pour obtenir l'âge de l'Univers, il faut ajouter le temps de formation des premières étoiles, soit de l'ordre de  $0.2 - 2 \times 10^9$  ans.

### 1.2.2 La constante de Hubble

Récemment, le *Hubble Space Telescope Key Project* a présenté ses résultats concernant  $H_0$  [59]. La méthode est basée sur la mesure de distance de 18 galaxies proches contenant des variables céphéides, dont la loi période -luminosité est par ailleurs étalonnée localement. Le résultat est  $H_0 = 72 \pm 3 \pm 7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ .

D'autres méthodes aboutissent à des valeurs un peu inférieures. Des mesures utilisant l'effet Sunyaev-Zel'dovich indiquent  $H_0 \sim 60 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ , avec des incertitudes systématiques de l'ordre de 30% [37]. Les lentilles gravitationnelles fournissent des résultats dépendant de la modélisation du phénomène, du système observé et du jeu de paramètres  $\Omega_m, \Omega_\Lambda$  choisi. Les valeurs trouvées pour deux systèmes différents sont  $H_0 \sim 61 \pm 11 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  [174],  $H_0 \sim 65 \pm 7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  pour  $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$  [91]. Les mesures des anisotropies du CMB ne contraignent  $H_0$  que de manière assez indirecte, via  $\Omega_b h^2$  et  $\Omega_{CDM} h^2$  ou par l'effet Sachs-Wolfe intégré (voir section 2.6 page 50). Les valeurs préférées par les auteurs de Boomerang et Maxima sont comprises entre 60 et 70 [123][99].

### 1.2.3 La densité totale

Les anisotropies du CMB sont par excellence le moyen idéal pour mesurer la courbure de l'Univers (voir section 2.6 page 50), car la position du premier pic acoustique sur le spectre de puissance  $C_\ell$  des anisotropies en est fortement dépendant. Le tableau 1.1 regroupe les valeurs trouvées par Boomerang, Maxima et Dasi pour les paramètres cosmologiques les mieux contraints par le CMB. Toutes ces mesures sont compatibles<sup>10</sup> avec l'hypothèse  $\Omega_0 = 1$ .

TAB. 1.1 – *Les résultats d'ajustements de paramètres pour les données Boomerang, Maxima et Dasi, sous l'hypothèse d'une contribution négligeable des ondes gravitationnelles au spectre de puissance angulaire des anisotropies en température du CMB. La compilation provient de [156].*

Expérience	$\Omega_b h^2$	$\Omega_{CDM} h^2$	$\Omega_0$	$n_s$	A priori	Référence
Dasi	$.022_{-.003}^{+.004}$	$.14 \pm .04$	$1.04 \pm .06$	$1.01_{-.06}^{+.08}$	$h > 0.45; \tau = 0$	[139]
Boomerang	$.022_{-.003}^{+.004}$	$.13 \pm .05$	$1.02 \pm .06$	$0.96_{-.09}^{+.10}$	$0.4 < h < 0.9$	[123]
Maxima	$.030_{-.005}^{+.009}$	$.20_{-.05}^{+.10}$	$1.08_{-.04}^{+.16}$	$1.00_{-.15}^{+.12}$	$0.4 < h < 0.9$	[12][13]

10. Il faut cependant noter que ceci suppose que les perturbations de densité donnant naissance aux anisotropies en température sont adiabatiques et gaussiennes, comme cela est prédit par les modèles les plus simples d'inflation (voir chapitre 3). Une proportion de modes isocourbures, qui pourrait être contrainte par des mesures de polarisation du CMB [32], modifierait ces valeurs [165].



## 1.2.4 Composition et densité de la matière

### La nucléosynthèse primordiale

La nucléosynthèse primordiale (BBN) est l'un des principaux succès du modèle de Big Bang, car elle prédit correctement l'abondance des éléments légers. Elle fournit également une estimation de  $\Omega_b h^2$ .

A  $t \simeq 0.1$  MeV, on forme successivement : le deutérium, le tritium, l'hélium 3 et 4, le lithium 6 et 7. La nucléosynthèse primordiale prédit le rapport en abondance ou en masse entre chacun de ces éléments et l'hydrogène ; par exemple, pour un temps de vie du neutron de 887 s et un nombre de familles de neutrinos de 3 [3], le rapport de masse entre l'hélium 4 et l'hydrogène est [150][125] :

$$Y_P \equiv \frac{m_{He}}{m_H} = 0.244 + 0.01 \ln \frac{\eta}{5 \cdot 10^{-10}} \quad (1.26)$$

Le paramètre  $\eta$ , qui est le rapport entre le nombre de baryons (moins le nombre d'antibaryons) et le nombre de photons, est ajusté de manière à rendre compte des observations : on trouve  $\eta \approx 3.5 \cdot 10^{-10}$  [125]. Les éléments plus lourds, synthétisés d'abord dans les étoiles jusqu'au Fer, puis dans les supernovae pour les éléments plus lourds, ont une abondance négligeable. La densité de photons étant très bien connue grâce à la mesure de la température du CMB [117] qui donne  $\Omega_\gamma h^2 = 2.46 \cdot 10^{-5}$ , la nucléosynthèse primordiale permet donc de fixer une contrainte forte sur la densité de matière baryonique [36] à 95% de degré de confiance :

$$0.017 \leq \Omega_b h^2 \leq 0.024 \quad (1.27)$$

ce qui implique, pour une valeur de  $h$  de 0.7, que  $\Omega_b$  est inférieur à 0.05.

### La matière noire

Plusieurs faits expérimentaux attestent que la matière lumineuse ne constitue qu'une petite partie de la matière de l'Univers, estimée à  $\Omega_{\text{lum}} h_0 = 0.0027 \pm 0.0014$  [62], et qu'il existe donc une matière sombre. Celle-ci peut être détectée par ses effets gravitationnels, ou par interaction faible. On peut entre autres citer les observations suivantes :

- La distribution des vitesses des étoiles et des nuages de gaz en bord de disque des galaxies spirales (par exemple NGC6503 [15]) est quasi uniforme et non képlérienne, ce qui témoigne de l'existence d'un halo s'étendant jusqu'à dix rayons galactiques [82].
- Les vitesses des galaxies dans les amas sont supérieures aux vitesses d'échappement calculées avec la matière lumineuse, alors que les amas sont trop nombreux pour être des structures éphémères. Historiquement, cette observation a conduit Zwicky en 1933 à postuler pour la première fois l'existence de matière non lumineuse [175] .

- Les observations de supernovae à grand redshift donnent une valeur de  $\Omega_M$  supérieure à la densité de matière lumineuse [135].
- On observe des galaxies jusqu'à des redshifts de 5 ; or les anisotropies du CMB dues aux fluctuations de densité de la matière ordinaire sont trop petites pour expliquer une formation aussi précoce des grandes structures.

Une portion de cette matière noire peut être de la matière ordinaire (baryonique), sous forme de petites étoiles naines blanches<sup>11</sup> ou brunes<sup>12</sup>, de trous noirs ou de planètes. Ces objets sont collectivement appelés MACHOs (MASSive Cold Halo Object) et peupleraient le halo galactique. Certains ont été détectés par des effets de lentilles gravitationnelles sur des étoiles des Nuages de Magellan. Cependant l'expérience Eros [97] fixe à 10% (95% de degré de confiance) la limite supérieure de la proportion de la densité du halo de notre Galaxie formée d'objets de masse comprise entre  $10^{-7}$  et  $10^{-1}$  masse solaire [97]. L'expérience Machos [7] arrive à des résultats similaires. En outre, on a vu que la nucléosynthèse primordiale fixe comme limite supérieure  $\Omega_b < 0.05$ . On en déduit donc qu'une part importante de la matière de l'Univers (jusqu'à 83% de la matière totale ou 25% de la densité totale pour les modèles inflationnaires avec  $\Omega_\Lambda = 0.7$  et  $\Omega_0 = 1$ ) se trouve sous forme exotique. L'existence d'une telle matière permet en outre de résoudre le problème de la formation de grandes structures.

Selon que les particules de cette matière hypothétique sont relativistes ou non lorsque l'horizon atteint la taille d'une galaxie, on parle de matière sombre chaude (en abrégé HDM) ou de matière sombre froide (en abrégé CDM). La HDM pourrait être constituée de neutrinos si ceux-ci ont une masse ; une contribution majoritaire de HDM poserait toutefois des problèmes de formation des structures. Aussi, dans la suite de cette thèse, on s'intéressera surtout à la CDM. Parmi les candidats figurent :

- l'axion, qui est un boson scalaire ou pseudo-scalaire invoqué dans les théories de la violation CP ;
- les wimpzillas [41], particules de masse comprise entre 100 GeV et  $10^{14}$  GeV, pouvant être produites durant les phases de préchauffage et réchauffage en fin d'inflation ;
- les WIMPs (Weakly Interactive Massive Particle, particule massive interagissant faiblement), parmi lesquels on retiendra la LSP (Lightest Supersymmetric Particle), qui est la particule la plus légère des théories supersymétriques (SUSY) [124], et donc susceptible d'être encore présente aujourd'hui sous forme fossilisée ; le candidat le plus souvent évoqué est le neutralino.

La détection directe de WIMPs fait actuellement l'objet d'expériences parmi lesquelles on peut citer Edelweiss [40], CDMS [2], DAMA [22], ainsi que d'autres en développement, dont Mache3 [119].

---

11. cadavre d'une étoile de type solaire

12. étoile trop légère pour amorcer son cycle de réactions thermonucléaires

### Mesures de $\Omega_m$

Les valeurs trouvées par les expériences CMB (voir tableau 1.1) pour  $\Omega_b h^2$  sont en accord avec celles résultant des prédictions de la nucléosynthèse primordiale [36]. Par ailleurs, on combinant avec des valeurs de  $h$  comprises entre 0.6 et 0.7, on obtient que  $\Omega_m$  est nettement inférieur à 1 (entre 0.3 et 0.5), ce qui est cohérent avec les résultats portant sur les supernovae de type Ia compte tenu de la contrainte sur la courbure. Une valeur basse de  $\Omega_m$  (environ 0.3) est également suggérée par de nombreux types d'observations [132][44] (dynamique des amas, lentilles gravitationnelles...). Par exemple, le *Two-degree Field* (2dF) a trouvé  $\Omega_m = 0.27 \pm 0.06$  [168] en étudiant la distribution des galaxies sur les échelles allant jusqu'à plusieurs centaines de mégaparsecs. De telles études portant sur les structures à grande échelle (LSS), jointes aux mesures des anisotropies du CMB, permettent en outre de contraindre le spectre des fluctuations de densité. D'après les modèles inflationnaires les plus simples, il peut être mis sous la forme d'une loi de puissance où l'exposant, l'indice spectral scalaire  $n_s$ , est proche de 1 (voir chapitre 3). Toutefois, les données sur les anisotropies du CMB concernant  $n_s$  sont affectées de dégénérescences marquées avec l'épaisseur optique depuis la dernière diffusion  $\tau$  [12], ainsi qu'avec le rapport  $r$  des puissances des fluctuations scalaires et tensorielles  $r$ , qui pourraient être levée par des mesures portant sur une large couverture du ciel, comme celles d'Archeops.

### 1.2.5 La constante cosmologique

Assurément l'une des avancées majeures de ces dernières années est la mesure du paramètre de décélération  $q \equiv dH^{-1}/dt - 1$ . Les mesures portent sur le diagramme de Hubble de supernovae de type Ia à grand redshift, et ont été menées par deux équipes, le *Supernova Cosmology Project* [136][135] et le *High-Z SN Search Team* [145][55]. Ces supernovae peuvent servir de chandelles standard, en raison du phénomène physique qui les produit (l'explosion se produit pour la masse critique de Chandrasekhar) et de l'existence d'une corrélation entre leur maximum de luminosité et la forme de leur courbe de luminosité (cependant, les différentes méthodes utilisées pour exploiter cette corrélation ne s'accordent pas parfaitement [100]). Pour des redshifts autour de 0.5, on contraint  $0.8\Omega_\Lambda - 0.6\Omega_m$ . La figure 1.3 montre le résultat du Supernova Cosmology Project dans le plan  $\Omega_m, \Omega_\Lambda$ . L'hypothèse  $\Omega_\Lambda = 0$  y est exclue à plus de 90% quelle que soit la valeur considérée pour  $\Omega_M$ . En imposant la contrainte d'un Univers plat ( $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ ), ce que semblent privilégier les observations des anisotropies du CMB, l'hypothèse  $\Omega_\Lambda = 0$  est exclue à plus de 99%. En combinant ces résultats à l'hypothèse de platitude, on aboutit au modèle  $\Lambda$ CDM actuellement considéré comme le nouveau modèle standard:  $\Omega_m \approx 0.3$  et  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ . La découverte accidentelle d'une supernova dans le Hubble Deep Field à  $z \sim 1.7$  semble par ailleurs privilégier cette hypothèse par rapport aux autres explications avancées comme les effets d'évolution ou l'absorption le long de la ligne de visée [146]. Cette dernière supernova montre en tout cas l'intérêt des observations à haut redshift à des fins

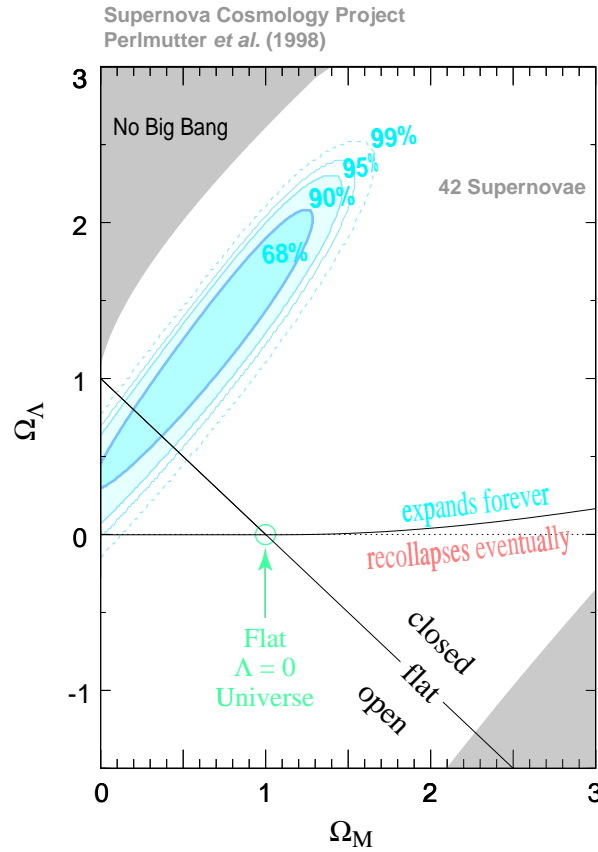


FIG. 1.3 – Diagramme obtenu par [136] en utilisant 42 supernovae entre les redshifts 0.008 et 1. La mesure étant sensible au paramètre de décélération, les ellipses de confiance sont dégénérées en  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ . La droite  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  provient de l'hypothèse de platitude, en accord avec les observations des anisotropies du CMB. L'hypothèse  $\Omega_\Lambda = 0$  est exclue à plus de 90%.

cosmologiques, ce qui sera l'objectif de la mission satellite SNAP<sup>13</sup>.

Ces avancées observationnelles ne font qu'aiguiser les interrogations quant à la nature exacte de  $\Lambda$ . Ce terme avait été à l'origine introduit par Einstein afin de contrebalancer l'expansion et obtenir un Univers statique, puis a été jusqu'à ces dernières observations considéré comme nul ou négligeable. Son interprétation physique est en effet problématique. On la considère comme représentant l'énergie du vide, mais un calcul dans le cadre de la physique quantique conduirait alors à une énergie associée de l'ordre de la masse de Planck, soit 120 ordres de grandeurs au-dessus de ce qu'indiquent les observations. Ceci est connu sous le nom de problème de la constante cosmologique [171]. Une autre question associée à  $\Lambda$  provient du fait que les contributions de la constante cosmologique et de la matière à la densité de l'Univers sont actuellement comparables, alors que leurs évolutions

13. Supernova Acceleration Probe. La mission est encore au stade de la proposition. La page web est <http://snap.lbl.gov>.

temporelles suivent des lois différentes (voir section 1.1.6). Il s'agit du problème de la coïncidence, relié au problème anthropique.

Parmi les solutions envisagées à ce double problème figure la quintessence [141]. Il s'agit d'un champ scalaire  $\phi$  dont l'équation d'état est  $p_\phi = \omega_\phi \rho_\phi$  avec  $\omega_\phi$  dépendant du temps. Pour un potentiel exponentiel, la densité du champ scalaire suit la loi d'évolution  $\rho_\phi \sim a^{-4}$  durant l'ère radiative,  $\rho_\phi \sim a^{-3}$  durant l'ère matérielle [141], ce qui résout le problème de la coïncidence. Un potentiel en loi de puissance permet aussi de résoudre ce problème, et de rendre compte d'une valeur actuelle de  $\Omega_\phi \sim 0.7$  avec  $\omega_\phi \sim -0.8$  [30]. Les modèles de quintessence ressemblent beaucoup aux modèles inflationnaires (voir chapitre 3), et l'identité du champ scalaire responsable de la quintessence demeure problématique comme pour l'inflation. Les paramètres du potentiel doivent en outre être ajustés pour rendre compte des observations.

On regroupe la constante cosmologique et les formes d'énergie comme la quintessence sous le terme d'énergie noire. Elle est décrite par deux paramètres,  $\Omega_\phi$  et  $\omega_\phi$ . Dans la suite de cette thèse, on se limitera au cas où l'énergie noire est vraiment une constante cosmologique, ce qui revient à poser  $\omega_\phi = -1$ .

## 1.3 Conclusion

Le modèle du Big Bang est aujourd'hui le modèle disponible le plus adapté pour décrire l'évolution de l'Univers. L'accord entre les rapports d'abondance des éléments légers et la prédiction de la nucléosynthèse primordiale, l'existence du rayonnement de fond à 3 K participent à sa crédibilité. Cependant, on verra au chapitre 3 qu'il présente des insuffisances, connues comme étant les problèmes de l'horizon, de l'homogénéité et de la platitude, et qui amènent à postuler le déroulement d'un épisode inflationnaire postérieurement à l'ère de Planck.

Mais ce cadre théorique peut donner lieu à différents sous-modèles différant par leurs paramètres cosmologiques. La contrainte de ces paramètres a fait récemment des progrès considérables, et l'expérience Archeops, mesurant les anisotropies du CMB, s'inscrit dans cette démarche.



# Chapitre 2

## Le CMB : théorie et phénoménologie

L'existence du fond diffus cosmologique (CMB) avait été postulée par Gamow, Alpher et Herman [63][9][8] dans le cadre du modèle de Big Bang chaud. Sa détection a été effectuée par hasard par Penzias et Wilson [133] lors de tests d'une antenne de la Bell Company, découverte interprétée par Dicke et Peebles [46] en 1965. La prédiction de ce fossile de l'Univers primordial est l'un des succès les plus marquants du modèle de Big Bang chaud. Il constitue également une source remarquable de contraintes sur les paramètres du modèle cosmologique standard.

Dans ce chapitre, on présentera la théorie du CMB, en s'attachant essentiellement aux processus physiques à l'origine de son spectre de corps noir et de ses anisotropies angulaires, ainsi qu'aux raisons de son utilité dans la détermination des paramètres cosmologiques.

### 2.1 Les interactions photons-baryons

#### 2.1.1 Les trois principaux processus d'interaction

L'accord du spectre des photons CMB, tel que mesuré par COBE, avec une loi de corps noir à  $T_0 = 2.725 \pm 0.002$  (95% C. L.) [117] est particulièrement remarquable, comme le montre la figure 2.1, où les barres d'erreurs sont portées à  $400\sigma$ . Il s'agit du spectre le plus proche dans la nature du spectre théorique de corps noir. Dans cette section, on décrira les processus dans l'Univers primordial conduisant à un tel spectre.

Après l'annihilation électrons-positrons à une température critique de 0.5 MeV, l'Univers contient selon le modèle actuellement accepté de la matière noire (non baryonique froide), des électrons, des protons, des noyaux atomiques plus lourds issus de la nucléosynthèse primordiale (deutérium, hélium, lithium), et des photons. Comme il a été indiqué en section 1.2.4, l'accord entre les prédictions de la nucléosynthèse primordiale et les observations des abondances relatives des éléments légers se fait en prenant comme rapport entre le nombre de baryons

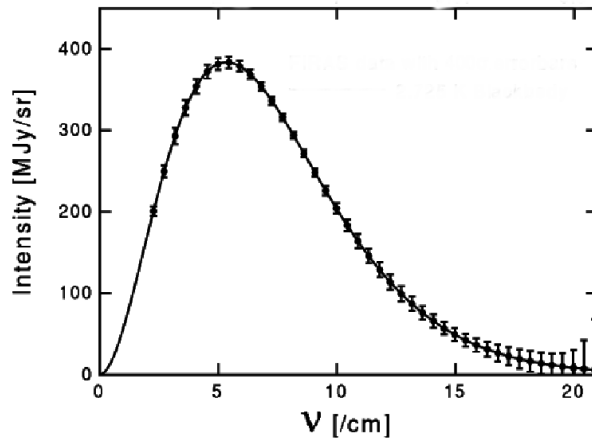


FIG. 2.1 – Le spectre du CMB mesuré par *Cobe/Firas*. Les barres d’erreurs sont à  $400\sigma$ . La ligne continue représente le spectre d’un corps noir à  $2.725\text{ K}$ .

(moins le nombre d’antibaryons) et le nombre de photons  $\eta \approx 3.5 \cdot 10^{-10}$  [125]. Les baryons forment un plasma en interaction avec les photons. On parle de régime de couplage fort (“tight coupling” en anglais) qui se définit en disant que le temps moyen entre deux interactions photon-matière est court devant les échelles de temps pertinentes, à savoir l’échelle de temps de l’expansion  $H^{-1}$ , le temps de traversée par la lumière d’un mode de Fourier de fluctuation de densité  $(ck)^{-1}$  et le temps mis par le son pour parcourir un mode  $(c_s k)^{-1}$ . Le régime de libre diffusion (“free streaming” en anglais) est défini au contraire par un temps moyen entre deux interactions photon-matière long devant les mêmes échelles.

L’interaction dominante entre les photons et les baryons est la diffusion Compton des photons sur les électrons  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ , décrite par la section efficace non relativiste Thomson  $\sigma_T$ . La section efficace de diffusion sur les protons est réduite par rapport à  $\sigma_T$  d’un facteur  $m_e/m_p \sim 5.4 \times 10^{-4}$ , ce qui conduit à négliger ce processus.

L’évolution de la fonction de distribution des photons  $n_\gamma$  est décrite par l’équation de transport de Boltzmann. L’approximation de Fokker-Planck conduit pour la diffusion Compton photon-électron à l’équation de Kompaneets [90][131] :

$$\frac{\partial n_\gamma}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left( \frac{\partial n_\gamma}{\partial x} + n_\gamma + n_\gamma^2 \right) \quad (2.1)$$

où  $x$  est la fréquence réduite  $x \equiv h\nu/kT_e$ ,  $T_e$  étant la température des électrons. Le paramètre Compton  $y$  est donné par :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{kT_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T c dt \quad (2.2)$$



La solution d'équilibre correspondant à  $\partial n_\gamma / \partial y = 0$  de 2.1 est la distribution de Bose-Einstein :

$$n_\gamma^{BE}(x) = \frac{1}{\exp(x + \mu_\lambda) - 1} \quad (2.3)$$

Le potentiel chimique  $\mu_\lambda$  est alors fixé par le nombre total de photons ; comme l'interaction Compton conserve le nombre de photons, elle ne peut rendre compte à elle seule du spectre de corps noir des photons du CMB, ce qui impliquerait  $\mu_\lambda = 0$ . L'obtention d'un spectre de corps noir nécessite une source de photons, qui peut être le rayonnement de freinage (bremsstrahlung) ou la double diffusion Compton  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- + \gamma$ . Ces deux processus comportent un vertex de plus que la diffusion Compton : ils sont donc sous-dominants, mais la distribution d'équilibre à laquelle ils conduisent est bien une loi de corps noir. Comme le taux de réaction du rayonnement de freinage est réduit d'un facteur  $\eta$  par rapport à celui de la double diffusion Compton, c'est ce dernier processus qui fixe le redshift de thermalisation à [14] :

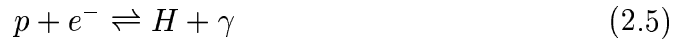
$$z_T \simeq 5 \times 10^6 (\Omega_b h)^{-1/3} \quad (2.4)$$

Si de l'énergie était apportée pour des redshifts inférieurs, on aurait une distorsion par rapport à un spectre de corps noir. FIRAS a apporté des limites très fortes sur de telles distorsions : par exemple, le potentiel chimique est contraint à  $|\mu_\lambda|/T_\lambda \leq 0.9 \times 10^{-4}$  à 95% de degré de confiance [57]. Le fait que le CMB ait aujourd'hui une distribution de corps noir confirme donc qu'il n'y a pas eu de processus fortement exoénergétique entre la thermalisation et la dernière diffusion.

### 2.1.2 Recombinaison et dernière diffusion

Après thermalisation, deux événements font passer les photons du régime de couplage fort à la libre diffusion. Il s'agit de la recombinaison et du découplage.

Le terme recombinaison, quoique consacré par l'usage, est en réalité bien mal choisi, car il désigne la première combinaison des électrons et noyaux en atomes. Afin de montrer le mécanisme de la recombinaison, on considère un Univers simplifié constitué de protons, d'électrons et de photons. La réaction d'équilibre est :



où les densités en nombre de chaque espèce  $i$  (proton, électron ou hydrogène) sont données par (voir appendice A.3) :

$$n_i = g_i \left( \frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{\frac{\mu_i - m_i}{T}} \quad (2.6)$$

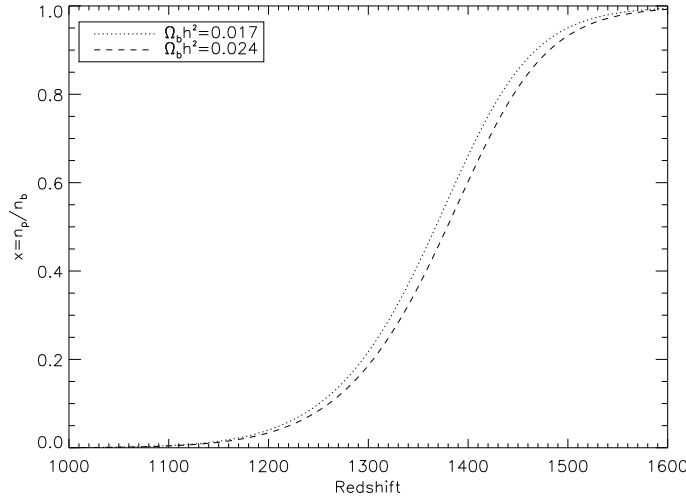


FIG. 2.2 – Evolution du paramètre d'ionisation  $x = n_p/n_b$  (voir texte) en fonction du redshift, selon l'équation de Saha 2.7.

où  $g_e = g_p = 2$  et  $g_H = 4$ . On écrit ensuite l'équilibre chimique  $\mu_p + \mu_e = \mu_H$  (les photons suivent une loi de corps noir  $n_\gamma = 2\zeta(3)T^3/\pi^2$  avec donc  $\mu_\gamma = 0$ ), la neutralité électrique  $n_e = n_p$ , la conservation du nombre baryonique  $n_b = n_H + n_p$ , la relation entre les masses et l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène  $E_I = m_e + m_p - m_H$ , le rapport  $\eta \approx 2.68 \times 10^{-8} \Omega_b h^2$  [125] entre le nombre de baryons (et d'antibaryons) et le nombre de photons. En définissant le paramètre d'ionisation par  $x \equiv n_p/n_b$ , on aboutit à l'équation de Saha [131] :

$$\frac{1-x}{x^2} = \frac{4\sqrt{2}\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \eta \left(\frac{T}{m_e}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_I}{T}\right) \quad (2.7)$$

La recombinaison n'est pas un processus instantané, même si la transition  $x = 1 \rightarrow x = 0$  est assez rapide, voir figure 2.2. En prenant comme critère  $x = 0.1$  (90% des électrons sont combinés), on trouve pour  $0.017 \leq \Omega_b h^2 \leq 0.024$  que  $z_{rec} \sim 1250$ . On peut noter que ce redshift correspond à une énergie de 0.3 eV environ, donc bien inférieure à l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène. Cette contradiction apparente est levée en se rappelant d'une part que les photons ne sont pas monoénergétiques, mais suivent une distribution de corps noir, et d'autre part que le nombre de photons est très supérieur au nombre de baryons et d'antibaryons, puisque  $\eta \ll 1$ . Même à des énergies inférieures à l'énergie d'ionisation, il reste donc suffisamment de photons assez énergétiques pour ioniser les atomes d'hydrogène.

Ce traitement, s'il montre bien le mécanisme de base de la recombinaison, est cependant fortement simplifié : en toute rigueur, il faudrait inclure la recombinaison de l'hélium [76][25]. Il existe un autre effet qui complique le calcul [130][93]. La capture d'un électron dans l'orbitale 1s par un proton conduit à l'émission d'un

photon à 13.6 eV. Si l'électron est capturé sur une orbitale d'énergie supérieure, la désexcitation de l'atome d'hydrogène conduit à l'émission de photons de la série de Lyman. Ces photons ont une probabilité élevée d'exciter un autre atome d'hydrogène, avec pour conséquence de retarder la recombinaison vers  $z_{rec} \sim 1050$  [131].

Durant la recombinaison, les photons sont encore couplés aux électrons libres résiduels par la diffusion Compton. Le découplage est caractérisé par  $\Gamma > H$ , ou en terme de libre parcours moyen des photons par  $l_\gamma > c \times t_{dec}$ , où  $t_{dec}$  est l'âge de l'Univers au moment du découplage. On a  $l_\gamma^{-1} \sim n_e \sigma_T$ , où  $\sigma_T$  est la section efficace Thomson. En écrivant que  $n_e = x\eta n_\gamma$  et  $t_{Univers} = \frac{2}{3} H_0^{-1} (\Omega_0 h^2)^{-1/2} (1 + z_{dec})^{-3/2}$  s dans un Univers dominé par la matière, on trouve  $z_{dec} \sim 1100$  soit  $t_{dec} \sim 400\,000$  ans et une température de  $T \sim 3000$  K. Ce découplage correspond à la surface de dernière diffusion  $\eta_{LS} = cst$ ,  $\eta_{LS}$  désignant ici le temps conforme au moment de la dernière diffusion, ce qui exprime le fait que ces photons n'ont essentiellement pas subi d'interaction depuis lors, et qu'ils conservent donc aujourd'hui la même distribution qu'à  $t_{dec}$ , reflétant en particulier les anisotropies de densité de l'époque. Le mot de surface est cependant approximatif, car la surface de dernière diffusion possède une épaisseur de  $z \sim 100$  : la recombinaison n'est en effet pas instantanée.

### 2.1.3 Conservation du spectre de corps noir

Au moment du découplage, les photons suivent une loi de corps noir. On veut étudier l'évolution de cette distribution dans le cadre du modèle cosmologique standard. Considérons à un temps  $t$  une population de photons sans interaction (fossilisés) avec une loi de corps noir de température  $T$  dans un volume  $V$ . La densité à une fréquence  $\nu$  est :

$$n(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (2.8)$$

A un temps ultérieur  $t_0$ , la distribution est  $n_0(\nu_0, T_0)$ , que l'on veut expliciter. La conservation du nombre de photons s'écrit :

$$V_0 n_0(\nu_0, T_0) d\nu_0 = V n(\nu, T) d\nu \quad (2.9)$$

L'évolution de  $V$  et de  $\nu$  s'écrit à l'aide du redshift  $z$  :

$$V_0 = V(1+z)^3 \quad ; \quad \nu_0 = \frac{\nu}{1+z} \quad (2.10)$$

la dernière relation n'étant autre que la définition du redshift. Ceci donne :

$$n_0(\nu_0, T_0) = \frac{n(\nu, T)}{(1+z)^2} \quad (2.11)$$

En remplaçant  $n(\nu, T)$  par son expression 2.8 et en utilisant la deuxième relation de 2.10, on trouve :

$$n_0(\nu_0, T_0) = \frac{8\pi\nu_0^2}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu_0(1+z)}{kT}\right) - 1} \quad (2.12)$$

qui montre que les photons gardent une loi de corps noir avec une température décroissante :

$$T_0 = \frac{T}{1+z} \quad (2.13)$$

Comme les photons et les baryons sont les dernières particules à se découpler, il n'y a plus d'équilibre thermodynamique après la fossilisation des photons. On prend alors comme définition de la température de l'Univers la température du rayonnement fossile qui évolue selon 2.13.

Cette évolution de la température du CMB donne lieu à une possibilité de tester le scénario dans son ensemble, en mesurant la température pour des redshifts élevés. Récemment, des mesures utilisant les spectres en absorption des niveaux excités de  $C$ ,  $C^+$  et  $H_2$  dans des nuages éclairés par des quasars en arrière-plan ont donné  $T_{CMB} = 10 \pm 4$  K à  $z = 2.338$  [155] et  $T_{CMB} = 12.1_{-3.2}^{+1.7}$  K à  $z = 3.025$  [121], en accord avec la mesure de  $T_0$  et son évolution selon l'équation 2.13 (donnant respectivement 9.1 K et 11.0 K).

## 2.2 Les anisotropies primaires

On appelle anisotropies primaires les anisotropies du CMB dont l'origine remonte à la surface de dernière diffusion et ont été gelées lors du découplage. Ce qualificatif s'oppose aux anisotropies secondaires, que l'on abordera en section 2.3, qui traduisent des phénomènes physiques se déroulant après le découplage.

Ce sont les anisotropies primaires, dont l'amplitude relative est de l'ordre de  $10^{-5}$ , qui sont les plus riches en renseignements sur les paramètres cosmologiques. Le but de la présente section est de présenter comment les fluctuations scalaires ou tensorielles générées par exemple par l'inflation conduisent aux anisotropies en température du CMB, en soulignant l'influence des différents paramètres cosmologiques. On préférera, comme dans [33], les formulations simplifiées mettant en lumière la physique sous-jacente à un traitement plus rigoureux mais fortement technique, que l'on pourra trouver par exemple dans [77][52].

### 2.2.1 Les perturbations scalaires et tensorielles

Dans la mesure où les perturbations sont de petite amplitude, les calculs se font dans le cadre de l'approximation linéaire. Ce point est très important, car il

en découle que l'amplitude des anisotropies dépend linéairement des paramètres cosmologiques ou de leurs combinaisons. C'est la raison pour laquelle les anisotropies du CMB constituent un outil puissant pour contraindre les paramètres cosmologiques.

Une autre conséquence est que les modes de Fourier évoluent indépendamment : les relations qui suivent sont donc en général écrites dans l'espace de Fourier. Par exemple, on appellera  $\Theta_{\vec{k}}$  ou  $\Theta$  la transformée de Fourier du scalaire  $\Theta$ . Du fait de l'isotropie,  $\Theta_{\vec{k}}$  ne dépend que de  $k$ , le module de  $\vec{k}$ , et du temps conforme  $\eta$ . Le point signale la dérivation par rapport à  $\eta$ . On supposera que la métrique se décompose en :

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + a^2 h_{\mu\nu} \quad (2.14)$$

où  $\bar{g}_{\mu\nu}$  est la métrique de Robertson-Walker  $\bar{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -a^2 d\eta^2 + a^2 \gamma_{ij} dx^i dx^j$  et  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ . On notera avec une barre les grandeurs (densité, pression...) relatives à la solution des équations d'Einstein pour la métrique de Robertson-Walker, c'est-à-dire aux équations de Friedmann. La perturbation  $h_{\mu\nu}$  peut se décomposer en modes indépendants : scalaire, vectoriel<sup>1</sup> et tensoriel, avec une liberté de jauge.

Pour le mode scalaire, dans la jauge dite newtonienne (ou longitudinale), on introduit les potentiels (invariants de jauge) de Bardeen  $\Psi$  et  $\Phi$ , qui sont respectivement le potentiel newtonien dans la limite newtonienne, d'où le nom de la jauge, et la perturbation à la courbure, de sorte que la perturbation scalaire à la métrique s'écrit [52] :

$$h_{\mu\nu}^s = -2\Psi d\eta^2 + 2\Phi \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad (2.15)$$

Dans le cas isotrope,  $\Phi = -\Psi$  [77].

Pour une espèce non relativiste dans un Univers plat, par exemple la CDM, dont on désignera par  $\delta$  le contraste en densité  $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$  où  $\bar{\rho}$  est la solution homogène, et  $v$  le champ des vitesses, les équations de continuité, d'Euler et de Poisson s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{CDM} + \nabla \cdot \vec{v}_{CDM} & = & 0 \\ \dot{\vec{v}}_{CDM} + 2\frac{\dot{a}}{a}\vec{v}_{CDM} & = & -\frac{1}{a^2}\nabla\Psi \\ \nabla^2\Psi & = & 4\pi G\bar{\rho}\delta \end{cases} \quad (2.16)$$

Si on suppose qu'au moment de la recombinaison l'Univers est dominé par la CDM, alors en combinant ces équations, on trouve que le mode croissant de  $\delta$  évolue en  $\delta \propto t^{2/3}$ . En réintroduisant cette solution dans l'équation de Poisson, on trouve que  $\Psi$  est indépendant du temps. En revanche, durant l'ère radiative, négliger  $\bar{\rho}$  conduit à un potentiel décroissant au cours du temps. Ce point sera réutilisé dans la section suivante.

1. qui est décroissant au cours de l'expansion et sera donc négligé dans la suite.

Les fluctuations de densité de la CDM ne sont évidemment pas indépendantes des fluctuations de densité des autres espèces présentes, les photons, les neutrinos et les baryons, que l'on note respectivement  $\delta_\gamma$ ,  $\delta_\nu$  et  $\delta_b$ . Si pour toute échelle  $k$ , on a [105] :

$$\delta_{b,k} = \delta_{CDM,k} = \frac{3}{4}\delta_{\nu,k} = \frac{3}{4}\delta_{\gamma,k} \quad (2.17)$$

alors on parle de fluctuation adiabatique. Comme une des prédictions génériques des modèles inflationnaires (voir chapitre 3) les plus simples est précisément que les fluctuations de densité sont adiabatiques [169], on privilégiera ce type. Le deuxième type possible de fluctuations est la fluctuation isocourbure, dans laquelle la somme des fluctuations de densité d'énergie des espèces impliquées est nulle, ce qui conduit à :

$$\delta_{CDM,k} + \delta_{b,k} = \frac{3}{4}(\delta_{\nu,k} + \delta_{\gamma,k}) \quad (2.18)$$

Toute fluctuation peut être décrite comme la somme d'une composante adiabatique et d'une composante isocourbure.

Comme on le verra au chapitre 3, les modèles inflationnaires les plus simples conduisent à des fluctuations scalaires et tensorielles gaussiennes, dont le spectre suit une loi de puissance quasi invariant d'échelle de forme :

$$\mathcal{P}_s(k) \propto k^{n_s-1} \quad \mathcal{P}_T(k) \propto k^{n_t} \quad (2.19)$$

où  $n_s$  et  $n_t$ , appelés indices spectraux respectivement scalaire et tensoriel, sont quasiment constants sur les échelles cosmologiques (entre 1 Mpc et 6 Gpc, de l'échelle des amas de galaxies aux échelles mesurées par Cobe avec les anisotropies du CMB). On définit le rapport de puissances des contributions tensorielles et scalaires au spectre de puissance angulaire en température aux échelles mesurées par Cobe :

$$r \equiv \frac{C_\ell^t}{C_\ell^s} \quad (2.20)$$

Le calcul exact des anisotropies implique la résolution de l'équation de Boltzmann (voir appendice B.1) pour la perturbation de la température des photons  $\Theta(\eta, x, \gamma)$  et sa composante isotrope  $\Theta_0$ . Ceci peut être effectué numériquement (avec une précision de 1%) à partir par exemple du code CMBFAST [152] ou CAMB [101]. On procédera ici à des approximations, pour mieux souligner les aspects physiques.

### 2.2.2 Les perturbations plus grandes que l'horizon lors du découplage

Commençons par les perturbations dont l'échelle angulaire est supérieure à l'horizon au moment du découplage ( $k\eta \ll 1$ ), il n'y a pas d'interaction Compton entre les espèces, et si les champs  $\Psi$  et  $\Phi$  sont statiques, alors la quantité  $\Theta + \Psi$  est conservée (voir appendice B.1). Un photon émis par une région où règne un potentiel gravitationnel négatif  $\Psi < 0$  perd de l'énergie et subit un décalage vers le rouge. Le contraste observé en température est donc :

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{sw} = \Theta + \Psi \quad (2.21)$$

Il s'agit de l'effet Sachs-Wolfe [148]. Le contraste en température reflétant les contrastes en densité, lesquels sont reflétés par le potentiel gravitationnel. L'effet Sachs-Wolfe peut donc s'exprimer en fonction du seul potentiel  $\Psi$ . Dans le cas des perturbations adiabatiques, on trouve (voir appendice B.1) :

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{sw} = \Theta_0 + \Psi = \frac{1}{3}\Psi \quad (2.22)$$

Pour les grandes échelles, seul ce terme gravitationnel intervient pour les anisotropies primaires. Si on suppose que le spectre de densité est quasiment invariant d'échelle, ce qui est une des prédictions des modèles inflationnaires les plus simples, alors le spectre de  $\Delta T/T$  l'est aussi : on parle du plateau de Sachs-Wolfe.

### 2.2.3 Les perturbations plus petites que l'horizon lors du découplage

On se place dans l'hypothèse du couplage fort entre les baryons et les photons, suivi après découplage d'un régime de libre diffusion des photons jusqu'à l'observateur : cela revient à supposer que la recombinaison est instantanée. Les perturbations plus petites que l'horizon ne sont pas gelées : des interactions entre les photons, les électrons et les baryons ont lieu, ce qui donne lieu à des oscillations du fluide photons-baryons. Deux termes supplémentaires apparaissent donc, en plus du terme de l'effet Sachs-Wolfe, dans l'expression des anisotropies primaires : un terme reflétant les fluctuations de densité dans le fluide photons-baryons, et un terme lié à l'observateur et traduisant l'effet Doppler :

$$\frac{\Delta T}{T} = [\Psi + \Theta - \hat{r} \cdot \vec{v}]_{\eta=\eta_{LS}} \quad (2.23)$$

où  $\hat{r}$  est un vecteur unitaire le long de la ligne de visée,  $\vec{v}$  est la vitesse du fluide dans un référentiel lié à un observateur comobile. Avec l'hypothèse de couplage fort, l'équation de Boltzmann se réduit à [77][33] :

$$\ddot{\Theta} + \frac{\dot{R}}{1+R}\Theta_0 + k^2 c_s^2 \Theta = F \quad (2.24)$$

dans laquelle :

- $R \equiv 3\rho_B/4\rho_\gamma$  est le facteur d'échelle normalisé à 3/4 à l'égalité rayonnement-matière baryonique<sup>2</sup> ;
- $c_s$  est la vitesse du son dans le fluide photons-baryons :

$$c_s^2 = \frac{1}{3} \frac{1}{1+R} \quad (2.25)$$

- $F$  traduit la force gravitationnelle :

$$F = -\ddot{\Phi} - \frac{\dot{R}}{1+R}\dot{\Phi} - \frac{k^2}{3}\Psi \quad (2.26)$$

Si  $\Psi$  est constant, et si  $\Phi = -\Psi$ , alors  $F$  est une constante. En supposant que  $R = cst^3$ , l'équation 2.24 est celle d'un oscillateur harmonique dont la solution est [33] :

$$\Theta = -(1+R)\Psi + A \cos(kc_s\eta) + B \sin(kc_s\eta) \quad (2.27)$$

Les termes en cosinus et sinus correspondent respectivement aux modes adiabatiques et isocourbures. En supposant que les perturbations sont adiabatiques (c'est en général le cas pour les perturbations issues de l'inflation), on obtient pour le terme Sachs-Wolfe :

$$\Psi + \Theta = -R\Psi + \frac{1}{3}(1+3R)\Psi \cos(kc_s\eta) \quad (2.28)$$

ainsi que la relation  $\delta = 3\Theta$ . Le terme en cosinus donne lieu sur la surface de dernière diffusion à une série de pics acoustiques sur le spectre de puissance angulaire des anisotropies en température<sup>4</sup> pour  $kc_s\eta_{LS} = m\pi$ ,  $m = 1$  correspondant aux modes ayant oscillé durant une demi-période à  $\eta_{LS}$ ,  $m = 2$  aux modes ayant

2. On rappelle que pour le rayonnement on a  $\rho \propto a^{-4}$ , et pour la matière on a  $\rho \propto a^{-3}$ .

3. Relâcher cette approximation introduit un terme d'amortissement dans les équations qui suivent.

4. La correspondance entre les modes de Fourier et les multipôles du spectre de puissance angulaire est explicitée en section 2.6.



oscillé pendant une période, etc... On notera que les modes isocourbures correspondants sont en quadrature. Au niveau des pics, la vitesse du fluide le long de la ligne de visée de l'observateur est nulle. Le nom de pics Doppler souvent donné à ces pics est donc particulièrement mal choisi : le terme de pics acoustiques est davantage approprié. Plus précisément, le terme Doppler à une échelle donnée se calcule à partir de l'équation de continuité<sup>5</sup> 2.16 :

$$\vec{v} = \frac{3i}{k} \dot{\Theta} \hat{k} \quad (2.29)$$

La contribution de l'effet Doppler à l'écart-type des fluctuations de température est donc :

$$\langle |\Delta T/T|^2 \rangle_{Doppler}^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} (1 + 3R) c_s \Psi \sin(kc_s \eta_{LS}) \quad (2.30)$$

L'oscillation est en quadrature avec celle due aux variations intrinsèques de température, mais avec une amplitude plus petite. Si on part d'un spectre de fluctuation de densité approximativement invariant d'échelle, comme le prédisent la plupart des modèles inflationnaires, on a donc au total une série de pics caractérisés par  $kc_s \eta_{LS} = m\pi$ . La hauteur des pics dépend de  $R$ , et donc de  $\Omega_b$ . On conclut que, à  $h$  constant, plus  $\Omega_b$  est grand, plus l'amplitude des oscillations est importante, l'effet étant plus marqué pour les pics impairs (le terme cosinusoidal dans 2.28 étant du même signe que le terme constant). En outre, plus  $\Omega_b$  est grand, plus  $c_s$  est petite et plus les pics sont espacés. Ceci peut être vu sur la figure 2.10.

On a supposé que  $F$  était constante. Cependant, ceci n'est vrai que si la matière domine et que  $\Psi = cst$ . Durant l'ère radiative,  $\Psi$  décroît dans le temps. Les modes acoustiques dont la période est comparable à celle de  $\Psi$  sont donc amplifiés par résonance (il existe un mode de Fourier dans la transformée de Fourier de  $F(\eta)$  dont la période est égale à celle d'un tel mode acoustique). Les modes les plus amplifiés sont ceux qui entrent dans l'horizon avant le passage de l'ère radiative à l'ère matérielle, caractérisé par le redshift [52] :

$$z_{eq} = 24000 \Omega_m h^2 \quad (2.31)$$

Plus la constante de Hubble est petite, plus il y a de modes concernés et plus l'amplitude des pics sur le spectre angulaire est importante. Cet effet est montré sur la figure 2.12.

On a supposé jusqu'à présent que la recombinaison était instantanée. Cette hypothèse n'est pas justifiée pour les petites échelles angulaires, de l'ordre de  $\ell > 800$  (voir notamment les figures 2.9 et suivantes). Deux effets se conjuguent :

- durant la recombinaison, et jusqu'à la dernière diffusion, les photons peuvent encore diffuser des régions denses vers les régions moins denses, d'où un

---

5. On rappelle que dans l'espace de Fourier, l'opérateur  $\nabla$  est transformé en une multiplication par  $ik$ .

- amortissement des anisotropies pour  $\ell > 800$ , valeur qui dépend de  $\Omega_b$  [153];
- la surface de dernière diffusion a une certaine épaisseur, tous les photons CMB n'ont donc pas été émis exactement au même moment et donc les anisotropies à une échelle donnée ne sont pas précisément en phase: ceci conduit aussi à un amortissement des anisotropies pour  $\ell > 800$ .

Cet effet d'amortissement a été récemment observé par l'expérience interférométrique CBI [129].

## 2.3 Les anisotropies secondaires

Après la surface de dernière diffusion, les photons suivent des trajectoires géodésiques jusqu'à l'observateur. Les anisotropies primaires sont conservées dans la mesure où les photons sont sans interaction. On désigne par anisotropies secondaires les anisotropies causées par des perturbations entre la surface de dernière diffusion et l'observateur. Elles correspondent au dipôle cosmologique, aux effets gravitationnels et à la réionisation. Si cette dernière est localisée au niveau d'un amas, on parle d'effet Sunyaev-Zel'dovich.

### 2.3.1 Le dipôle cosmologique

Dans tous les calculs de la section précédente, on supposait que l'observateur était lié à un référentiel comobile. Or, la Terre est animée d'un mouvement de révolution autour du Soleil, lui-même en mouvement autour du centre de notre Galaxie, elle-même ayant un mouvement propre en direction du Superamas de la Vierge. Il en résulte par effet Doppler une anisotropie dipolaire apparente, orientée dans la direction du mouvement de la Terre dans un repère comobile. D'après les mesures de COBE DMR [112], la direction du dipôle<sup>6</sup> en coordonnées galactiques est  $\ell = (264.31 \pm 0.04 \pm 0.16)^\circ$ ,  $b = (48.05 \pm 0.02 \pm 0.04)^\circ$ . L'amplitude est  $3.358 \pm 0.001 \pm 0.023$  mK, soit largement au-dessus du niveau attendu pour le terme dipolaire intrinsèque, qui est donc de ce fait inaccessible.

Le dipôle est très bien déterminé; il présente le même spectre que les anisotropies CMB que l'on se propose de mesurer. Ces deux qualités en font la source d'étalonnage la plus adaptée pour des expériences comme Archeops couvrant une large portion du ciel.

### 2.3.2 Les effets gravitationnels

On a introduit en 2.2.1 l'effet Sachs-Wolfe en supposant que les potentiels  $\Psi$  et  $\Phi$  ne dépendaient pas du temps. Cette hypothèse n'est cependant vérifiée que si la contribution de la matière à la densité totale de l'Univers est dominante. Par exemple, si la contribution de la constante cosmologique est dominante après la dernière diffusion, on a  $\dot{\Psi} < 0$ . L'effet doit alors être intégré le long de la

---

6. hors effet du mouvement de la Terre autour du Soleil, calculable par ailleurs

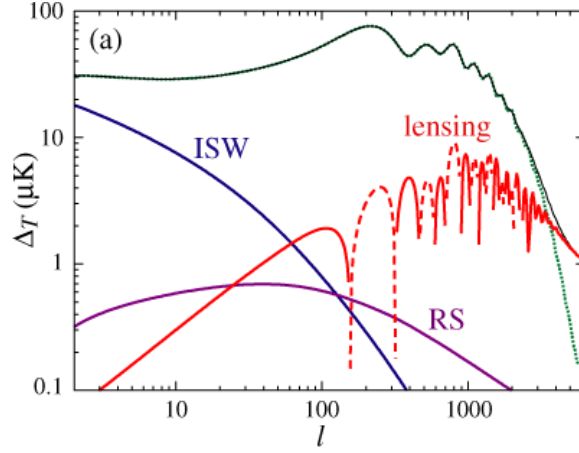


FIG. 2.3 – Spectre de puissance angulaire de différentes sources d’anisotropies secondaires. La courbe verte correspond aux anisotropies primaires, la courbe bleue à l’effet Sachs-Wolfe intégré, la violette à l’effet Rees-Sciama et la rouge aux lentilles gravitationnelles. D’après [75].

géodésique entre la surface de dernière diffusion et l’observateur. Il s’agit de l’effet Sachs-Wolfe intégré [148], souvent abrégé en ISW :

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ISW} = \int_L \left(\dot{\Psi}(\vec{x}, \eta) - \dot{\Phi}(\vec{x}, \eta)\right) d\eta \quad (2.32)$$

Notons que cet effet n’est pas localisé spatialement et contribue essentiellement aux basses échelles angulaires (voir figure 2.3).

Dès que les premières structures se forment, on peut avoir localement  $\dot{\Psi} \neq 0$ , du fait de la présence et du déplacement de structures le long de la géodésique. Il s’agit de l’effet Rees-Sciama [142], qui contribue à une large gamme d’échelles angulaires, sans être jamais une source dominante. Il est également possible pour les photons CMB d’être déviés par des effets de lentilles gravitationnelles [24], lorsque la géodésique passe à proximité d’une structure [24]. Cet effet intervient essentiellement aux petites échelles angulaires.

La figure 2.3 donne les contributions respectives de chacun de ces effets au spectre de puissance angulaire.

### 2.3.3 La réionisation

Le rayonnement des étoiles est susceptible d’ioniser la matière baryonique de l’Univers dans son ensemble. Si  $\tau$  désigne l’épaisseur optique depuis la surface de dernière diffusion, alors le spectre de puissance observé des anisotropies est réduit d’un facteur  $e^{-2\tau}$  par rapport au spectre d’origine (voir figure 2.4). Une valeur intéressante à calculer est le redshift pour lequel  $\tau = 1$ , qui pour  $\Omega_b = 0.05$ ,  $h = 0.6$ ,  $\Omega_{CDM} = 0.25$  est de l’ordre de  $z_{\tau=1} \sim 60$  [25]. L’effet est encore de l’ordre

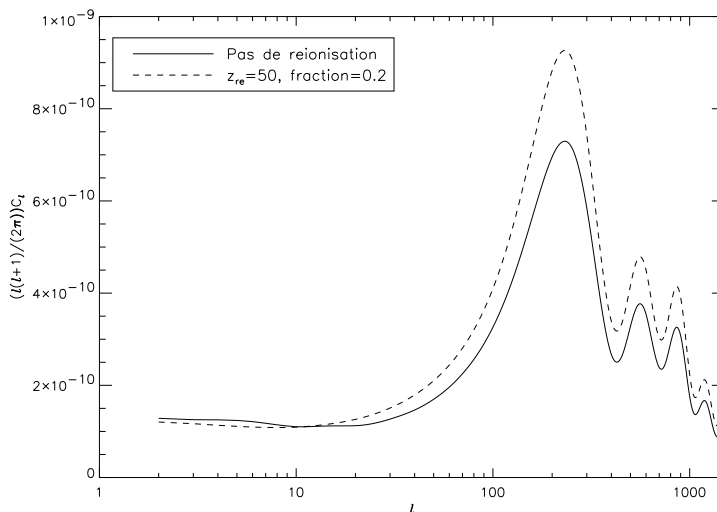


FIG. 2.4 – *Effet d’une fraction de réionisation de 0.2 pour  $z = 50$ . L’amplitude des pics est diminuée de 20% environ.*

de 10% si la réionisation a lieu avant  $z \sim z_{\tau=1}/3$ , ce qui est toutefois bien plus ancien que les quasars les plus lointains actuellement observés ( $z \sim 5$ ). Après normalisation du spectre, l’amplitude des pics est diminuée (voir figure 2.4), de façon fortement dégénérée avec l’influence de l’indice spectral scalaire (comparer avec la figure 2.14) dans la région des pics acoustiques.

A cet effet global peut s’ajouter un effet local, l’effet Sunyaev-Zel’dovich [158]. Un amas de galaxies, outre les galaxies, peut aussi contenir du plasma chaud, où les électrons sont relativistes. Les photons CMB traversant ce plasma diffusent sur ces électrons en gagnant de l’énergie par une diffusion Compton inverse : ce terme désigne en fait la diffusion Compton pour des électrons relativistes et des photons de basse énergie. Il s’ensuit une distorsion du spectre de corps noir des photons : il y a un déficit de photons d’énergie inférieure à  $h\nu_0 \sim 3.83kT_{cmb}$  [23], et un excès pour les énergies supérieures. Si on observe le CMB dans des bandes de fréquences inférieures à  $\nu_0 = 217$  GHz, l’augmentation d’énergie des photons CMB se traduit par une baisse apparente de température. Cet effet est d’un grand intérêt cosmologique, notamment parce qu’il est indépendant du redshift de l’amas diffuseur. Cette fréquence remarquable de 217 GHz est une des fréquences observées par Archeops et Planck-HFI.

## 2.4 Les avant-plans

Aux photons du CMB se superposent divers rayonnements d’avant-plans (voir figure 2.5) qui perturbent la mesure des anisotropies. Ils peuvent être de nature extragalactique (sources ponctuelles comme des quasars) ou galactique. Pour les expériences ballon comme Archeops, on peut rajouter la contribution de l’at-

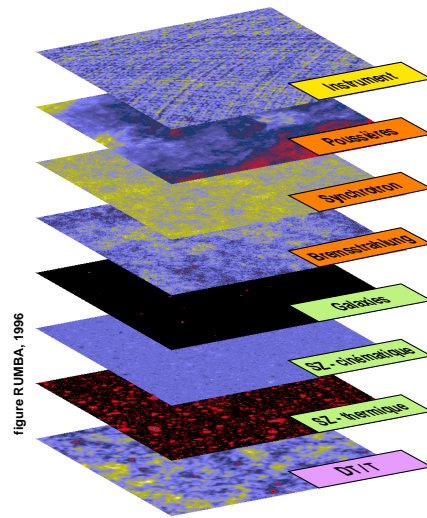


FIG. 2.5 – *Les différents avant-plans : devant le CMB ( $DT/T$ ), on trouve les sources extragalactiques (effets SZ thermique et cinétique, les galaxies), les sources galactiques (bremsstrahlung, synchrotron, poussières). Les émissions provenant de l'instrument sont aussi indiquées. D'après [28].*

mosphère. A ces avant-plans physiques se superposent les émissions du photomètre lui-même. L'émission diffuse galactique est prépondérante pour les basses

### Spectres des principales composantes Astrophysiques dans le domaine 10 GHz - 1 THz

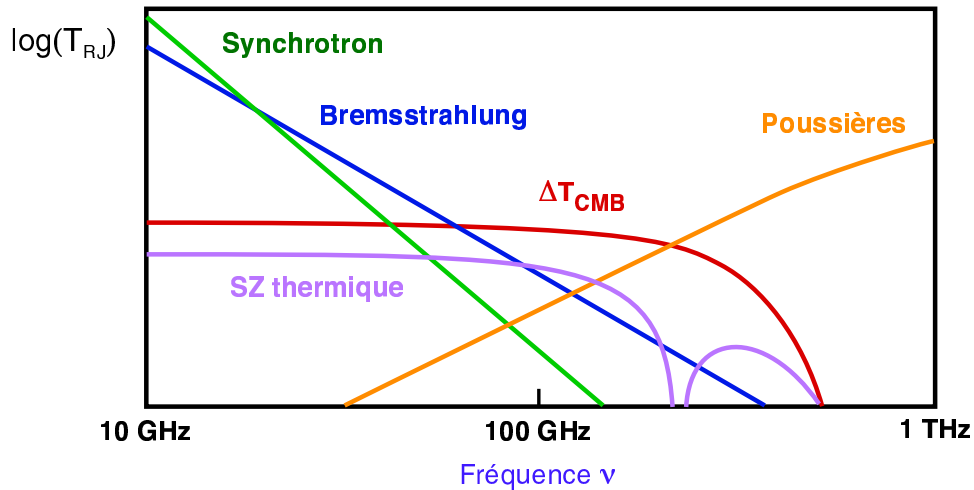


FIG. 2.6 – *Contribution des différentes sources d'avant-plan, ainsi que du CMB.*

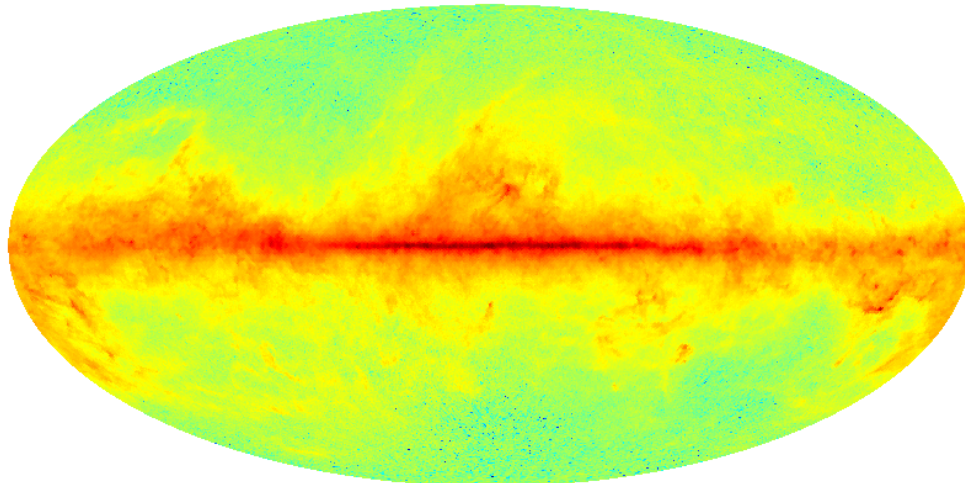


FIG. 2.7 – Carte de la poussière à  $100\ \mu\text{m}$  avec une résolution  $FWHM \sim 6$  minutes d’arc combinant les données d’Iras et de Dirbe [151]. L’échelle est logarithmique. Les coordonnées sont galactiques, avec le centre galactique au centre de la carte.

latitudes galactiques (inférieures à  $b \sim 30^\circ$ ). Elle inclut [115] :

- le rayonnement synchrotron
- le rayonnement free-free ou bremsstrahlung
- la poussière, la matière interstellaire

Une carte de la poussière à  $100\ \mu\text{m}$ , combinaison des résultats d’Iras et de Dirbe [151], est montrée en figure 2.7. La dépendance spectrale des différentes contributions aux avant-plans est donnée en figure 2.6. Elle détermine, dans une carte à une fréquence donnée, la proportion de chaque contribution. Si on dispose de quatre cartes obtenues à des fréquences différentes, il est donc possible de reconstruire la carte pour chacune des trois composantes d’avant-plan citées, ainsi que la carte du CMB [162] [115].

## 2.5 Description statistique

Dans cette section, on présente les outils utilisés pour décrire les anisotropies en température du CMB.

### 2.5.1 Le spectre de puissance angulaire

Les paramètres cosmologiques n’influent pas sur la position spatiale des anisotropies en température, mais sur leur distribution statistique. On souhaite donc

étudier de manière statistique la variable  $(\Delta T/T_0)(\vec{n}) = ((T - T_0)/T_0)(\vec{n})$  qui donne le contraste en température dans la direction  $\vec{n} = (\theta, \phi)$  où  $\theta, \phi$  sont les angles d'un système de coordonnées sphériques dont nous occupons le centre. Les anisotropies primaires, les plus riches en information sur les paramètres cosmologiques, résultent de phénomènes physiques gelés lors du découplage ; la surface de dernière diffusion étant approximativement une sphère définie par  $\eta \approx \eta_{LS}$ , la fonction  $(\Delta T/T_0)(\vec{n})$  définie sur cette sphère peut être développée sur la base des harmoniques sphériques :

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.33)$$

Le multipôle  $\ell$  définit l'échelle angulaire. Plus  $\ell$  est grand, plus l'échelle correspondante est petite. Puisque  $\Delta T/T_0$  est réel, on a de plus  $a_{\ell-m} = a_{\ell m}^*$ . De plus, le principe cosmologique exclut la présence d'une direction privilégiée<sup>7</sup> ; il s'ensuit que :

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'}^* \rangle = C_{\ell} \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \quad (2.34)$$

Les crochets dénotent une moyenne prise sur un ensemble de réalisations d'anisotropies du CMB avec les mêmes paramètres cosmologiques, ou ce qui revient au même, un ensemble d'univers avec les mêmes paramètres cosmologiques. Comme on le verra dans le chapitre 3, l'inflation prédit des fluctuations de densité gaussiennes. Comme elles sont en outre de faible amplitude, on peut appliquer l'approximation linéaire dans le passage de ces fluctuations de densité aux anisotropies en température dont elles constituent l'empreinte. En conséquence, l'inflation prédit également une distribution gaussienne des  $\Delta T$ , donc des  $a_{\ell m}$ . Le spectre de puissance angulaire des anisotropies en température défini par  $C_{\ell}$  contient alors toute l'information statistique<sup>8</sup>. C'est pourquoi le spectre  $C_{\ell}$  est la représentation que l'on souhaite construire lors d'observations du CMB. Les coefficients  $C_{\ell}$  sont l'analogie dans l'espace des harmoniques sphériques à la fonction de corrélation à deux points définie par :

$$C(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) = \left\langle \frac{\Delta T}{T_0}(\vec{n}_1) \frac{\Delta T}{T_0}(\vec{n}_2) \right\rangle \quad (2.35)$$

qui ne dépend que de l'écart angulaire entre les deux directions, ce qui est une conséquence de l'invariance par rotation issue du principe cosmologique équivalente à 2.34.

7. En oubliant pour l'instant le dipôle cosmologique apparent.

8. Si l'hypothèse de gaussianité n'est pas valable, il faut prendre en considération les fonctions de corrélation à trois points ou plus, ou leurs équivalents dans l'espace des harmoniques sphériques.

En utilisant le fait que :

$$\begin{aligned} P_\ell(\cos(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)) &= \frac{4\pi}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} Y_{\ell m}^*(\vec{n}_1) Y_{\ell m}(\vec{n}_2) \\ \int Y_{\ell m}(\vec{n}) Y_{\ell' m'}(\vec{n}) d\Omega &= \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \end{aligned} \quad (2.36)$$

où les  $P_\ell$  sont les polynômes de Legendre, on obtient la relation entre  $C(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)$  et  $C_\ell$  :

$$C(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} (2\ell+1) C_\ell P_\ell(\cos(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)) \quad (2.37)$$

On travaillera aussi avec les coefficients  $\mathcal{C}_\ell$  définis par :

$$\mathcal{C}_\ell \equiv \frac{\ell(\ell+1)}{2\pi} C_\ell \quad (2.38)$$

Le préfacteur est choisi de façon à ce qu'on ait :

$$\frac{d\mathcal{C}_\ell}{d \ln \ell} = \frac{d\mathcal{P}_s}{d \ln k} \quad (2.39)$$

où  $\mathcal{P}_s$  est le spectre de puissance des fluctuations de densité. Si ce dernier est invariant d'échelle, ce qui se traduit par  $n_s = 1$ , alors le spectre  $\mathcal{C}_\ell$  pour les multipôles correspondant aux perturbations dont l'échelle était plus grande que l'horizon au moment du découplage est également invariant d'échelle. Comme ces perturbations influent sur les anisotropies via l'effet Sachs-Wolfe, on parle de plateau de Sachs-Wolfe, qui se traduit par un spectre  $\mathcal{C}_\ell$  plat à bas  $\ell$  si l'axe des multipôles est un unités logarithmiques.

## 2.5.2 Considérations liées à l'observation

La moyenne d'ensemble de la formule 2.35 doivent être prises sur un ensemble d'Univers décrit par les mêmes paramètres cosmologiques. En faisant l'hypothèse d'ergodicité, on remplace ces moyennes (non mesurables car on n'a accès qu'à un seul Univers) par celles effectuées sur plusieurs directions différentes du même Univers. On a alors :

$$C_\ell = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |a_{\ell m}|^2 \quad (2.40)$$



Comme on n'a accès qu'à un nombre fini de directions  $(2\ell + 1)$ , on n'observe pas les vrais  $C_\ell$ , mais un estimateur non biaisé  $\hat{C}_\ell$  dont la variance est appelée la variance cosmique :

$$\text{Var}(\hat{C}_\ell) = \frac{2}{2\ell + 1} C_\ell^2 \quad (2.41)$$

en supposant que les  $a_{\ell m}$  suivent une distribution gaussienne et que donc les  $C_\ell$  suivent une loi de  $\chi^2$ . Il s'agit d'une variance intrinsèque, surtout importante aux grandes échelles angulaires, qui constitue donc la variance minimale de toute expérience CMB, y compris une expérience couvrant tout le ciel sans bruit instrumental ou sans signal contaminant.

Il convient à présent de tenir compte de deux caractéristiques de l'expérience cartographiant le CMB : le faisceau et le bruit.

Une expérience CMB ne possède pas une résolution infinie, mais est caractérisée par le faisceau de l'instrument, décrit dans le cas où il est symétrique par la fonction  $B(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)$  et sa transformée en harmoniques sphériques  $B_\ell$  (la formule de passage est analogue à 2.37). Dans les cas les plus simples, ce faisceau est de plus gaussien de largeur  $\theta_b$  :

$$B(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) = \frac{1}{2\pi\theta_b^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\theta_b^2}\right) \quad (2.42)$$

où  $\theta \equiv \arccos(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)$ . La fonction  $B_\ell$  peut alors être approximée par [172] :

$$B_\ell(\theta_b) = \exp\left[-\frac{1}{2}\ell(\ell + 1)\theta_b^2\right] \quad (2.43)$$

On définit également la fonction fenêtre par  $W_\ell(\cos\theta) = B_\ell(\cos\theta)P_\ell(\cos\theta)$ . La formule 2.37 devient alors [173] :

$$C(\cos\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} (2\ell + 1) C_\ell B_\ell^2(\cos\theta) P_\ell(\cos\theta) \quad (2.44)$$

Les  $C_\ell$  doivent donc être corrigés de la fonction fenêtre, car en pratique on mesure  $C_\ell B_\ell^2$ .

Si l'on tient compte à présent d'un bruit gaussien sur chaque pixel, donnant lieu à un écart-type  $\sigma_{pix}$ , la variance est augmentée. On définit le poids par  $w^{-1} = \sigma_{pix}^2 \Omega_{pix}$ , où  $\Omega_{pix}$  est l'angle solide que sous-tend chaque pixel sur le ciel : avec un faisceau instrumental symétrique on obtient  $\Omega_{pix} = 2\pi(1 - \cos\theta_b)$ . Si on suppose que le bruit est gaussien et qu'il n'y a pas de corrélation entre les pixels, alors l'estimateur de 2.41 est biaisé et doit être remplacé par :

$$\hat{C}'_\ell \equiv \hat{C}_\ell - \frac{4\pi}{N_{pix}} \sigma_{pix}^2 \quad (2.45)$$

La variance est approximée à l'aide d'une loi normale par [86] :

$$\text{Var} \left( \hat{C}'_\ell \right) = \frac{2}{2\ell + 1} \left[ C_\ell + w^{-1} e^{\ell(\ell+1)\theta_b^2/2} \right]^2 \quad (2.46)$$

Les résultats précédents s'appliquaient à une mesure de tout le ciel. Or, même une expérience satellite comme Cobe, Map ou Planck ne peut avoir une couverture totale du ciel, en raison de la nécessité de couper les données correspondant à une latitude galactique inférieure à  $|b| \sim 30^\circ$ , où les contaminations dues à la Galaxie dominent. Il faut également tenir compte des sources ponctuelles. Si on appelle  $f$  la couverture du ciel, on a :

$$\text{Var} \left( \hat{C}'_\ell \right) = \frac{2}{(2\ell + 1)f} \left[ C_\ell + f w^{-1} e^{\ell(\ell+1)\theta_b^2/2} \right]^2 \quad (2.47)$$

Pour Archeops,  $f$  est de l'ordre de 30%, avant retrait des pixels contaminés par la Galaxie. Une difficulté supplémentaire est que les coefficients  $C_\ell$  ne peuvent plus être estimés indépendamment les uns des autres, il existe une résolution maximale  $\Delta\ell$  inversement proportionnelle en première approximation à l'échelle angulaire  $\Delta\theta$  couverte sur le ciel en dessous de laquelle les  $C_\ell$  sont corrélés. C'est une des raisons pour lesquelles on estime les  $C_\ell$  par des moyennes sur des intervalles de  $\ell$ . Pour Archeops, on a  $\Delta\theta \sim 45^\circ$  et  $\Delta\ell \sim 4$ . En pratique, pour améliorer le rapport signal sur bruit dans chaque intervalle de  $\ell$ , on prend une largeur d'intervalle supérieure à celle imposée par l'étendue de la couverture.

## 2.6 Effets des paramètres cosmologiques sur les $\mathcal{C}_\ell$

On résume ici l'influence de chaque paramètre cosmologique sur le spectre  $\mathcal{C}_\ell$ . A chaque fois, on considère une famille de modèles où seuls les paramètres désignés varient. On pourra se référer aux figures 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.13, 2.14 représentant des spectres de  $\mathcal{C}_\ell = \ell(\ell+1)C_\ell/2\pi$  calculés avec le code CMBFAST [152] en faisant varier respectivement  $\Omega_0$ ,  $\Omega_b h^2$ ,  $\Omega_\Lambda$ ,  $h$ ,  $r$  et  $n_s$ . Sauf avis contraire, les autres paramètres sont fixés aux valeurs  $\Omega_0 = 1$ ,  $\Omega_b h^2 = 0.018$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $h = 0.6$ ,  $n_s = 1$ ,  $r = 0$ . On considère uniquement le cas où les fluctuations initiales sont adiabatiques, ce que prédisent les modèles inflationnaires les plus simples.

**Densité totale  $\Omega_{\text{tot}}$  :** Voir figure 2.9.

- L'effet majeur est un effet géométrique qu'il convient d'explicitier ici. Dans un Univers plat ( $\Omega_0 = 1$ ), si on appelle  $D$  la distance à la surface

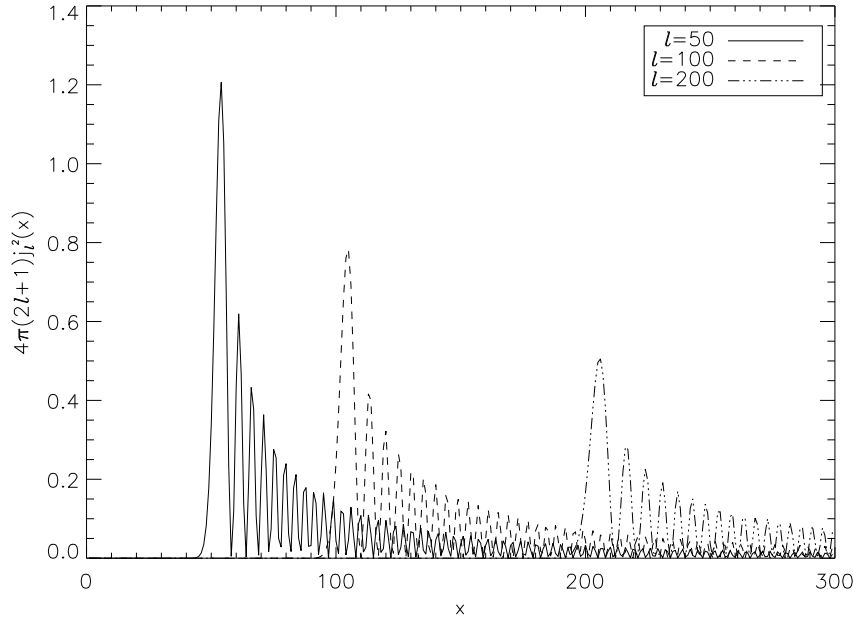


FIG. 2.8 – La quantité  $4\pi(2\ell + 1)j_\ell^2(x)$  pour  $\ell = 50, 100, 200$ . On constate pour un  $x$  donné que le maximum est pour  $x \sim \ell$ , mais il y a aussi une contribution significative aux  $\ell$  plus petits.

de dernière diffusion, alors  $\Theta(\vec{n}) = (\Delta T/T)(\vec{n})$  se décompose dans l'espace de Fourier en :

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{\vec{k}} \Theta_{\vec{k}} \exp(i\vec{k} \cdot D\vec{n}) \quad (2.48)$$

Par identification avec 2.33, on obtient que la puissance due au mode  $k$  dans le multipôle  $\ell$  est<sup>9</sup> :

$$a_\ell^2(k) = \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |a_{\ell m}|^2 = 4\pi(2\ell + 1) |\Theta_{\vec{k}}|^2 j_\ell^2(kD) \quad (2.49)$$

Ce qui après intégration donne :

$$C_\ell = \frac{2}{\pi} \int |\Theta_{\vec{k}}|^2 j_\ell^2(kD) k^2 dk \quad (2.50)$$

9. En utilisant l'identité  $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} i^\ell Y_{\ell m}^*(\hat{k}) j_\ell(kr) Y_{\ell m}(\hat{r})$  où  $\hat{k}$  et  $\hat{r}$  sont unitaires.

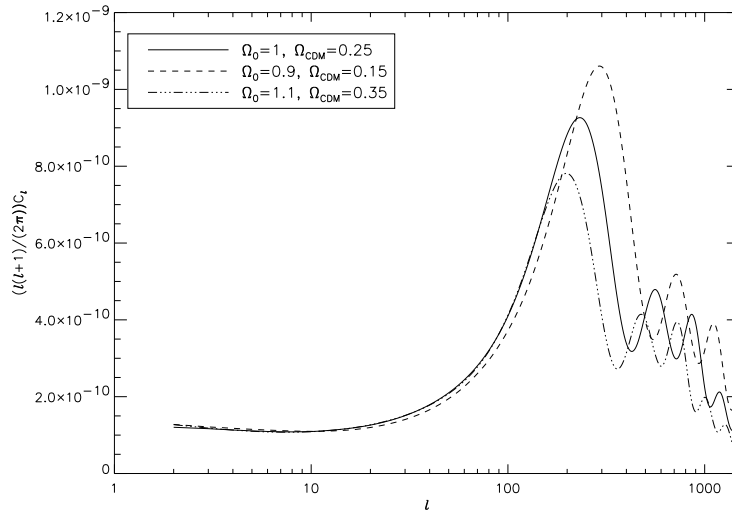


FIG. 2.9 – Effets de la variation de  $\Omega_0$ . La densité de CDM est à chaque fois  $\Omega_{\text{CDM}} = \Omega_0 - \Omega_b - \Omega_\Lambda$ .

Comme le montre la figure 2.8, les fonctions de Bessel  $j_\ell^2$  présentent un maximum marqué pour  $kD \sim \ell$ . Un mode de Fourier  $k$  contribue donc essentiellement au multipôle  $\ell = kD$ , ce qui permet de faire un lien qualitatif entre les résultats des processus physiques (exprimés dans l'espace de Fourier) et les observables. Si l'Univers est ouvert ( $\Omega_0 < 1$ ), une échelle angulaire donnée sur la surface de dernière diffusion correspond à un angle d'observation plus petit que dans le cas euclidien. Plus précisément, il convient de remplacer dans 2.49 la quantité  $D$  par :

$$D_a = \frac{1}{\sqrt{|\kappa|}} \sinh\left(\sqrt{|\kappa|}D\right) \quad (2.51)$$

où  $\kappa$  est la courbure apparaissant dans la métrique de Robertson-Walker. En conséquence, une échelle  $k$  sur la surface de dernière diffusion correspondra à un multipôle  $\ell \sim kD_a$  plus grand (donc à une échelle apparente plus petite). De même, si l'Univers est fermé ( $\Omega_0 > 1$ ), cette même échelle  $k$  correspondra à des multipôles plus petits (on remplace le sinus hyperbolique par un sinus circulaire dans la formule 2.51). Sur le spectre  $C_\ell$ , pour des conditions initiales données (par exemple un spectre de fluctuations de densité adiabatique et quasiment invariant d'échelle), on observe donc un changement dans la position des pics, ainsi que de la distance  $\Delta\ell$  entre les pics. Il suit de cet effet géométrique que la position de structure dans le spectre  $C_\ell$  des anisotropies CMB permet de contraindre le paramètre  $\Omega_0$ .

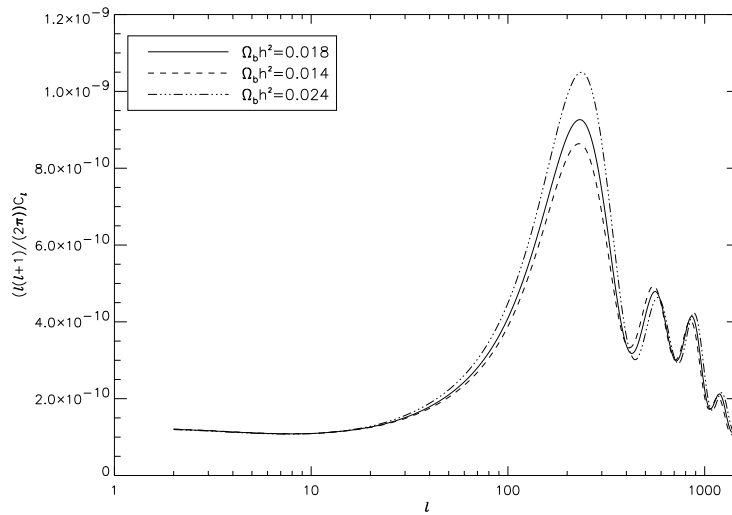


FIG. 2.10 – Effets de la variation de  $\Omega_b h^2$ . La densité de CDM est à chaque fois  $\Omega_{\text{CDM}} = \Omega_0 - \Omega_b - \Omega_\Lambda$ , avec  $h = 0.6$  et  $\Omega_0 = 1$ .

- Une valeur différente de 1 conduit à un effet Sachs-Wolfe intégré observable pour les bas  $\ell$ , ce qui conduit, après normalisation avec les mesures Cobe, à des pics acoustiques plus petits.

**Densité baryonique  $\Omega_b h^2$  :** Voir figure 2.10

- Une densité baryonique élevée augmente l'amplitude des pics de compression (pics impairs) et réduit celle des pics d'expansion (pics pairs) comme il a été dit en section 2.2.
- Une densité baryonique élevée diminue la vitesse du son  $c_s$  et donc augmente la distance entre les pics.
- Une densité baryonique élevée réduit l'échelle d'amortissement, qui est donc déplacée vers des  $\ell$  plus grands.

**Constante cosmologique  $\Omega_\Lambda$  :** Voir figure 2.11

- L'existence d'une constante cosmologique non nulle à  $\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_\Lambda$  fixé retarde l'époque de l'égalité matière-rayonnement, ce qui conduit à une amplification des échelles correspondant à  $\eta_{eq}$  (voir page 41).
- Une augmentation conduit à un effet Sachs-Wolfe intégré plus important pour les bas  $\ell$ .
- Une augmentation accroît la distance entre les pics.

**Constante de Hubble  $h$  :** Voir figure 2.12. En plus des effets liés à une variation de  $\Omega_b h^2$ , une diminution de la constante de Hubble retarde l'époque de l'égalité matière-rayonnement, avec des effets similaires à ceux donnés dans le cas de  $\Omega_\Lambda$ .

**Les paramètres liés aux conditions initiales :** Voir figures 2.13 et 2.14

- Les ondes gravitationnelles (contributions tensorielles) se couplent au rayonnement via les fluctuations dans le potentiel gravitationnel aux

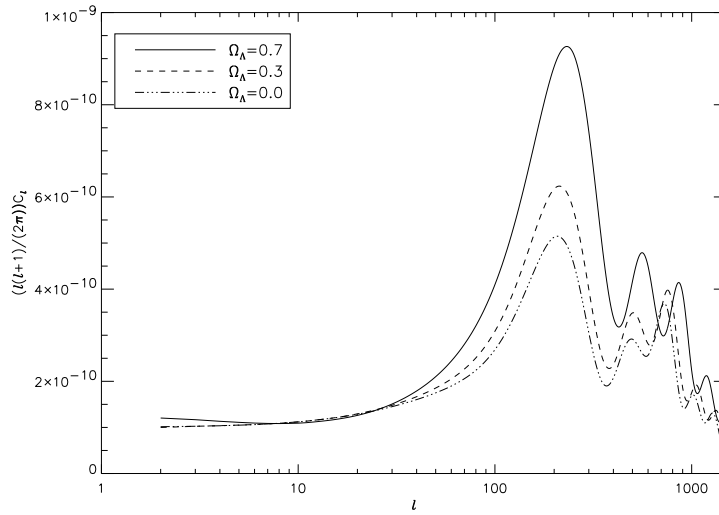


FIG. 2.11 – *Effets de la variation de  $\Omega_\Lambda$ . La densité de CDM est à chaque fois  $\Omega_{\text{CDM}} = \Omega_0 - \Omega_b - \Omega_\Lambda$ , avec  $\Omega_0 = 1$ .*

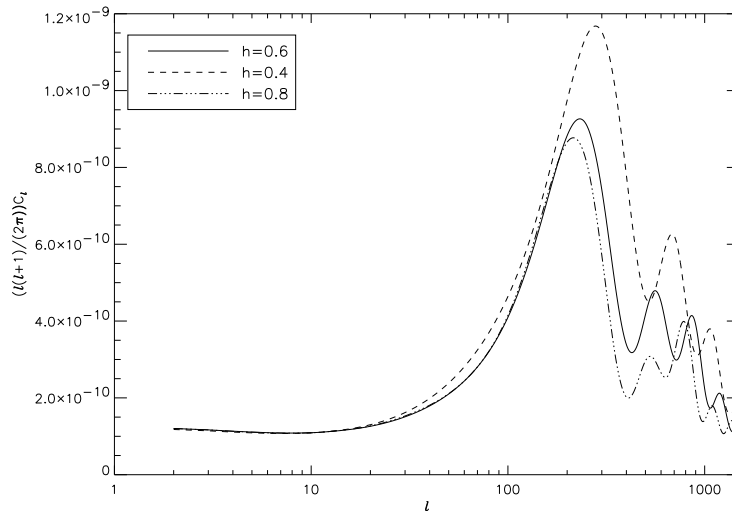
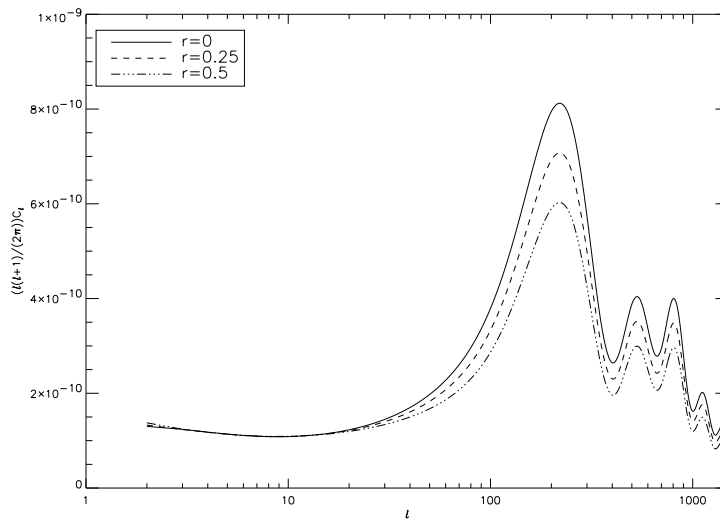
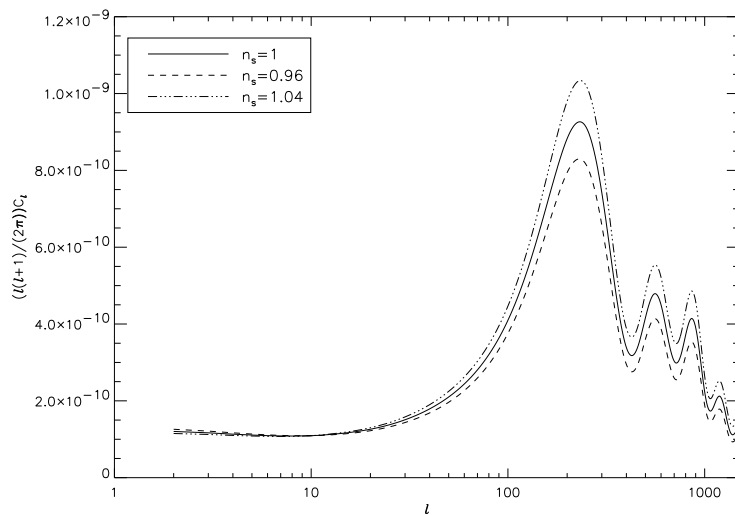


FIG. 2.12 – *Effets de la variation de  $h$ . On garde  $\Omega_b = 0.05$*

grandes échelles jusqu'à  $l \approx 30$  [11]. Après normalisation, cela réduit l'amplitude relative des pics (voir figure 2.13).

- Un spectre “bleu”  $n_s > 1$  augmente l'amplitude des fluctuations aux petites échelles, ce qui augmente les pics acoustiques.

Ces raisonnements simplifiés montrent que l'étude des anisotropies du CMB est un outil précieux pour déterminer la densité totale l'Univers  $\Omega_0$ , ainsi que sa densité de matière baryonique  $\Omega_b h^2$ . Cette affirmation doit cependant être assortie d'une mise en garde : il existe des dégénérescences entre les

FIG. 2.13 – *Effets de la variation de  $r$ .*FIG. 2.14 – *Effets de la variation de  $n_s$ .*

paramètres. Par exemple, il existe une dégénérescence dans l'espace des paramètres  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  (voir figure 2.15). Pour lever cette dégénérescence, d'autres méthodes de mesures, comme celles portant sur les supernovae de type Ia [135] (sensibles à une combinaison pratiquement orthogonale de  $\Omega_m$  et  $\Omega_\Lambda$ ), ou sur les structures à grande échelle sont utiles. La polarisation du CMB (voir appendice B.2) peut également être très appréciable pour lever les dégénérescences.

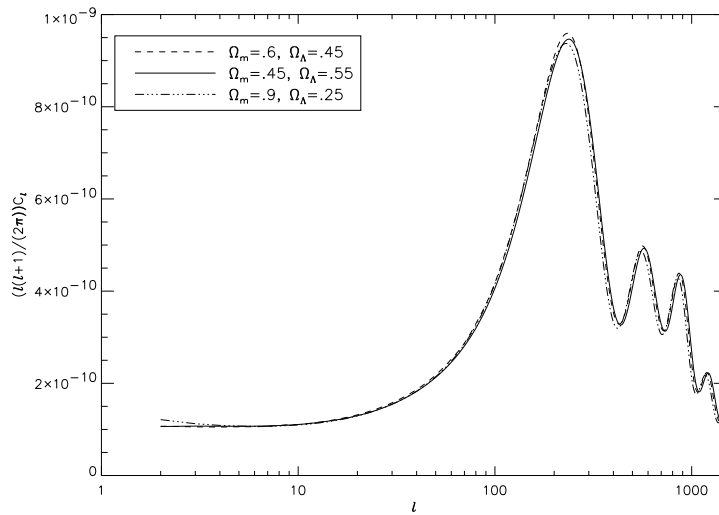


FIG. 2.15 – Dégénérescence entre trois modèles (d'après [52]). Dans chaque cas, les densités  $\Omega_b h^2 = 0.018$ ,  $\Omega_m h^2 = 0.1152$  et  $\Omega_\Lambda h^2 = 0.1408$  restent constantes, mais  $h$  varie de façon à donner les valeurs indiquées pour  $\Omega_m$  et  $\Omega_\Lambda$ . Il faut souligner la large gamme de valeurs couverte, qui souligne la difficulté de déterminer simultanément  $\Omega_m$  et  $\Omega_\Lambda$  à l'aide des seules mesures des anisotropies en température.

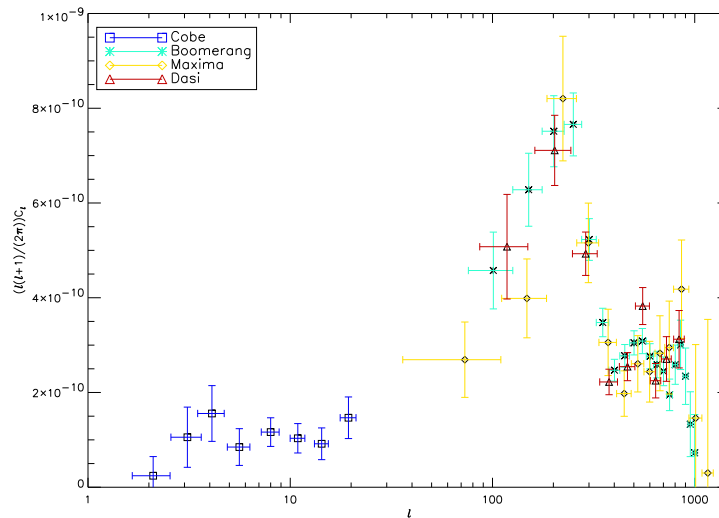


FIG. 2.16 – Les mesures du spectre  $C_\ell$  obtenues par Cobe [159], Boomerang [45], Maxima [73], Dasi [72].

## 2.7 Mesures actuelles

Pour terminer ce chapitre, je présente sur la figure 2.16 les mesures du spectre de puissance des anisotropies en températures obtenues par des expériences récentes



et marquantes (Boomerang, Maxima, Dasi), en supplément de celles historiques de Cobe-DMR. La liste est ici limitée dans un souci de clarté de la figure.

La présence du premier pic acoustique est clairement démontrée ; sa position est en outre en accord avec l'hypothèse  $\Omega_{tot} = 1$ . Un deuxième pic est également visible. En revanche, il existe une zone de multipôles entre ceux couverts par Cobe et ceux couverts par Boomerang, Maxima et Dasi où le spectre est mal connu. Une expérience dont les mesures couvriraient cette zone avec un large débordement sur les domaines de Cobe d'une part, de Boomerang, Maxima et Dasi d'autre part, est donc nécessaire : tel est le créneau d'Archeops.



# Chapitre 3

## L'inflation

### 3.1 Motivations de l'inflation

L'inflation [157][70] a été proposée au début des années 1980 dans le but de résoudre trois problèmes [70][4] soulevés par le modèle cosmologique standard décrit dans le chapitre 1, dérivant de la confrontation des équations de Friedmann aux observations. L'exposé utilise l'article historique de Guth [70].

**L'horizon :** Le modèle de Big Bang possède une singularité initiale pour  $t = 0$  où  $a = 0$  et  $\rho \rightarrow \infty$ . Cette singularité a pour conséquence que tout point possède un horizon fini, qui s'accroît au cours du temps selon la relation A.19, et qui définit une région causalement connectée au point considéré. On peut calculer dans le cadre du modèle cosmologique standard la taille d'une telle région à l'époque où  $T = 10^{17}$  GeV. Le résultat remarquable est que le covolume correspondant au volume de l'Univers actuellement observé contenait alors  $10^{83}$  régions causales indépendantes.

**L'homogénéité :** les anisotropies du CMB sont de l'ordre de  $10^{-5}$ . Or les inhomogénéités de taille supérieure à la longueur de Jeans s'accroissent avec le temps sous l'effet de la gravité, ce qui implique que l'Univers était encore plus homogène avant l'émission du CMB. Ceci conduit à un contraste de densité  $\delta\rho/\rho$  de l'ordre de  $10^{-30}$  à  $T = 10^{16}$  GeV [4], ce qui, compte tenu du problème de l'horizon, ne peut être expliqué sans violer la causalité.

**La platitude :** la valeur  $\Omega = 1$  est instable dans l'équation de Friedmann, dans laquelle apparaît comme temps caractéristique le temps de Planck  $t_{pl} = 10^{-43}$  s. On peut poser comme contrainte large sur  $\Omega_0$  que  $0.01 < \Omega_0 < 10$ ; il en découle que  $|\Omega_{T=10^{17} \text{ GeV}} - 1| < 10^{-55}$  ou  $|\Omega_{T=1 \text{ MeV}} - 1| < 10^{-14}$  [58]

Un problème supplémentaire surgit lorsqu'on considère la transition de phase de la Grande Unification (GUT), à  $10^{16}$  GeV. Cette brisure spontanée de symétrie produit un nombre significatif de monopôles magnétiques [137]. Comme ils sont non relativistes ( $\rho \simeq a^{-3}$ ) mais produits alors que le reste de l'Univers était dominé par le rayonnement ( $\rho \simeq a^{-4}$ ), on s'attend à ce que l'Univers actuel soit dominé par les monopôles magnétiques. Or ces monopôles ne sont pas observés. Historiquement, ce problème est à l'origine de l'idée de l'inflation.

Ces problèmes mettent en évidence une insuffisance du modèle cosmologique standard : leur résolution implique en effet des contraintes fortes quant aux conditions initiales (réglage fin ou “fine tuning”), que rien dans le modèle ne permet de fixer aux valeurs adéquates. L’inflation se propose de résoudre ce problème de conditions initiales en supposant, entre un temps initial  $t_i$ , de l’ordre du temps de Planck, et un temps final  $t_f$ , dépendant du modèle et de l’ordre de  $t_f \simeq 10^{-32}$  s [105], une phase d’expansion accélérée. Celle-ci se traduit par la condition  $\ddot{a} > 0$  où  $a$  est le facteur d’échelle<sup>1</sup>. En utilisant la définition de la constante de Hubble 1.15 et l’équation de Friedmann 1.8, on obtient les équivalences [105][102] :

$$\ddot{a} > 0 \Leftrightarrow \frac{d(H^{-1}/a)}{dt} < 0 \Leftrightarrow p < -\frac{\rho}{3} \quad (3.1)$$

Pour la deuxième équivalence, on a négligé dans l’équation de Friedmann la contribution de la constante cosmologique. Ceci se justifie par le fait que l’on se situe juste après la fin de l’ère de Planck.

Une quantité très utile est le taux d’inflation (ou nombre d’“e-fold”), défini par :

$$N \equiv \ln \frac{a(t_f)}{a(t_i)} = \int_{t_i}^{t_f} H(t) dt \quad (3.2)$$

Si  $N$  est supérieur à environ 50 ou 60 [89][105][4], les problèmes du modèle adiabatique sont alors résolus : l’Univers observable correspond à une seule région causale à l’échelle GUT et l’échelle de courbure tend exponentiellement vers zéro. En effet, l’échelle correspondante qui sort de l’horizon au moment où  $N \sim 60$  est l’échelle de Hubble actuelle  $k = a_0 H_0$ , et donc à la plus grande échelle actuellement observable, par les anisotropies à grande échelle du CMB. Le calcul exact de  $N$  fait intervenir des termes correctifs qui dépendent du modèle inflationnaire choisi ; toutefois, ils restent petits, et comme il n’est pas nécessaire de connaître  $N$  avec une grande précision, on gardera dans la suite la valeur  $N = 60$ .

En plus de conduire à un Univers plat<sup>2</sup>, ce qui semble actuellement être bien vérifié, en particulier par les expériences CMB récentes comme Boomerang [45][95][123], Maxima [73][99] ou Dasi [72], les modèles inflationnaires simples effectuent un certain nombre de prédictions susceptibles d’être testées sur les perturbations scalaires (fluctuations de densité) et tensorielles (ondes gravitationnelles) primordiales, comme on le verra en section 3.3 : en particulier, ces perturbations sont gaussiennes, adiabatiques au sens défini dans la section 2.2.1, en phase, et ont un spectre en loi de puissance quasi invariant d’échelle de forme :

$$\mathcal{P}_s(k) \propto k^{n_s-1} \quad \mathcal{P}_T(k) \propto k^{n_t} \quad (3.3)$$

1. Un exemple théorique connu depuis les années 1920 est le modèle d’Univers vide de de Sitter caractérisé par  $\Omega = \Omega_\Lambda$  et pour lequel la croissance du facteur d’échelle est exponentielle.

2. Certains modèles conduisent néanmoins à un Univers ouvert, voir par exemple [31][114], notamment en supposant deux épisodes inflationnaires successifs.

où  $n_s$  et  $n_t$ , appelés indices spectraux respectivement scalaire et tensoriel, sont quasiment constants sur les échelles cosmologiques (entre 1 Mpc et 6 Gpc, de l'échelle des amas de galaxies aux échelles mesurées par Cobe avec les anisotropies du CMB). Le spectre des anisotropies CMB permet de contraindre ces quantités. C'est donc aux prédictions relatives aux perturbations primordiales que l'on s'attachera dans la suite de ce chapitre.

## 3.2 Etude d'un modèle

Afin d'introduire les différents paramètres des modèles inflationnaires intervenant dans les prédictions sur les perturbations (section 3.3), on va ici étudier un modèle inflationnaire particulier, le modèle hybride à potentiel quadratique [111][42]. Ce modèle permet de résoudre les trois problèmes donnés ci-dessus sans conduire à des valeurs de paramètres difficiles à justifier du point de vue de la physique des particules, comme par exemple une valeur de champ supérieure à la masse de Planck, ou encore un réglage fin des paramètres. En outre, il permet de bien mettre en lumière les mécanismes de l'inflation sans nécessiter de longs calculs.

Dans la suite on distinguera, pour chaque quantité introduite, sa définition générale par nature, du résultat de l'application au modèle choisi. On utilise le système d'unités où  $c = 1$ ,  $\hbar = 1$  : on alors  $G = m_{pl}^2$  où  $M_{pl}$  est la masse de Planck,  $m_{pl} = 1.22 \cdot 10^{19}$  GeV.

Comme dans la plupart des modèles inflationnaires, l'inflation est produite par un champ scalaire  $\phi$ , appelé l'inflaton. Dans les modèles hybrides, il n'est couplé qu'avec un autre champ scalaire. On verra dans le chapitre 7 dans quelle mesure les observations des anisotropies du CMB peuvent apporter des contraintes sur sa masse. Dans le modèle hybride choisi ici,  $\phi$  est massif et le potentiel de l'inflaton est quadratique, ce qui conduit au potentiel représenté sur la figure 3.1 [111][42] :

$$\begin{cases} V(\phi, \psi) &= \frac{\lambda}{4} (\psi^2 - M^2)^2 + V(\phi) + \frac{1}{2} g^2 \psi^2 \phi^2 \\ V(\phi) &= \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $g$  est la constante de couplage et la masse de  $\psi$  est donnée par  $m_\psi^2 = \lambda M^2$ . Pour  $\phi$  donné supérieur à une valeur critique  $\phi_c = (\sqrt{\lambda}/g)M$ , le minimum de potentiel vérifie  $\psi = 0$ , si bien que l'inflaton voit le potentiel effectif :

$$V_{\text{eff}}(\phi) = V(\phi) + \frac{\lambda}{4} M^4 \quad (3.5)$$

Dans le cadre du modèle, on fait l'hypothèse supplémentaire que le terme constant domine : comme on va le voir, c'est cette hypothèse qui rend le modèle capable de produire un taux d'inflation suffisant en gardant un champ  $\phi$  plus petit que la masse de Planck.

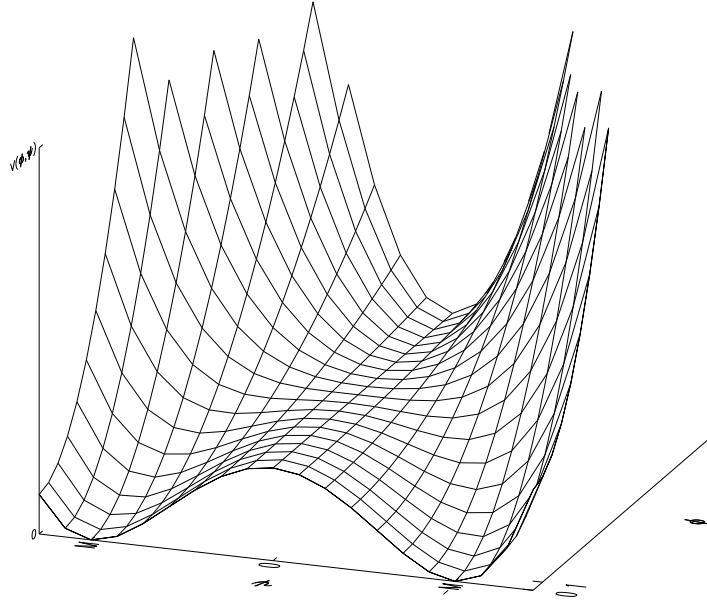


FIG. 3.1 – *Un potentiel d'inflation hybride. Durant l'inflation, le champ  $\psi$  est stabilisé à zéro par son couplage avec l'inflaton  $\phi$ . A la fin de l'inflation, le système évolue vers son minimum ( $\phi = 0, \psi = \pm M$ ).*

On suppose que la contribution des deux champs  $\phi$  et  $\psi$  à la densité totale d'énergie de l'Univers est dominante. Pour trouver les équations décrivant la dynamique de l'inflation, on commence par écrire la densité et la pression, qui sont données par [29] :

$$\begin{cases} \rho(\phi) &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{a^2}(\nabla\phi)^2 + V(\phi) \\ p(\phi) &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{6}\frac{1}{a^2}(\nabla\phi)^2 - V(\phi) \end{cases} \quad (3.6)$$

où le point représente la dérivée usuelle par rapport au temps. On supposera le champ homogène, au moins sur une échelle plus large que celle observable, ce qui permet de négliger les termes en  $\nabla\phi$ . Avec le potentiel 3.5, les équations de Klein-Gordon et de Friedmann<sup>3</sup> 1.7 pour l'inflaton s'écrivent [89] :

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} &= -V_{\text{eff},\phi}(\phi) \\ H^2 &= \frac{8\pi}{3m_{pl}^2} \left( V_{\text{eff}}(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

3. Ce qui suppose la validité des hypothèses d'homogénéité et d'isotropie sous-jacentes à la métrique de Robertson-Walker, à laquelle l'inflation doit donc conduire asymptotiquement [89][65].

où  $V_{\text{eff},\phi}(\phi) \equiv \partial V_{\text{eff}}/\partial\phi$ .

Si le potentiel est suffisamment plat, on peut négliger un terme dans chacune de ces équations,  $\ddot{\phi} \ll V_{\text{eff},\phi}(\phi)$  et  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$  [104], la première inégalité étant équivalente à la condition d'inflation 3.1. Cette hypothèse supplémentaire, dite de roulement lent ("slow-roll") [109][6] conduit à une version simplifiée de 3.7 :

$$\begin{aligned} 3H\dot{\phi} &= -V_{\text{eff},\phi}(\phi) \\ H^2 &= \frac{8\pi}{3m_{pl}^2}V_{\text{eff}}(\phi) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Les deux conditions de roulement lent sont équivalentes à  $\epsilon \ll 1$  et  $|\eta| \ll 1$ , où l'on utilise les paramètres de roulement lent [103] :

$$\begin{cases} \epsilon(\phi) &= \frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left( \frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2 \\ \eta(\phi) &= \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \frac{V_{,\phi\phi}}{V} \\ \xi^2(\phi) &= \frac{m_{pl}^4}{64\pi^2} \frac{V_{,\phi\phi\phi}}{V^2} \frac{d^3V}{d\phi^3} \end{cases} \quad (3.9)$$

On peut montrer que le respect des conditions de roulement lent  $\epsilon \ll 1$  et  $|\eta| \ll 1$  implique effectivement l'inflation, la réciproque étant vraie en général [102][106]. Le taux d'inflation  $N$  défini par 3.2 peut alors être approché par :

$$N \simeq -\frac{8\pi}{m_{pl}^2} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{V(\phi)}{V_{,\phi}(\phi)} d\phi \quad (3.10)$$

Dans le cadre du modèle hybride quadratique, cela donne :

$$N = \frac{2\lambda\pi M^4}{m^2 m_{pl}^2} \ln \frac{\phi_i}{\phi_f} + \frac{2\pi}{m_{pl}^2} (\phi_i^2 - \phi_f^2) \quad (3.11)$$

Si l'on avait considéré un modèle à un seul champ  $\phi$  quadratique<sup>4</sup>, on n'aurait eu que le deuxième terme, lequel, pour obtenir  $N \simeq 60$ , et donc suffisamment d'inflation pour résoudre les problèmes du modèle cosmologique standard, implique des valeurs de  $\phi$  supérieures à  $m_{pl}/\sqrt{8\pi}$ , ce qui dans le contexte d'un modèle de supergravité (par exemple MSUGRA) conduit à des corrections non renormalisables [102]. Le modèle hybride permet de remédier à ce problème en supposant que le premier terme domine dans 3.10, ce qui conduit à [105] :

$$N = \frac{2}{\eta(0)} \ln \frac{\phi_i}{\phi_f} \quad (3.12)$$

---

4. Ce modèle est appelé modèle chaotique à potentiel quadratique [110].

On peut donc obtenir  $N \simeq 60$  avec  $\phi_i$  plus petit que la masse de Planck, sous réserve d'avoir  $\eta \ll 1$ , ce qui est justement une des deux conditions de roulement lent. L'autre condition est alors automatiquement vérifiée, car  $\epsilon(\phi) = 4\pi\eta^2\phi^2/m_{pl}^2$ , avec  $\phi/m_{pl} \ll 1$ .

Dans le cadre du modèle hybride quadratique, la valeur de  $\phi_f$  dépend de la façon dont se termine l'épisode inflationnaire :

- l'inflaton  $\phi$  atteint durant l'épisode inflationnaire la valeur  $\phi_c$  pour laquelle le minimum de potentiel ne vérifie plus  $\psi = 0$ . Le système se retrouve alors rapidement à son vrai minimum  $\psi = \pm M$ ,  $\phi = 0$ . La valeur de ce champ critique dépend du couplage  $g$  avec le deuxième champ  $\psi$  du modèle. On trouve que :

$$\phi_c = \frac{\sqrt{\lambda}M}{g} \quad (3.13)$$

- l'inflation s'arrête alors que l'on a toujours  $\psi = 0$  car  $\epsilon = 1$  et les conditions de roulement lent ne sont plus vérifiées. Ultérieurement,  $\phi$  atteint  $\phi_c$  et le système évolue vers son minimum.

Le modèle de l'inflation tel qu'exposé ici est encore incomplet. En effet, l'épisode inflationnaire a dilué toute matière préexistante. Cela règle le problème des monopôles magnétiques [137] prédits par la transition GUT, qui ne sont pas observés; cependant, il convient d'expliquer comment à la fin de l'inflation les particules sont produites et comment on retrouve le modèle cosmologique standard. Il s'agit du réchauffage [109][48][1].

A la fin de l'inflation, l'inflaton  $\phi$  oscille autour de son minimum de potentiel. L'oscillation est cohérente, car la région concernée a été suffisamment homogénéisée par l'inflation pour que tous les points soient en phase. Si les oscillations sont de suffisamment petite amplitude pour pouvoir approcher le potentiel par une fonction quadratique  $\phi^2$  près du minimum, et en l'absence de désintégration, il s'agit d'une oscillation pseudo-harmonique, freinée par l'expansion, dont l'amplitude  $\Phi$  obéit à [88] :

$$\dot{\Phi} + 3H\Phi = 0 \quad (3.14)$$

La densité d'énergie  $\rho_\phi = \frac{1}{2}m^2\Phi^2$ , moyennée sur une pseudo-période, est donc celle de la matière non relativiste, ce qui signifie notamment que le temps cosmique  $t$  est proportionnel à  $1/\sqrt{\rho_\phi}$  (voir section 1.1.6).

L'inflaton se désintègre alors en des particules qui interagissent entre elles de façon à réaliser un équilibre thermodynamique à une température  $T_r$ . Il s'agit de la baryogénèse. Phénoménologiquement, cette désintégration peut être décrite en ajoutant un terme de freinage supplémentaire dans l'équation précédente [89] :

$$\dot{\Phi} + (3H + \Gamma_\phi)\Phi = 0 \quad (3.15)$$



où  $\Gamma_\phi$  est le taux de désintégration total de l'inflaton, et se calcule à partir de la théorie des perturbations. Cette manière de procéder n'est pas correcte si la désintégration est rapide par rapport à la pseudo-période, ce qui est le cas lorsque des bosons figurent parmi les produits possibles : on assiste alors à une phase dite de préchauffage [164][87][88]. La désintégration est découplée dès lors que  $\Gamma > H$ , où  $H \propto 2/(3t) \propto \sqrt{\rho}$  tant que la contribution de l'inflaton à la densité totale d'énergie domine. Si les produits de désintégration sont ultrarelativistes, ce qui se produit lorsque leurs masses sont négligeables devant celle de l'inflaton, et si l'équilibre thermodynamique est atteint, alors leur densité est proportionnelle à la puissance quatrième de la température, et on obtient que [88] :

$$T_r \propto \sqrt{\Gamma} \quad (3.16)$$

A cette température, on retrouve le modèle cosmologique standard avec la composition fournie par la baryogénèse. Les détails du réchauffage sont fortement dépendants du modèle ; cependant, cet épisode n'a pas d'impact sur les prédictions de l'inflaton concernant les spectres de perturbations, que nous allons à présent aborder.

### 3.3 Les prédictions sur les spectres de perturbations

On a vu que l'inflation a pour objet de résoudre les problèmes du modèle standard. Cependant, elle ne serait qu'une théorie *ad hoc* si elle se contentait de cela. Son succès vient de ce qu'elle donne lieu à une série de prédictions sur les fluctuations : certaines sont génériques, d'autres, portant notamment sur la valeur exacte des indices spectraux, sont dépendantes du modèle considéré, ce qui permet d'envisager de les contraindre par l'observation.

Dans les modèles inflationnaires, les perturbations, de type scalaire ou tensoriel (voir section 2.2.1), sont d'origine primordiale. Elles proviennent des fluctuations quantiques pré-inflationnaires, à phase aléatoire et d'amplitude suffisamment petite pour que l'approximation linéaire soit valide, ce qui leur confère un caractère gaussien [169], et permet de les considérer comme la superposition de modes de Fourier dont les phases sont indépendantes et distribuées uniformément entre 0 et  $2\pi$ . L'intérêt est de pouvoir décrire ces perturbations uniquement à l'aide de leur spectre de puissance.

On considère une perturbation à une échelle comobile donnée, supposée être inférieure à la longueur de Hubble de manière à respecter le principe de causalité. Cette échelle comobile est par définition constante au cours de l'expansion. En revanche, durant l'inflation, la longueur de Hubble diminue, et finit donc par devenir plus petite que l'échelle considérée. La perturbation est alors gelée, aucun processus causal ne pouvant agir sur elle, mais son échelle physique croît quasi-exponentiellement avec le facteur d'échelle de l'expansion. Après la fin de l'inflation, on retrouve le modèle d'expansion adiabatique standard, et la longueur de

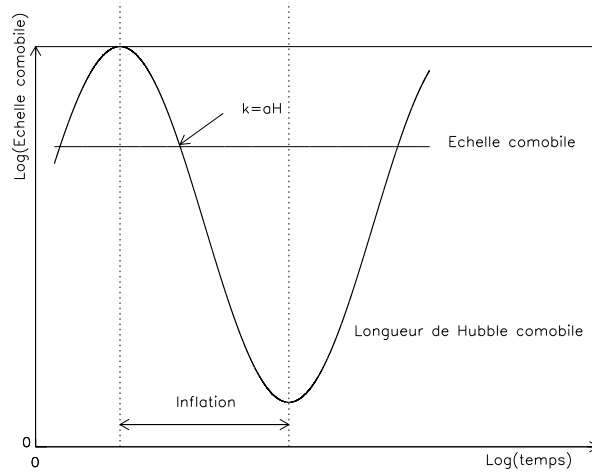


FIG. 3.2 – Evolution de la longueur de Hubble respectivement à une échelle comobile donnée, en coordonnées comobiles, d'après [102].

Hubble croît de nouveau, jusqu'à dépasser de nouveau l'échelle de la perturbation considérée (voir figure 3.2). Cette perturbation peut alors devenir une perturbation tensorielle ou scalaire des particules produites durant le réchauffage.

De façon générique, les perturbations pourraient être dans un mode croissant ou décroissant au moment où la longueur de Hubble est égale à l'échelle considérée en décroissant, c'est-à-dire pendant l'inflation, la phase étant aléatoire à une échelle donnée. Cependant, les perturbations de mode croissant dominent actuellement, ce qui a pour effet que les oscillations d'une échelle donnée sont en phase. Cette prédiction s'oppose à celle issue des modèles de défauts topologiques, dont les perturbations sont créées après leur rentrée dans l'horizon et peuvent avoir une phase quelconque. Elle rend compte de l'existence de pics acoustiques dans le spectre CMB [5][78], confirmés par Boomerang [45][95][123], Maxima [73][99] ou Dasi [72], et que l'on peut voir sur la figure 3.3 page 69. De même, si on décompose la perturbation en mode isocourbure et adiabatique, on constate une évolution vers le mode adiabatique<sup>5</sup> [169], prédiction qui peut être testée, car une contribution de modes isocourbures modifierait la position relative des pics acoustiques sur le spectre  $C_\ell$  [77][78].

Pour pouvoir tester ces prédictions, il faut pouvoir déterminer le spectre de puissance des perturbations, qui décrit entièrement celles-ci si elles sont gaussiennes. Le calcul complet du spectre dans le cadre de l'approximation de roulement lent, et pour un modèle à un seul inflaton comme celui que l'on a considéré en section 3.2 sort du cadre de cette thèse ; le lecteur intéressé pourra le trouver dans les références [104] et [105]. On se contentera ici de donner l'expression finale. Le spectre des fluctuations de densité est pour chaque échelle le carré de la composante de Fourier de la fluctuation de densité calculée au moment où

<sup>5</sup>. Sauf dans des modèles de double inflation, où une composante isocourbure est présente [67][64][108].

l'échelle considérée sort de l'horizon. On trouve :

$$\mathcal{P}_s(k) \equiv \delta_H^2(k) = \frac{512\pi}{75m_{pl}^6} \left. \frac{V^3}{V_{,\phi}^2} \right|_{k=aH} \quad (3.17)$$

et de même, le spectre des perturbations tensorielles est donné par :

$$\mathcal{P}_t(k) \equiv A_G^2(k) = \frac{32}{75m_{pl}^4} V \Big|_{k=aH} \quad (3.18)$$

en modes de Fourier,  $k$  désignant le mode de Fourier comobile  $k_{co}$ . Dans les formules 3.17 et 3.18, le potentiel doit être évalué pour la valeur de  $\phi$  correspondant à  $k = aH$ . Cependant, comme d'une part, l'inflaton descend lentement le long de son potentiel, et d'autre part ne sont observables que les modes compris en ordre de grandeur entre 1 Mpc et 6 Gpc, les deux spectres décrits par les formules 3.17 et 3.18 sont presque invariants d'échelle. Il est donc possible d'utiliser uniquement pour le calcul l'échelle pour laquelle on a  $N = 60$ . Cette invariance d'échelle est mise en lumière par la paramétrisation suivante de la forme des spectres [113] :

$$\begin{aligned} n_s(k) &\equiv 1 + \frac{d \ln \mathcal{P}_s}{d \ln k} \\ n_t(k) &\equiv \frac{d \ln \mathcal{P}_t}{d \ln k} \end{aligned} \quad (3.19)$$

dans lesquelles  $n_s(k)$  et  $n_t(k)$  sont les indices spectraux scalaire et tensoriel respectivement : en effet, la quasi-invariance d'échelle se traduit par le fait que  $|n_s - 1|$  et  $n_t$  sont petits devant 1 et que les indices sont quasiment constants entre 1 Mpc et 6 Gpc, ce qui conduit aux définitions alternatives 3.3 dans lesquelles les indices spectraux sont effectivement pris comme constants. Si nécessaire, on peut prendre en compte la variation de  $dn_s(k)/d \ln k$ . Ces paramètres décrivant le spectre sont reliés aux paramètres de roulement lent par [113][103] :

$$\begin{aligned} n_s - 1 &= -6\epsilon + 2\eta \\ n_t &= -2\epsilon \\ \frac{dn_s(k)}{d \ln k} &= -16\epsilon\eta + 24\epsilon^2 + 2\xi^2 \simeq 2\xi^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Les paramètres  $\epsilon$ ,  $\eta$  et  $\xi$  doivent être évalués sur la partie appropriée du potentiel qui correspond aux échelles observables. La faible variation de ces paramètres, résultant de l'hypothèse de roulement lent, permet de les évaluer au moment où les plus grandes échelles observables sortent de l'horizon, c'est-à-dire pour une valeur de  $N$  de 60. On note  $\phi_{60}$  cette valeur du champ.

Une dernière mesure intéressante est la comparaison entre les contributions des perturbations scalaires et tensorielles. On trouve [103][104] :

$$r \equiv \frac{C_\ell^t}{C_\ell^s} \simeq 4\pi\epsilon \quad (3.21)$$

qui n'est pas indépendant des observables précédents, puisque les trois paramètres  $n_s$ ,  $n_t$  et  $r$  ne dépendent que des deux paramètres  $\epsilon$  et  $\eta$ , ce qui fournit un test de cohérence du modèle<sup>6</sup> :

$$r = -2\pi n_t \quad (3.22)$$

L'existence d'une telle relation est très générale. Elle provient du fait que le spectre des fluctuations scalaires et le spectre des fluctuations tensorielles ont été produits durant le même épisode inflationnaire à travers le même potentiel  $V(\phi)$  : ces deux spectres sont donc nécessairement reliés entre eux. Les hypothèses de roulement lent et d'invariance d'échelle interviennent uniquement dans la détermination de cette relation.

### 3.4 Contraindre les modèles

Avec  $n_s$ ,  $n_t$  et  $r$ , l'inflation nous offre trois observables permettant de contraindre les modèles inflationnaires par la forme du potentiel. On peut y joindre la normalisation COBE [34][35], qui contraint l'échelle de l'inflation  $V^{1/4}$ , prise comme étant la valeur du potentiel au moment où la plus grande échelle observable sort de l'horizon. En effet, les spectres de fluctuations scalaires et tensorielles se reflètent dans les anisotropies du CMB, comme il a été dit dans la section 2.2. Par conséquent, le spectre de puissance angulaire des fluctuations de température  $C_\ell$  dépend des valeurs de  $n_s$ ,  $n_t$  et  $r$  (voir figure 3.3).

Une détection d'ondes gravitationnelles dans le CMB apporterait un crédit supplémentaire à l'inflation : cependant une détection négative ne ferait qu'invalider les modèles qui prédisent une contribution détectable. Pour les modèles hybrides par exemple, la contribution tensorielle est très petite, puisque  $\epsilon(\phi) = 4\pi\eta^2\phi^2/m_{pl}^2$  et donc  $r \approx 16\pi^2\eta^2\phi^2/m_{pl}^2$  est petit devant 1 sous l'hypothèse  $\phi/m_{pl} \ll 1$ . Si  $n_t$  devait cependant être mesurable, cela permettrait de vérifier la prédiction de l'inflation selon laquelle  $n_t < 0$  (voir équation 3.20), ce qui diffère du récent scénario ekpyrotique, lequel prédit  $n_t \approx 2$ [85].

L'indice spectral scalaire, ainsi que sa variation, sont en revanche mesurables : les observations des anisotropies du CMB par Planck devraient permettre de mesurer  $n_s$  à une précision  $\Delta n \simeq 0.01$  sur une gamme d'échelle couvrant trois ordres de grandeur correspondant au nombre de multipôles observables, et de détecter une variation  $dn/d \ln k$  plus grande que  $2 \times 10^{-3}$  [113].

Tout ceci devrait permettre d'exclure des modèles parmi tous ceux actuellement étudiés. Le tableau 3.1 donne les prédictions de quelques modèles, certains provenant de considérations sur la supersymétrie, sur  $n_s$  et sa variation. Le premier potentiel avec le signe + correspond au modèle étudié en 3.2, le modèle hybride quadratique. Avec le second cas, qui est aussi le seul à donner une variation significative de  $dn_s/d \ln k$ , il prédit  $n_s > 1$ . Cette caractéristique sur  $n_s$

---

6. Voir [107] pour une généralisation de la relation de cohérence.

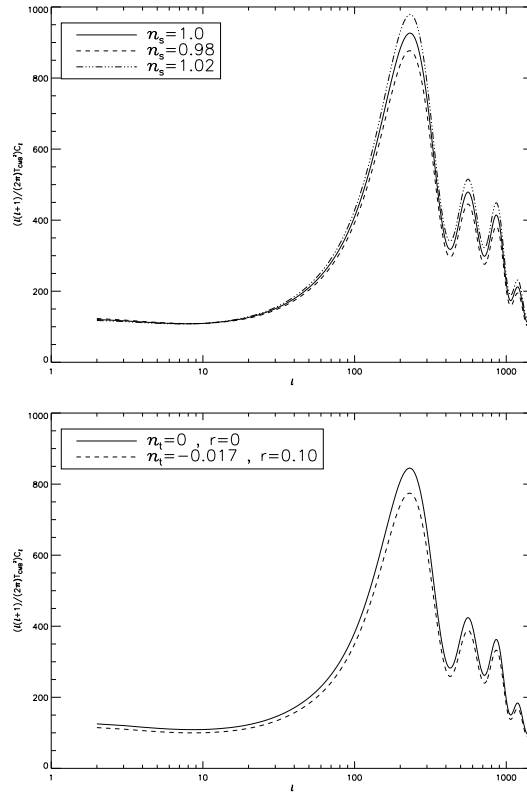


FIG. 3.3 – A haut : Le spectre  $C_\ell$  en fonction de l'indice spectral scalaire, avec  $n_s = 1$  (trait plein),  $n_s = 0.98$  (trait interrompu),  $n_s = 1.02$  (trait mixte) et  $r = 0$ . En bas : Le spectre  $C_\ell$  avec  $n_s = 0.967$ , sans contribution tensorielle (trait plein), ou avec  $r = 0.10$  et  $n_t = -0.017$ , ces valeurs étant celles prédites pour un modèle à un champ quadratique. Pour les deux figures, les autres paramètres cosmologiques sont constants,  $\Omega_b = 0.05$ ,  $\Omega_{CDM} = 0.25$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $h = 0.6$ .

devrait permettre de distinguer le modèle hybride quadratique des autres sans avoir à préciser davantage la valeur du taux d'inflation  $N$ . Les mesures les plus récentes de Boomerang et Maxima ne portent que sur  $n_s$ , et sont affectées par les dégénérescences avec les autres paramètres cosmologiques. Toutefois, Maxima pose comme contrainte  $n_s \geq 0.8$  à 99% de confiance [99], Boomerang fournit comme valeur (obtenue en considérant ses mesures de CMB seules)  $n_s = 0.93_{0.08}^{0.10}$  à  $1 \sigma$  [123]. Cela semble confirmer que  $n_s$  est effectivement proche de 1, sans pour autant permettre de contraindre les modèles inflationnaires. Les observations d'Archeops sur la gamme  $40 < \ell < 800$  du spectre  $C_\ell$  apporteront des informations supplémentaires, notamment grâce à la zone précédant le premier pic acoustique, reflétant directement les fluctuations de densité primordiales à des échelles supérieures à l'horizon lors du découplage des photons. On verra au chapitre 7 les contraintes qu'Archeops est susceptible d'apporter.

TAB. 3.1 – Prédiction de quelques modèles. Les constantes  $c$ ,  $q$  et  $\mathcal{Q}$  sont positives, et on suppose  $c \ll 1$  dans les trois premiers cas,  $|\sigma| \geq c$  dans le second. Dans le dernier cas,  $N_{max} = \left(\frac{p+1}{p-2}\right) \frac{1}{\eta(\phi_c)}$ . D'après [113].

$V(\phi)/V_0$	$\frac{1}{2}(n_s - 1)$	$\frac{1}{2} \frac{dn_s}{d \ln k}$	Commentaires
$1 + \frac{1}{2}c \frac{\phi^2}{m_{pl}^2}$	$c$	$0$	Hybride quadratique
$1 \pm \frac{1}{2}c \frac{\phi^2}{m_{pl}^2} \ln \frac{\phi}{\mathcal{Q}}$	$\pm c + \sigma e^{\pm cN}$	$\mp c \sigma e^{\pm cN}$	Correction de boucle $\phi^2 \ln \frac{\phi}{\mathcal{Q}}$ (brisure douce de la supersymétrie)
$1 + c \ln \frac{\phi}{\mathcal{Q}}$	$-\frac{1}{2N}$	$-\frac{1}{2N^2}$	Correction de boucle $\phi^4 \ln \frac{\phi}{\mathcal{Q}}$ (brisure spontanée de la supersymétrie)
$1 - c\phi^p$	$-\left(\frac{p-1}{p-2}\right) \frac{1}{N}$	$-\left(\frac{p-1}{p-2}\right) \frac{1}{N^2}$	$p > 2$ ou $-\infty < p < 1$
$1 - e^{-q\phi}$	$-\frac{1}{N}$	$-\frac{1}{N^2}$	
$1 + c\phi^p$	$\left(\frac{p-1}{p-2}\right) \frac{1}{N_{max}-N}$	$-\left(\frac{p-1}{p-2}\right) \frac{1}{(N_{max}-N)^2}$	$p$ entier $\leq 1$ ou $\geq 3$

Les contraintes sur  $n_s$  portent sur la forme du potentiel. L'échelle de l'inflation (au moment de la sortie de l'horizon) peut être contrainte par la normalisation COBE [34][35] pour  $\ell \sim 14$  et dans le cas  $\Omega_0 = 1$ :

$$\delta_H(n_s, r) = 1.91 \times 10^{-5} \frac{\exp[1.01(1 - n_s)]}{\sqrt{1 + 0.75r}} (1 - 0.18(1 - n_s)\Omega_\Lambda - 0.03r\Omega_\Lambda) \quad (3.23)$$

En utilisant les relations 3.17 et 3.18 pour une valeur de  $\phi$  correspondant à  $N(\phi) = N \approx 60$ , on peut trouver le potentiel au moment de la sortie de l'horizon. En supposant que  $r$  est négligeable, on trouve [113]:

$$V^{1/4}/\epsilon^{1/4} = 0.135m_{pl} = 6.7 \times 10^{16} \text{ GeV} \quad (3.24)$$

Cette valeur trouvée pour  $N = 60$  n'est pas la valeur initiale du potentiel, mais une valeur très inférieure, typiquement de l'ordre de  $V^{1/4} \simeq 10^{16}$  GeV. En effet, nous ne pouvons observer les fluctuations dont l'échelle est supérieure à notre horizon actuel. On appelle inflation observable la partie du processus inflationnaire ayant généré les fluctuations observables, donc celles dont l'échelle est plus petite que notre horizon. En imposant uniquement que  $V^{1/4} < m_{pl}$ , le modèle à un champ quadratique conduit à  $N_{tot} \simeq 10^{13}$ , donc bien au-delà de l'inflation observable.

## 3.5 Conclusion

Il ressort de cette introduction à l'inflation qu'il s'agit d'une idée donnant lieu à des prédictions assez génériques; en particulier les modèles les plus simples conduisent à un Univers spatialement plat, avec des perturbations scalaires et tensorielles adiabatiques et gaussiennes, en mode croissant avec un spectre quasi-invariant d'échelle [102].

Des contraintes plus précises sur  $V^{1/4}$ , les indices spectraux et leur dépendance d'échelle permettraient de reconstruire le potentiel inflationnaire [107]. Evidemment, on voudrait surtout pouvoir associer l'inflation à une théorie de physique des particules, comme la supersymétrie. Celle-ci fournit effectivement des champs scalaires, et les prédictions de quelques modèles ont été données tableau 3.1. Ce domaine fait actuellement l'objet de développements théoriques: on consultera la référence [113] pour un état des lieux.

Les prédictions de ces différents modèles peuvent être testées par des observations des anisotropies du CMB, qui sont en outre capables de distinguer entre ces différents modèles. Par exemple, le modèle d'inflation hybride quadratique de la section 3.2 prédit  $n_s > 1$ , ce qui pourrait permettre le cas échéant de l'exclure. Ainsi, l'étude des anisotropies du CMB, rayonnement émis alors que l'Univers avait déjà 300 000 ans, devrait nous permettre d'explorer la physique à des très hautes énergies, allant jusqu'à l'échelle de Planck.





# Chapitre 4

## L'expérience Archeops

### 4.1 Introduction

Archeops [20] est une expérience embarquée en ballon utilisant la technologie développée pour l'instrument haute fréquence (HFI, pour High Frequency Instrument) du satellite Planck. Son objectif est de mesurer les anisotropies du CMB à une sensibilité de  $\Delta T/T \approx 3 \times 10^{-5}$  par pixel de 20 minutes d'arc sur une surface totale de 25% environ du ciel à une résolution angulaire de 10 minutes d'arc. La détection est assurée par des bolomètres répartis en quatre canaux de fréquence (143, 217, 353 et 545 GHz), refroidis à une température nominale de 100 mK par un cryostat à dilution  $^3\text{He}/^4\text{He}$ . Un vol de 24 heures devrait permettre d'apporter des contraintes sur le spectre  $C_\ell$  dans la zone  $50 < \ell < 800$ , intermédiaire entre les zones mesurées par Cobe [154][16] d'une part, et Boomerang [45][123], Maxima [73][99], Dasi [72] d'autre part (voir figure 4.1). Les laboratoires impliqués dans l'expérience sont indiqués dans le tableau 4.1.

Durant cette thèse, j'ai pu participer aux trois vols d'Archeops : un vol technique le 17 juillet 1999 entre la Sicile et l'Espagne, et deux vols scientifiques entre la Suède et la Russie, les 29 janvier 2001 et 7 février 2002.

TAB. 4.1 – *La collaboration Archeops. PI Alain Benoît (CRTBT).*

France CNRS	SPM : CRTBT IN2P3 : CdF, ISN , LAL, CSNSM INSU : LAOG, IAS, IAP, OMP, CESR CEA : SPP
Royaume-Uni	Queen Mary College
Italie	Université de Rome, de Florence
Etats-Unis	Caltech, JPL, Université du Minnesota

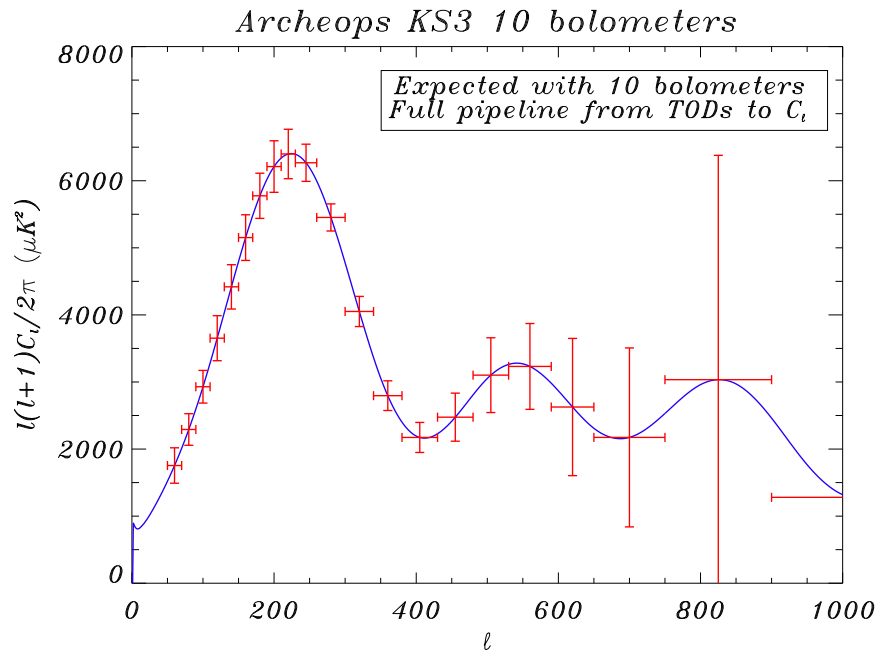


FIG. 4.1 – Simulation des barres d'erreurs de mesures sur les  $C_\ell$  obtenus par dix bolomètres d'Archeops moyennés pour un vol de 12.5 heures, ce qui correspond au vol du 7 février 2002. Le bruit considéré est de  $200 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$  par détecteur. La constante de temps est de 10 ms. La taille des lobes est de 11 minutes d'arc pour cinq détecteurs, 15 minutes d'arc pour les cinq autres. Les barres d'erreurs sont issues de 100 simulations utilisant le modèle dont le spectre est donné en trait continu. On remarquera la petitesse des barres d'erreur pour les multipôles 50 et 100, intermédiaire entre les mesures de Cobe d'une part, et Boomerang, Maxima, Dasi d'autre part.

## 4.2 Descriptif de l'instrument

Pour de plus amples informations, le lecteur intéressé pourra consulter l'article technique consacré à Archeops [20]. La description qui suit reprend succinctement les points essentiels à la compréhension des chapitres consacrés à l'analyse des données et à la cartographie.

### 4.2.1 Le télescope

Le télescope (voir figure 4.2) est de type grégorien hors axe, dont les deux miroirs (primaire parabolique de 177 cm selon sa plus grande dimension, et secondaire elliptique de 84 cm selon sa plus grande dimension) respectent la configuration de Dragone [51] pour minimiser la réponse aux lobes secondaires. Par conception, ses performances en couplage avec des cornets monomodes sont limités par la diffraction, donnant des faisceaux de FWHM de 8 minutes d'arc ou moins pour des fréquences supérieures à 140 GHz. L'axe optique du miroir

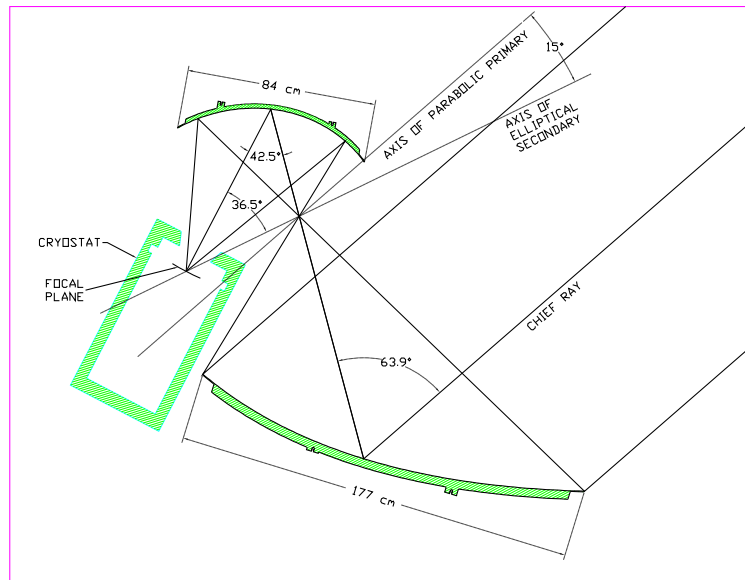


FIG. 4.2 – Vue du côté du télescope d'Archeops et du cryostat.

primaire est incliné de  $41^\circ$  degrés par rapport à l'horizontale.

Les deux miroirs ont été fabriqués en aluminium 6061-T06 (épaisseur 8 pouces) et ont subi deux cycles thermiques pour réduire les contraintes internes. La surface réfléchissante, de 5 mm d'épaisseur, est supportée par une structure en nid d'abeille qui empêche les déformations sous l'effet de la gravité, ainsi que par l'accélération de 10g attendue lors de l'ouverture du parachute en fin de vol. Le polissage, effectué à la main, donne une précision globale de  $50 \mu\text{m}$  en écart-type, soit environ  $\lambda/20$  dans le domaine millimétrique.

### 4.2.2 Le plan focal

L'instrumentation du plan focal d'Archeops est constituée de bolomètres, tout comme celle de Planck-HFI. Avant de décrire les bolomètres d'Archeops, on présentera brièvement le principe de fonctionnement de ce type de détecteur.

#### Principe d'un bolomètre

Les bolomètres [96] sont actuellement les détecteurs les plus sensibles pour les fréquences comprises entre 60 et 1200 GHz environ, ce qui inclut des fréquences où le CMB et les rayonnements galactiques sont respectivement dominants.

Le principe d'un bolomètre peut être modélisé de la façon suivante (voir figure 4.3). Une capacité thermique  $C$  est relié par une conductance thermique  $G$  à un puits thermique à la température  $T_0$ . La puissance absorbée du rayonnement incident (signal et fond) porte la capacité à la température  $T$  pour laquelle la puissance émise vers le puits thermique via la conductance est égale à la puissance entrante. Une thermistance (en germanium dopé par bombardement de neutrons) liée thermiquement à l'absorbeur mesure la température de celui-ci. La sensibilité

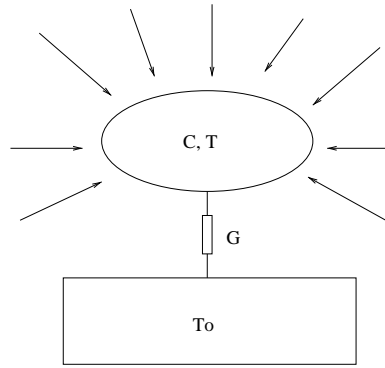


FIG. 4.3 – Schéma de principe d'un bolomètre. La puissance absorbée par l'absorbeur de capacité  $C$  porte celui-ci à la température  $T$ , la puissance est évacuée vers le puits thermique de température  $T_0$  via la conductance thermique  $G$ . La thermistance mesurant la température de l'absorbeur n'a pas été représentée.

du bolomètre est reliée à la température du puits (100 mK pour Archeops) et à la sensibilité de la thermistance.

Intrinsèquement, un bolomètre ne peut sélectionner la direction et la fréquence du rayonnement qu'il absorbe. On l'utilise donc avec des cornets qui concentrent le rayonnement venant de la direction désirée (celle de l'axe optique du télescope) et privilégie une bande de fréquence à l'aide de filtres. Un bolomètre est soumis à différents types de bruits, qui sont généralement caractérisés par leur puissance équivalente de bruit (NEP), puissance incidente sur le détecteur produisant un signal d'intensité égale à l'écart-type du bruit, pour une bande passante d'un Hertz. La NEP se mesure en  $\text{W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ . On distingue les bruits thermodynamiques suivants [144] :

- le bruit de photons, limite ultime puisqu'il provient de la nature quantique du rayonnement ; il est l'ordre de  $10^{-17} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$  ;
- le bruit de phonons (ou bruit thermique), provenant du passage des phonons le long de  $G$ , sa NEP est proportionnelle à la température :  $NEP^2 = 4k_bGT^2$ , où  $k_b$  est la constante de Boltzmann et  $G$  est la conductance thermique (de l'ordre de 60 pW/K pour les bolomètres d'Archeops du vol du 29 janvier 2001 [18]) ;
- le bruit Johnson, fluctuation de tension apparaissant aux bornes de la résistance d'un bolomètre ; sa NEP est proportionnelle à la racine carrée de la température.

Le bruit de photons et le bruit de phonons (mais pas le bruit Johnson) sont affectés d'une constante de temps  $\tau = C/G$ . La dépendance en température du bruit thermique et Johnson explique la nécessité de refroidir le bolomètre. En plus de ces bruits intrinsèques, on note entre autres les bruits liés à la polarisation électrique du bolomètre dans son circuit de lecture, à la stabilité du bain cryogénique, à la microphonie, perturbations radioélectriques, ainsi qu'une remontée aux basses fréquences (bruit en  $1/f$ ).

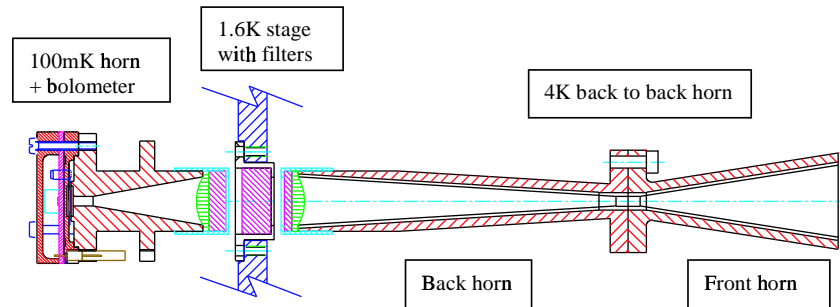


FIG. 4.4 – Configuration optique d'un bolomètre.

### Les bolomètres d'Archeops

Les bolomètres d'Archeops ont été développés au JPL/Caltech dans le cadre du développement de Planck-HFI. L'absorbeur a une structure en toile d'araignée. Leur NEP à 100 mK est limitée par le bruit photonique et leur temps de réponse, qui est de l'ordre de quelques millisecondes (entre 5 et 14 ms), est compatible avec la stratégie de couverture du ciel choisie [20]. L'utilisation de cornets triples (voir figure 4.4), en plus de filtrer le rayonnement, permet de réduire les lobes secondaires et de définir des étages de températures (100 mK, 1.6 K et 10 K). La paire de cornets dos-à-dos est constituée de deux cornets séparés par un guide d'onde. Elle est située sur une plaque refroidie par les vapeurs d'hélium, la charge thermique provenant du télescope et de l'atmosphère en fixe la température à 10 K. La largeur du lobe principal et la puissance relative dans les lobes secondaires sont déterminées par le premier cornet. Le guide d'onde sélectionne les modes autorisés à atteindre le détecteur en effectuant un filtrage passe-haut. Le filtre passe-bas est placé à la sortie de la paire. Une lentille refocalise le faisceau, qui est couplé au détecteur par le dernier cornet et un dernier guide d'onde, plus large que le premier afin de ne pas modifier le contenu spectral du faisceau.

Pour les vols scientifiques du 29 janvier 2001 et du 7 février 2002, 23 bolomètres ont été utilisés, répartis dans quatre canaux de fréquence (143, 217, 353 et 545 GHz). Pour le vol technique du 17 juillet 1999, Archeops disposait de 6 bolomètres (les nombres de bolomètres par fréquence sont donnés dans le tableau 4.2). En plus des bolomètres, le plan focal est également muni de deux thermomètres (que l'on appellera par la suite en raison de leur localisation thermomètres à 100 mK). Les étages à 1.6 K et 10 K sont également munis de deux thermomètres chacun.

Le refroidissement à 100 mK est assuré par un cryostat à dilution  $^3\text{He}/^4\text{He}$  [21]. Les fluctuations de température sont de l'ordre de 100  $\mu\text{K}$ , avec une constante de temps de l'ordre de 1 s.

TAB. 4.2 – Les bolomètres d'Archeops. Pour les vols de Kiruna, les bolomètres à 353 GHz sont polarisés.

	Trapani 17/07/1999	Kiruna 29/01/2001	Kiruna 07/02/2002
143 GHz	B1-1 B1-3	143B03 143T01 143K01 143K02 143K03 143K04 143K05 143K07	143B03 (voit le 1.6K) 143T01 143K01 143K02 (déconnecté) 143K03 143K04 143K05 143K07
217 GHz	B2-4 B2-5	217T06 217K01 217K02 217K03 217K04 217K05 (aveugle) 217K06	217T05 (aveugle) 217T06 217K01 217K02 217K03 217K04 217K05 217K06
353 GHz	B3-6	353K01 353K02 353K03 353K04 353K05 353K06	353K01 353K02 353K03 353K04 353K05 353K06
545 GHz		545K01 545K02	545K01 545K02 (déconnecté)

### L'électronique de lecture

Les bolomètres sont polarisés avec un signal carré. La sortie est mesurée par un préamplificateur digital avant démodulation. Toutes les modulations sont gérées par la même horloge, de fréquence 76.3 Hz, l'échantillonnage est à la fréquence double (152.6 Hz). Avant démodulation, l'échantillonnage brut est effectué à la fréquence de 6.51 kHz. L'échantillonnage après démodulation est de deux points par période de démodulation.

Afin de permettre à l'équipe au sol lors du vol de vérifier que le fonctionnement de l'instrument est correct, une télémétrie est utilisée. Toutefois, les données prises en compte lors de l'analyse sont celles stockées sur l'enregistreur de bord. L'information est rangée par blocs de différents type selon la nature de l'information enregistrée, incluant notamment les paramètres d'acquisition, gyroscopes, données des bolomètres, et identifiée par un mot de 32 bits situé immédiatement après un autre mot de 32 bits marquant le début d'un nouveau bloc. Il est assorti d'un mot de contrôle donnant la longueur et la somme du bloc. Les blocs

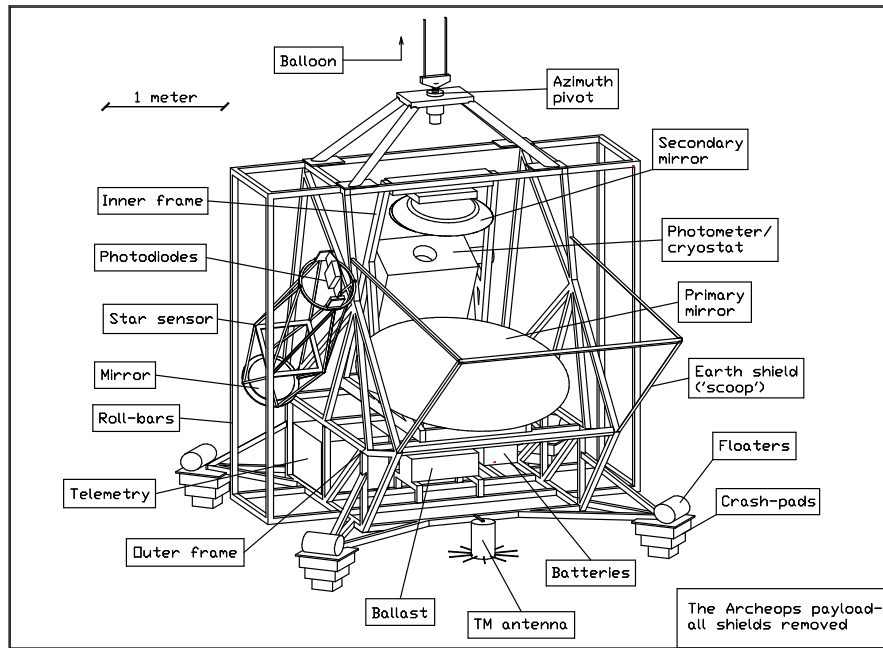


FIG. 4.5 – La nacelle d'Archeops dans sa configuration pour le vol technique de Trapani du 17 juillet 1999. On distingue les miroirs, le cryostat (avec la fenêtre ouvrant sur le plan focal), le senseur stellaire sur le côté gauche, le pivot permettant à la nacelle de tourner autour du câble la reliant au ballon. Pour les vols suivants, la nacelle a été allégée, notamment par la suppression de la structure externe.

défectueux (qui ne présentent pas leur mot de début et de fin dont le type est inconnu, dont la longueur et la somme ne correspondent pas à celles données par le mot de contrôle) sont rejetés. La longueur des blocs contenant les données bolométriques est de 72 points après décompression.

### 4.2.3 La nacelle

En plus du cryostat et des miroirs, la nacelle (voir figure 4.5) contient :

- un pivot asservi en vitesse imprimant à la nacelle une vitesse angulaire constante ;
- un senseur stellaire : il s'agit d'un télescope optique de 40 cm de diamètre, dont le plan focal est muni d'une barrette verticale 46 photodiodes de  $4 \times 1$  mm, perpendiculaire à la direction du balayage, pour couvrir un champ de  $1.4^\circ$  en élévation, solidaire de la nacelle, et dont l'axe optique est parallèle à celui du télescope millimétrique ; il permet, compte tenu de la rotation de la nacelle, de détecter des étoiles jusqu'à la sixième magnitude et d'opérer une reconstruction de pointage dont la précision est de l'ordre de la minute

- d'arc ;
- des gyroscopes et un magnétomètre (sauf pour le vol technique) aidant à la reconstruction de l'attitude ;
- un GPS fournissant les coordonnées terrestre de la nacelle ;
- un enregistreur et un ordinateur de bord.

#### 4.2.4 La stratégie de pointage

La stratégie de pointage d'Archeops est une stratégie originale qui, se démarquant de celle choisie pour Boomerang [95], se rapproche de celle de Planck.

La nacelle est animée d'un mouvement de rotation autour de son axe à la vitesse de 2 tours par minute pour les vols scientifiques, de 3 tours pour le vol technique. Cette vitesse est optimisée pour que les cercles décrits sur le ciel se recoupent sur la taille d'un demi-lobe. Elle dépend donc de la latitude du lieu. L'axe optique du télescope dessine donc sur le ciel en coordonnées terrestres des cercles d'élévation constante  $41^\circ$  et de largeur fixe (la taille du lobe principal). Du fait du mouvement de la nacelle dans un référentiel terrestre, et du mouvement de la Terre dans un référentiel de Copernic (fixe par rapport aux étoiles), ces cercles

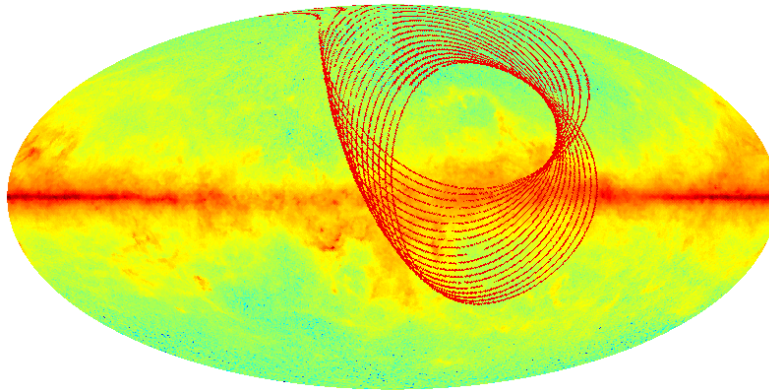


FIG. 4.6 – La stratégie de pointage d'Archeops pour le vol de Kiruna du 29 janvier 2001. Un cercle sur 50 a été représenté. Le temps total est de 7.5 heures. On voit clairement le décalage des cercles au cours du temps, ce qui entraîne une couverture d'environ 20%. On observe des zones dites de redondance, où les cercles se croisent avec des angles très ouverts ; ces zones sont précieuses pour l'analyse, car seul le signal du ciel y reste a priori constant. La carte du ciel en fond est celle de Schlegel [151], en unités logarithmique. Les coordonnées sont galactiques, mais comme pour toutes les cartes similaires présentées dans cette thèse, les longitudes ont été décalées de  $180^\circ$ , autrement dit, l'anticyentre galactique est au centre de la carte ; ceci pour éviter d'avoir une couverture éclatée en deux parties sur les figures.



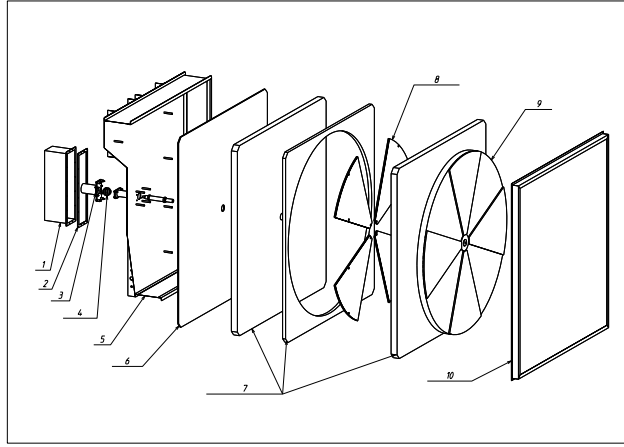


FIG. 4.7 – La source thermique d'étalonnage en vue éclatée. 1:capot, 2:joint, 3:connection, 4:moteur, 5:boîte, 6:fond en ecosorb, 7: isolateurs thermiques (polystyrène), 8:secteurs chauffants+ecosorb, 9:chopper (roue en polystyrène+ecosorb), 10:plaque de fermeture

correspondent dans un système de coordonnées fixes (coordonnées équatoriales ou galactiques) à des courbes non fermées, réalisant une couverture importante du ciel (voir figure 4.6). Par exemple, le vol du 29 janvier 2001 a couvert 20% du ciel en 7.5 heures.

Cette stratégie de pointage permet d'obtenir en quelques heures une large couverture du ciel. Elle implique que le vol soit nocturne, car le rayonnement du Soleil (et aussi de la Lune) saturerait les détecteurs. La base d'Esrang (SSC<sup>1</sup>-CNES), près de Kiruna (Suède) convient parfaitement pour un vol durant la nuit polaire ; cependant, la durée limitée à 24 heures du vol induit une redondance assez faible pour les cartes CMB, en contrepartie d'une couverture étendue.

### 4.3 Les tests préliminaires

Chaque vol a été précédé d'une campagne de tests et d'étalonnage. En particulier, il fallait vérifier si l'alignement du senseur stellaire était correct, et réaliser la carte des lobes de chaque bolomètre. Pour ce faire, l'ISN a construit une table de pointage et une source millimétrique d'étalonnage.

La source millimétrique par rayonnement thermique est constituée d'une roue chauffée de 1.10 m de diamètre tournant à deux tours par seconde, et divisée en quatre secteurs alternativement sombres et brillants, ce qui permet de simuler une source avec une modulation de 50 K autour de la température ambiante, avec une fréquence de 8 Hz (voir figure 4.7). On éclaire la tranche avec un petit laser ; un scotch noir permet par réflexion vers un capteur de simuler des pulses de 5 ms de large toutes les 500 ms, qui seront utilisés pour le test du senseur stellaire. La source a été testée sur le plateau de Bure, en utilisant les six bolomètres

1. Swedish Space Corporation

de l'expérience DIABOLO. Le balayage permet l'acquisition d'une carte de 30 minutes d'arc sur 30 minutes d'arc, avec un pas en élévation de 2 minutes d'arc. Sous forme de carte, on obtient pour trois bolomètres différents les images de la figure 4.8, qui fournissent les mesures correctes des dimensions angulaires du lobe principal du télescope de POM2. Afin d'améliorer le rapport signal sur bruit, on a mis en œuvre une technique de détection synchrone utilisant la fréquence de 8 Hz de pulsation de la source.

Pour tester les bolomètres en utilisant la source thermique, il faut monter la nacelle (avec l'instrumentation) sur une table de pointage (voir figure 4.9) qui a été réalisée à l'ISN, ainsi que son logiciel de pilotage (en Visual Basic). Celle-ci est dotée de deux degrés de liberté, assurés par deux verrins, en azimuth et en élévation. Elle est souvent utilisée en mode carte : un déplacement en azimuth d'un angle  $\alpha$  est suivi d'un déplacement en élévation d'un angle  $\delta$ , puis d'un déplacement en élévation de l'angle  $-\alpha$  etc... L'angle  $\delta$ , ainsi que la vitesse de déplacement en azimuth, sont choisis de manière à échantillonner correctement les lobes des bolomètres.

Les mesures de lobe à la base d'Estrange ont été effectués de la manière suivante. La nacelle, fixée sur la table de pointage, a été sortie devant le hangar, où se trouve un terrain plat étendu servant de piste d'envol. La source a été placée à environ 1 km de distance, sur une petite colline. Après une rapide recherche, la position de la source en azimuth et élévation (dans un repère lié à la table de pointage) a pu être déterminée. Des cartes ont été effectuées, l'une d'elle est montrée sur la figure 4.10. La sécheresse de l'air a notamment permis d'observer le signal produit par la source sur les bolomètres à 353 GHz, ce qui n'avait pas pu être fait à Grenoble durant les campagnes d'étalonnage préliminaires à l'envoi de la nacelle à la base de lancement. Ces pointages ont permis de montrer que la position relative et les dimensions des lobes étaient conformes à ce qu'on attendait. La vérification de la focalisation du télescope est également possible, bien que les corrections se soient révélées délicates à effectuer ; aux longueurs d'onde explorées, un réglage mécanique d'après les cotes est toutefois suffisant, et le pointage a permis de s'assurer que ce réglage était correct. Un petit laser émettant dans le rouge et placé juste à côté de la source a également permis de situer sur le plan focal des bolomètres la position exacte de la barrette de photodiodes du senseur stellaire, ce qui sera utilisé lors de la reconstruction du pointage. Pour

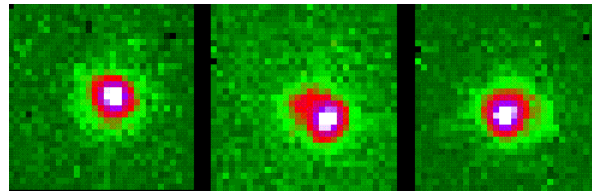


FIG. 4.8 – La source de thermique d'étalonnage observée par trois bolomètres différents du télescope POM2 du plateau de Bure. Le centrage de chaque bolomètre est différent.

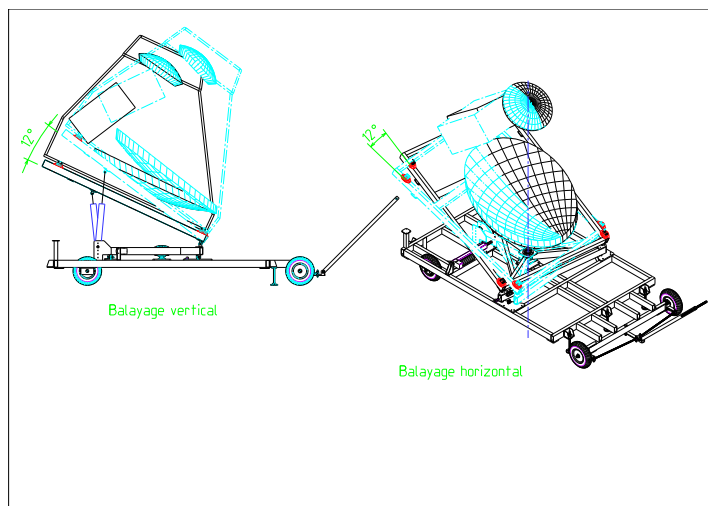


FIG. 4.9 – Schéma de principe de la table de pointage.

que le laser puisse être visible depuis une zone suffisamment étendue, et éviter une longue et pénible phase de recherche des positions et orientations relative du laser et de la nacelle, une lentille est placée juste devant le laser afin de faire diverger le faisceau.

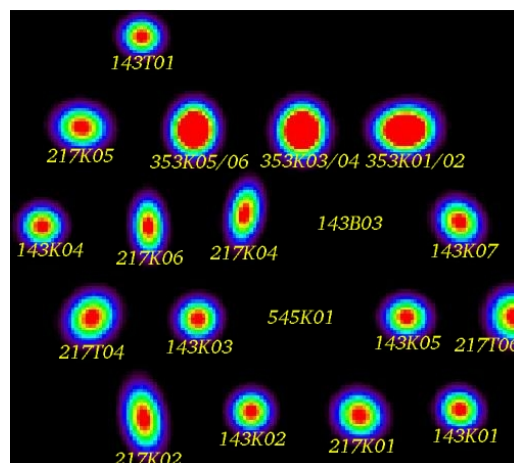


FIG. 4.10 – Carte des lobes obtenue le 8 décembre 2001 dans le cadre de la campagne de l'hiver 2001-2002. Les contours représentent les ajustements gaussiens des lobes réellement observés. Les bolomètres sont séparés de 30 minutes d'arc environ, et leurs lobes sont de l'ordre de 10 minutes. Quelques bolomètres sont manquants : le 143B03 était aveugle durant les mesures et observait l'étage à 10 K ; le 217K03, qui aurait dû se trouver à côté du 143K07, est en dehors de la carte ; l'absorption due à la vapeur d'eau empêche les bolomètres à 545 GHz d'observer la source. Notons enfin que, puisque les paires de bolomètres polarisés partagent le même cornet, on n'observe qu'un seul lobe.

Archeops test flight 17–18/7/1999, Trapani–Granja de Torre Hermosa

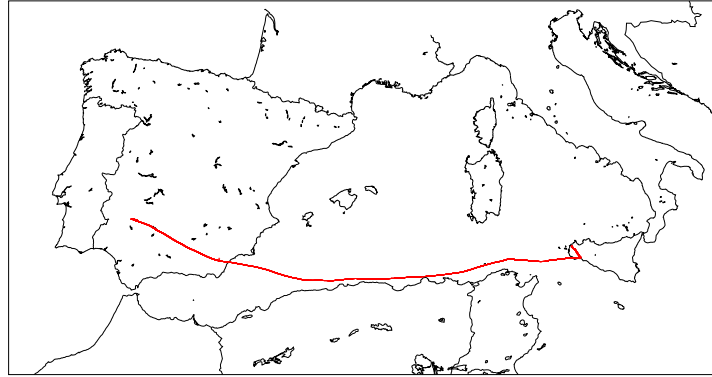


FIG. 4.11 – *La trajectoire du ballon Archeops durant le vol test de Trapani, durant la nuit du 17 au 18 juillet 1999. L'altitude de 40 km a été atteinte au large de la Tunisie, le soleil s'est levé alors que le ballon survolait Alger.*

## 4.4 Les vols

### 4.4.1 Le vol de test de Trapani du 17 juillet 1999

Un vol test de l'expérience Archeops a été organisé depuis la Base di Lancio di Palloni Stratosferici de Trapani Milo en Sicile, qui dépend de l'agence spatiale

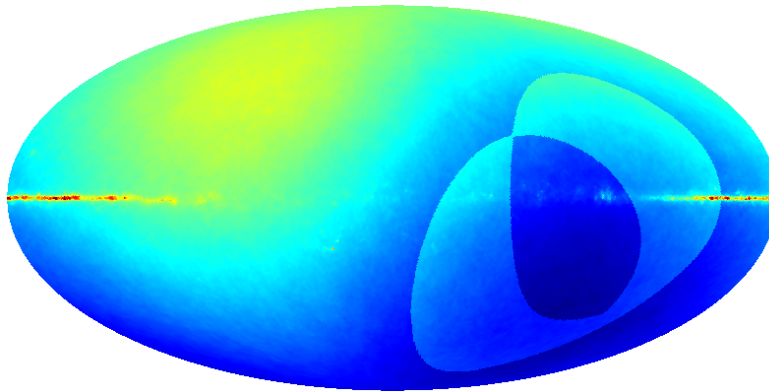


FIG. 4.12 – *La zone couverte par Archeops pour le vol de Trapani (en surimpression). L'anticeintre de la Galaxie est au centre. Le dipôle cosmologique a été représenté.*

italienne (ASI).

Compte-tenu de la situation géographique de la base de Trapani ( $\alpha = 12.50$  E,  $\varphi = 37.92$  N) et du régime des vents à une altitude de 40 km, il a été prévu un vol de 6 heures de nuit environ, au-dessus de la Méditerranée jusqu'à l'Espagne, à l'altitude de 40 km nécessaire pour minimiser le rayonnement atmosphérique d'avant-plan (voir figure 4.11). Les objectifs étaient :

- vérifier le bon fonctionnement général de l'expérience, afin d'apporter des améliorations pour le vol de Kiruna et de résoudre les problèmes éventuellement rencontrés ;
- acquérir de l'expérience sur les instruments embarqués en ballon ;
- permettre un développement du software de traitement des données ;
- exploiter dans un but scientifique les données :
  - obtenir une carte d'une zone du ciel différente de celle de Kiruna (voir figure 4.12) ;
  - obtenir une carte de la Galaxie à 353 GHz ainsi qu'à 143 et 217 GHz avec une résolution de 12 minutes d'arc environ, ce qui n'avait pas encore été fait ;

Le ballon Archeops a décollé le 17 juillet 1999 à 19h22 TU. Le temps de montée a été utilisé pour tester le pivot. L'altitude de 38 km a été atteinte vers 23h30 TU, heure à laquelle les bolomètres ont été réglés une dernière fois : la période d'acquisition des données exploitables commence, et durera jusqu'au lever du soleil le 18 juillet à 4h TU. L'atterrissage en Espagne a eu lieu à 13h22 UT.

Bien que le vol se soit déroulé de manière globalement satisfaisante, plusieurs problèmes doivent être signalés dans la mesure où ils ont pu altérer la qualité des données :

- Une petite fuite dans le cryostat, qui a été constaté la veille du vol, n'a pu être localisée à temps. La conséquence a été que la température nominale de 100 mK n'a pu être atteinte, le minimum ayant été de 114 mK, d'où une sensibilité moins bonne que prévue.
- Un des bolomètres à 143 GHz a cessé de fonctionner correctement à partir de 24h21, ce qui le rendait inexploitable.
- Un des bolomètres à 217 GHz a présenté des changements de point d'équilibre fréquents, ce qui le rendait inexploitable, bien que Jupiter ait pu y être détecté.

#### 4.4.2 Le vol de Kiruna du 29 janvier 2001

Afin d'obtenir la plus longue durée possible de données, un vol arctique s'imposait. La base de lancement, appartenant à la SSC et louée par le CNES, est située à Esrange ( $\alpha = 67.9$  N,  $\varphi = 21.1$  E), près de la ville de Kiruna, en Suède, légèrement au nord du cercle polaire boréal. De début décembre à fin janvier, le Soleil ne monte pas au-dessus de l'horizon. Lorsque par ailleurs on est proche de la nouvelle lune, et que les vents au-dessus de 30 km d'altitude sont orientés plein est, un vol nocturne pouvant dépasser 12 heures est possible. En raison des condi-

Archeops trajectory 14h46–27h7 gps time (files 16–34)

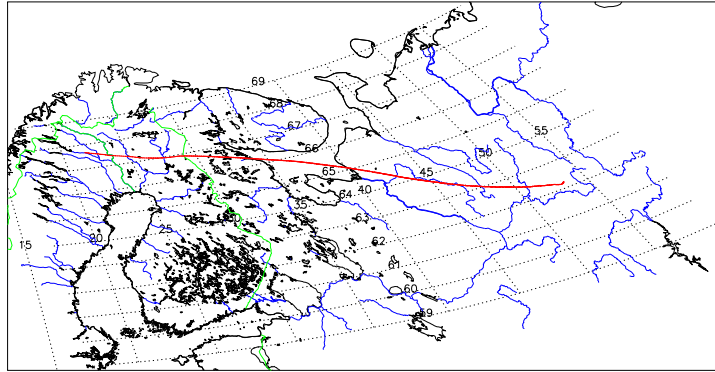


FIG. 4.13 – *La trajectoire du ballon Archeops durant le vol de Kiruna du 29 janvier 2001.*

tions météorologiques, l'altitude du plafond a été fixée à 31.5 km. Le décollage a eu lieu le 29 janvier 2001 à 13h30 TU avec un ballon de 150 000 m<sup>3</sup>. Les données scientifiques ont pu être collectées à partir du plafond, atteint à 16h00 TU. La température du cryostat était de 95 mK, et a continué à descendre légèrement pendant tout le vol. L'ensemble de l'expérience a fonctionné de façon nominale. En raison de vents importants en direction du sud-est, le vol a été arrêté à 23h30 TU, après donc 7.5 heures de recueil de données scientifiques. L'atterrissage s'est

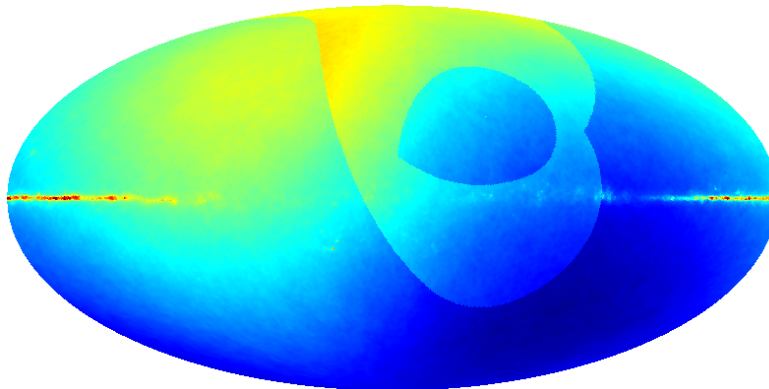


FIG. 4.14 – *La zone couverte par Archeops pour le vol de Kiruna du 29 janvier 2001 (en surimpression). L'antcentre de la Galaxie est au centre. Le dipôle cosmologique a été représenté.*

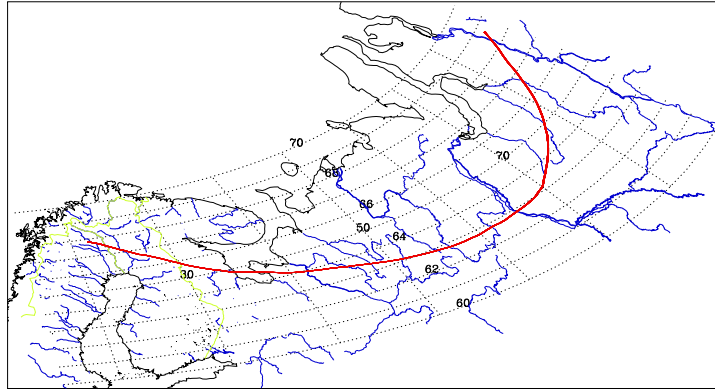


FIG. 4.15 – *La trajectoire du ballon Archeops durant le vol de Kiruna du 7 février 2002.*

effectué non loin de la ville russe de Syktyvkar, un peu à l'ouest des monts Oural (voir figure 4.13). Malgré la relative brièveté du vol, environ 20% du ciel ont pu faire l'objet de mesures, au détriment de la redondance (voir figure 4.14). Deux passages de Jupiter ont été enregistrés en début de vol, afin de permettre un étalonnage des instruments.

### 4.4.3 Le vol de Kiruna du 7 février 2002

Ce vol est parti de la base d'Esrang à 12h40 TU. Le plafond, à 34.9 km d'altitude, a été atteint à 15h32. Comme pour le vol précédent, deux passages de Jupiter ont été enregistrés. Le décrochage a eu lieu le 8 février à 9h49 TU, suivi d'un atterrissage en Sibérie près de Norilsk (voir la trajectoire sur la figure 4.15). Le temps de vol nocturne au plafond correspond aux douze premières heures. Les données après ce temps comprennent des parasites liés à la présence du Soleil au-dessus de l'horizon. L'ensemble de l'expérience a fonctionné de façon nominale, la température du cryostat étant constamment en dessous de 90 mK. En comparant le bruit mesuré à la valeur d'étalonnage trouvée en utilisant Jupiter, on obtient la sensibilité de chaque détecteur ; les résultats sont portés sur le tableau 4.3. L'instrument est très sensible, puisque huit détecteurs (143K01, 143K03, 143K04, 143K05, 143K07, 217K02, 217K04 et 217K06) ont une sensibilité moyenne meilleure que  $180 \mu\text{K}^2$  en une seconde d'intégration. En moyennant les bolomètres par voie de fréquence, on obtient la sensibilité attendue pour un pixel carré de 0.3 degré (voir tableau 4.4). Pour la voie à 143 GHz, on obtient  $98 \mu\text{K}$  ( $1\sigma$ ), à comparer avec les  $20 \mu\text{K}$  attendus pour MAP, dont on rappelle qu'il

2. La température est la température thermodynamique qui apparaît dans la formule du corps noir 2.8. On note souvent l'unité  $\text{K}_{\text{CMB}}$ .

TAB. 4.3 – *Sensibilité des bolomètres du vol du 7 février 2002.*

Bolomètre	Sensibilité $\mu\text{K} \cdot \text{s}^{1/2}$	Bolomètre	Sensibilité $\mu\text{K} \cdot \text{s}^{1/2}$
143K01	188	217K05	369
143K03	93	217K06	149
143K04	207	217T04	320
143K05	140	353K01	376
143K07	194	353K02	2016
143T01	217	353K03	1943
217K01	364	353K04	2271
217K02	243	353K05	1853
217K03	1559	353K06	2543
217K04	163	545K01	763

s'agit d'une expérience en satellite et que l'on compare une sensibilité attendue à une sensibilité effectivement mesurée dans le cas d'Archeops.

La couverture (voir figure 4.16) est de 33%, elle est donc légèrement supérieure à celle obtenue pour le vol scientifique précédent ; la redondance est en outre meilleure.

## 4.5 Conclusion

Les trois campagnes d'Archeops se sont donc soldées par autant de succès. Grâce à ces différents vols, nous disposons d'un ensemble massif de données de

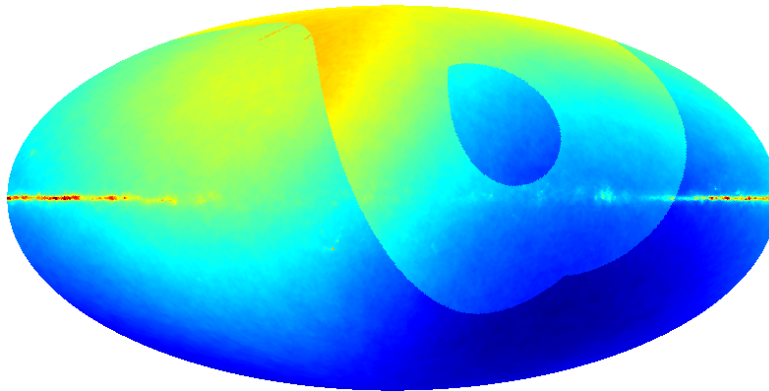


FIG. 4.16 – *La zone couverte par Archeops pour le vol de Kiruna du 7 février 2002 (en surimpression). L'antcentre de la Galaxie est au centre. Le dipôle cosmologique a été représenté.*



TAB. 4.4 – *Sensibilité moyennée par voie des bolomètres pour le vol du 7 février 2002.*

Voie	Nombre de bolomètres	Sensibilité $\mu\text{K} \cdot \text{s}^{1/2}$	Sensibilité sur un pixel de $0.3^\circ$ à $1\sigma$ en $\mu\text{K}$
143	6	61	98
217	7	90	144
353	6	348	559
545	1	763	1226

qualité sur les anisotropies du CMB et les rayonnements d'avant-plans, dont nous allons à présent aborder l'analyse. En outre, ces vols ont permis de qualifier en vol les bolomètres qui seront utilisés dans Planck-HFI.



# Chapitre 5

## Traitement des données temporelles

### 5.1 Introduction

L'analyse d'une expérience CMB comme Archeops peut se décomposer en un certain nombre d'étapes. Les données de départ consistent en une série de mesures ordonnées en temps (désignée par la suite sous l'acronyme de TOI<sup>1</sup>) par détecteur, l'unité de ces mesures étant le microvolt. Le plan habituel de l'analyse est le suivant :

1. traitement temporel et fréquentiel des TOIs pour réduire les effets systématiques ; pour le vol de Kiruna du 29 janvier 2001, on a environ  $4.5 \cdot 10^6$  points de mesures pour chacun des 22 bolomètres, auxquels il convient d'ajouter notamment les TOI des thermomètres, des gyroscopes, du magnétomètre, des diodes du senseur stellaire pour réduire les effets systématiques et permettre la reconstruction d'attitude de la nacelle et du pointage ;
2. étalonnage en unité physique en utilisant le dipôle cosmologique, la Galaxie et Jupiter ; dans cette thèse, on choisira l'unité de température thermodynamique  $\mu K_{\text{CMB}}$  ;
3. cartographie par fréquence : il s'agit de construire une carte par canal de fréquence, ce qui, pour le vol de Kiruna du 29 janvier 2001, conduit à quatre cartes de  $6 \cdot 10^5$  pixels de 8 minutes d'arc ; à cette carte doit s'ajouter une estimation de la matrice de covariance du bruit sur la carte ;
4. séparation des anisotropies CMB et des divers contaminants (voir section 2.4 page 44) en utilisant leurs dépendances spectrales respectives ;
5. estimation du spectre  $C_\ell$  pour la carte CMB, et de la matrice de covariance associée ;
6. estimation des paramètres cosmologiques et des barres d'erreurs associées.

Cette chaîne d'analyse ou infoduc, partant d'un ensemble de  $4.5 \cdot 10^6$  points de mesures pour chacun des 22 bolomètres auxquels s'ajoutent les points des

---

1. pour l'anglais "Time Ordered Information".

thermomètres, gyroscopes, magnétomètre et diodes du senseur stellaire, peut être vue comme une compression [160]. Il est évidemment fortement souhaitable que cette compression se fasse sans perte d'information et sans introduction de biais. Or chaque étape de la chaîne est susceptible d'influencer la suivante<sup>2</sup> : l'effet de chaque traitement devra donc être évalué à l'aide de simulations.

Dans ce chapitre, on se consacrera à l'analyse temporelle et fréquentielle des TOI, la cartographie étant le sujet du chapitre 6. Elle comprend les points suivants : correction de la non linéarité des réponses bolométriques ; repérage, signalisation et traitement des échantillons qui seront rejetés, parce que trop bruyants ou présentant une anomalie quelconque ; traitement des dérives basses fréquences, en dessous du Hertz ; traitement des bruits hautes fréquences, au-dessus du Hertz, cette valeur frontière de 1 Hz constituant une estimation par excès du paramètre  $f_{knee}$  qui sera défini en section 5.2.2.

Ceci implique la compréhension de l'origine des différents bruits présents sur les données des bolomètres et la recherche de signaux similaires sur d'autres détecteurs, les thermomètres notamment, pouvant servir de patrons pour la décorrélation de ces bruits. Ces recherches ont pu démarrer efficacement avec les données du vol transméditerranéen du 17 juillet 1999, et la plupart des méthodes décrites ci-après ont été conçues à cette occasion ; elles ont été facilement transposables au vol du 29 janvier 2001 et du 7 février 2002, et leur utilisation est envisageable pour Planck-HFI. Dans un souci de clarté de la présentation, la plupart des figures qui suivent proviennent du vol du 29 janvier 2001.

Précisons aussitôt que le traitement des bruits a une influence notable sur les cartes et les spectres de puissance obtenus *in fine*, car il joue sur la nature stationnaire ou gaussienne et les caractéristiques statistiques, notamment la variance, des TOIs. L'étape suivante du traitement, la cartographie par bolomètre puis par composante physique, effectue habituellement un certain nombre d'hypothèses à ce sujet, notamment sur le caractère gaussien et éventuellement stationnaire des TOIs, qu'il convient donc de traiter en amont. Un traitement de réduction des bruits réduit également le signal CMB : cet effet doit être évalué à l'aide de simulations afin de pouvoir en tenir compte par la suite, l'idéal étant évidemment de pouvoir le négliger.

## 5.2 Présentation des données

### 5.2.1 Nature et taille

Dans toute la suite, et sauf indication contraire, j'entends par données brutes les données issues des toutes premières étapes de l'infoduc, consistant à décompri-

---

2. Un exemple est donné par l'expérience Boomerang LdB, dont les premiers résultats [45][95] annonçaient une densité baryonique  $\Omega_b h^2 = 0.036 \pm 0.005$  à  $1\sigma$  en désaccord avec les prédictions de la nucléosynthèse primordiale [167]. Une nouvelle analyse a mis en évidence une erreur dans la reconstruction du pointage et dans la taille du lobe de l'instrument [123], et conduit à une valeur de  $\Omega_b h^2 = 0.027 \pm 0.005$  (avec les mêmes hypothèses) en accord avec la nucléosynthèse primordiale.

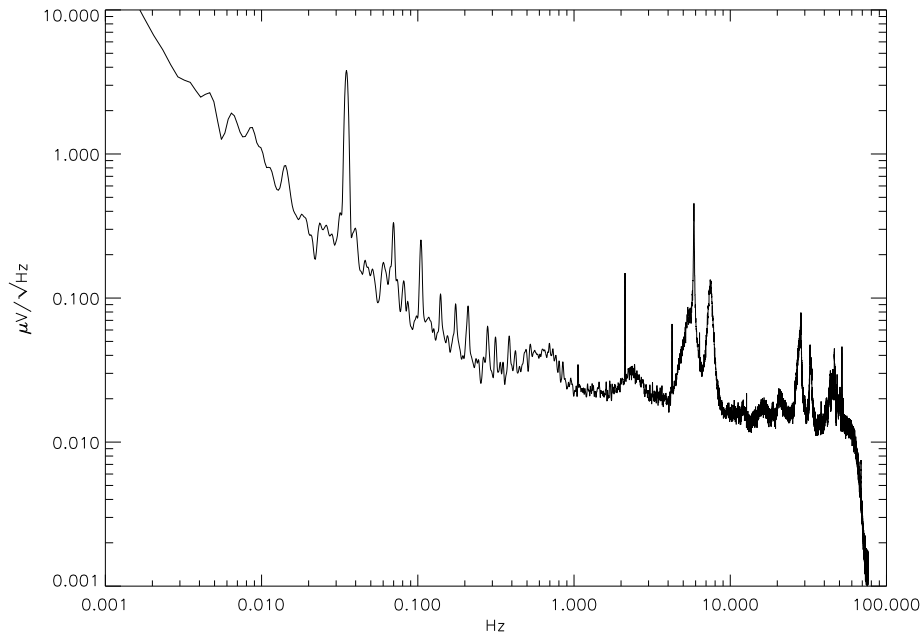


FIG. 5.1 – Le spectre du bolomètre 217K02 pour  $2^{19}$  points (environ 57 minutes) lors du vol du 29 janvier 2001. On distingue nettement la remontée à basse fréquence due au bruit en  $1/f$ , les structures de bruit au-dessus de 1 Hz, ainsi que les différentes harmoniques de la fréquence de rotation du ballon ( $f_{spin} = 33$  mHz). On notera en outre un pic fin à 2.12 Hz et à sa première harmonique 4.24 Hz. La chute observée pour les très hautes fréquences (au-dessus de 50 Hz) est un artefact issu d'un filtrage passe-bas utilisé dans les toutes premières étapes de l'infoduc (voir section 5.2.4).

mer les données de l'enregistreur de bord et à les copier dans des fichiers portables (tables "FITS"). Un filtrage passe-bas est également effectué (voir section 5.2.4).

Le format habituel des données est la TOI (information ordonnée en temps) : il s'agit techniquement d'une structure comprenant une suite d'échantillons numérotés consécutivement, correspondant aux mesures effectuées à la fréquence  $f_{acq}$  de 152.62 Hz pour le vol du 29 janvier 2001, 173.33 pour celui du 17 juillet 1999. Ces mesures sont synchronisées pour les détecteurs, incluant notamment, outre les bolomètres, les thermomètres du plan focal (2), ceux des étages à 1.6 K (2) et 10K (2), les diodes du senseur stellaire (46), les gyroscopes (3), le magnétomètre, ainsi que les données du GPS (échantillonnées à un point toutes les dix secondes) concernant la longitude, la latitude et l'altitude.

### 5.2.2 Un spectre typique

La figure 5.1 présente un spectre typique<sup>3</sup> d'un TOI. Le traitement effectué pour l'obtenir comporte l'interpolation des indéfinis et des glitches<sup>4</sup>, ainsi que la soustraction d'une ligne de base pour satisfaire à la condition de circularité de l'algorithme de transformée de Fourier rapide utilisé. Cette figure va permettre de présenter rapidement les différentes caractéristiques du spectre, et la terminologie afférente.

Les différents pics centrés sur des multiples de  $f_{spin} = 33$  mHz sont caractéristiques d'une expérience procédant par balayage du ciel. En effet, d'un tour à l'autre, la direction visée change peu, on a donc une périodicité approximative du signal à  $f_{spin}$ . Le décalage en pointage d'un tour à l'autre se traduit par un élargissement des pics. Dans le pic à  $f_{spin}$ , on trouve les signaux dipolaires : le dipôle cosmologique bien sûr, mais aussi une composante systématique, ainsi qu'une contribution galactique. Tout signal fixe dans le ciel donne lieu à une série d'harmoniques de  $f_{spin}$  dans le domaine fréquentiel. Les anisotropies CMB contribuent également à ces pics.

On peut établir un lien approximatif entre la fréquence sur le spectre des TOIs et l'échelle observée sur le ciel par le raisonnement grossier suivant : Archeops met 30 secondes pour effectuer un tour à  $41^\circ$  d'élévation, le faisceau parcourt donc un degré sur le ciel en 0.11 seconde, ce qui correspond à une fréquence de 9 Hz. Cette échelle est celle du premier pic acoustique sur le spectre  $C_\ell$  dans le sens du balayage. Pour le sens perpendiculaire au sens du balayage, la correspondance dépend des détails de la stratégie de couverture du ciel employée.

On note une remontée du spectre pour les basses fréquences ( $f < 1$  Hz environ), appelée le bruit en  $1/f$ . Il se décrit usuellement par le modèle phénoménologique suivant :

$$P(f) = \sigma^2 \left[ 1 + \left( \frac{f_{knee}}{f} \right)^\alpha \right] \quad (5.1)$$

où  $P(f)$  est le spectre en  $\mu\text{V}^2$ , les trois paramètres  $f_{knee}$ ,  $\sigma$  et  $\alpha$  décrivent respectivement la fréquence de coupure (ou fréquence genou), le niveau du bruit blanc (pour les fréquences supérieures à  $f_{knee}$ ), la couleur du spectre (pour les fréquences inférieures à  $f_{knee}$ ). Dans la suite de ce chapitre, on désignera la remontée  $1/f$  en dessous de  $f_{knee}$  ainsi que les systématiques contribuant au pic à  $f_{spin}$  par les expressions "bruits très basses fréquences" et "bruits basses fréquences" respectivement. Une projection sur le ciel du bruit en  $1/f$  conduirait à des cartes présentant un striage très marqué reflétant directement la stratégie de pointage en cercles (voir figure 6.8 page 157).

3. Sauf mention contraire, tous les spectres de TOI présentés dans cette thèse ont été lissés par une gaussienne de largeur  $\Delta\nu/\nu = 0.02$ , où  $\nu$  est la fréquence. Ce lissage a été effectué uniquement dans un souci de clarté des figures. En revanche, tous les calculs s'effectuent avec des spectres non lissés. En outre, l'unité choisie pour la présentation est le  $\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui correspond à la racine carrée du spectre en  $\mu\text{V}^2$  divisé par  $f_{acq}/2$ .

4. Ce terme désigne les traces laissées par les rayons cosmiques.

Pour les fréquences supérieures à  $f_{knee}$ , on note un certain nombre de structures dans le spectre, correspondant nécessairement à du bruit, puisqu'on les observe également sur les thermomètres. Dans la suite de cette thèse, on désignera ces structures par l'expression "bruits hautes fréquences". On décrira une technique originale pour leur réduction, conçue pour Archeops et applicable à Planck-HFI. On observe également quelques pics fins dont la fréquence est un multiple de 2.12 Hz, soit la fréquence d'acquisition divisée par 72, ce nombre étant, comme il a été dit en section 4.2.2 page 78, le nombre d'échantillons dans un bloc de télémétre pour les bolomètres après décompression.

### 5.2.3 Pourquoi réduire les bruits

Il est souhaitable de s'interroger préalablement sur la nécessité de chaque traitement que l'on fait subir aux TOIs, dans la mesure où chaque traitement est susceptible de biaiser les mesures de CMB que l'on obtiendra. Il faut à l'évidence effectuer un traitement des trous et des données manifestement corrompues, pour lesquels on peut dire que la contribution au CMB est perdue ou au mieux trop contaminée pour pouvoir être exploitée avec profit ; les traitements ultérieurs méritent ici une justification.

Chaque TOI  $\vec{d}$  peut se décomposer dans une partie signal<sup>5</sup>  $\vec{s}$  et une partie bruit  $\vec{n}$ . Le signal se projette dans la carte  $\vec{\Delta}$  en utilisant la matrice de projection P :

$$\vec{d} = \vec{s} + \vec{n} = \mathbf{P} \cdot \vec{\Delta} + \vec{n} \quad (5.2)$$

L'estimateur le plus couramment utilisé pour  $\vec{\Delta}$  est celui minimisant le  $\chi^2$  [80] :

$$\tilde{\Delta} = (\mathbf{P} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \cdot \mathbf{P} \mathbf{N}^{-1} \vec{d} \quad (5.3)$$

où N est la matrice d'auto-covariance (ou d'autocorrélation) du bruit. La dérivation de la formule 5.3 (voir section 6.1.1 et appendice D) fait apparaître que cet estimateur est celui de maximum de vraisemblance sous les hypothèses suivantes :

- le bruit  $\vec{n}$  est centré et gaussien, il peut éventuellement être coloré ;
- le vecteur  $\vec{n}$  représente effectivement tout le bruit.

Ces hypothèses impliquent un traitement des données préalable à la cartographie, afin de réduire les contributions non gaussiennes du bruit, dont les structures hautes fréquences constituent un bon exemple, ainsi que les effets systématiques observés à  $f_{spin}$ . En outre, même si l'hypothèse de stationnarité du bruit n'est pas nécessaire théoriquement dans l'établissement de la formule 5.3 comme estimateur

---

5. Ce terme ici inclut tout ce qui est fixe dans le système de coordonnées équatoriales ou galactiques, à savoir le CMB, la Galaxie, les sources ponctuelles. Le cas de l'atmosphère est ambigü, puisqu'il comprend une partie fixe et une partie lentement variable. Le modèle présenté ici est donc simplifié.

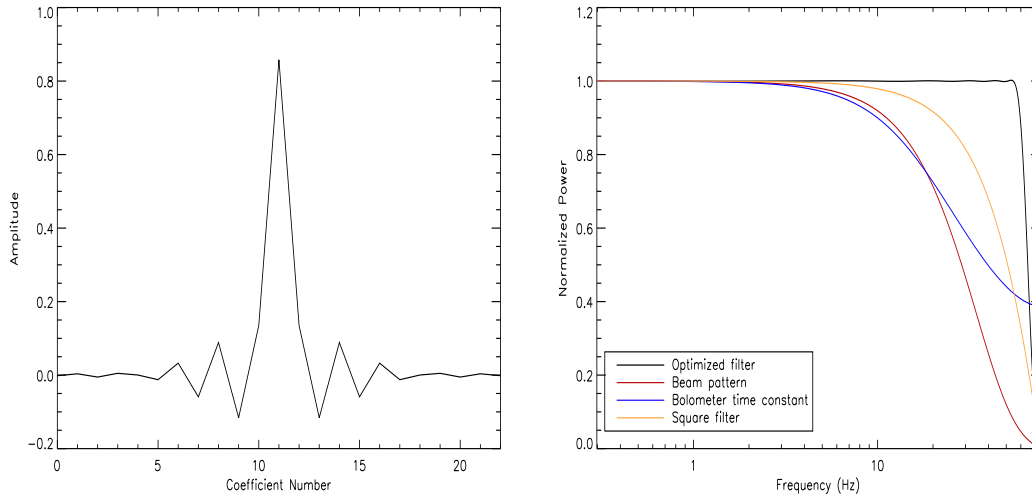


FIG. 5.2 – Noyau du filtre utilisé en amont de l'infoduc. Son spectre de Fourier est également donné; il est comparé avec un filtre carré (qui consiste à faire la différence entre chaque point et le point précédent), l'effet de la constante de temps du bolomètre et de son lobe. Le filtre optimisé n'a pas d'effet avant 60 Hz, au contraire du filtre carré, qui réduit notablement la puissance après 10 Hz.

de maximum de vraisemblance, elle est fréquemment requise en pratique car  $N$  est alors approximable par une matrice Toeplitz, ou bien par une matrice circulante, simplifiant ainsi les calculs dans l'espace de Fourier (voir section 6.1.2 page 144). On cherchera donc à éliminer les bruits non stationnaires et non gaussiens.

### 5.2.4 Le préfiltrage

Les données que délivre l'électronique de lecture des bolomètres sont modulées par une porteuse de fréquence  $f_{acq}/2$ . Cela se traduit sur le spectre de Fourier par un pic à  $f_{acq}/2$ . On souhaite éliminer cette porteuse qui ne correspond pas à un signal physique des bolomètres et constitue un parasite environ 2000 fois plus grand en puissance que le signal sous-jacent.

Un filtrage est donc effectué sur les données en toute première étape de l'infoduc de traitement. On notera qu'un filtre passe-bas carré (valant 1 pour les fréquences inférieures à une fréquence de coupure, 0 sinon) n'est pas acceptable, car il conduirait à un support temporel infini. Pour garder une bonne localisation dans la TOI, en particulier des glitches, il est préférable d'avoir un filtre dont le nombre de termes est de l'ordre de la dizaine.

Le filtre est calculé sous la double contrainte suivante :

- la différence entre la somme des points pairs et la somme des points impairs du filtre est nulle; ceci induit une transition suffisamment raide du filtre après la fréquence de coupure, prise à 60 Hz, fréquence pour laquelle la contribution du CMB peut être négligée (voir figure 6.1 page 146);



- les oscillations du spectre de Fourier du filtre en dessous de 60 Hz sont réduites à 1 – 2% de la valeur moyenne du spectre; ceci induit un nombre de termes égal à 23;

On aboutit à un filtre digital dont le noyau est donné figure 5.2 [116]. Les données sont convoluées avec ce noyau. La comparaison avec le filtrage fourni par un filtre carré est également montrée: il s'agit d'un filtre réalisant la soustraction entre deux éléments consécutifs. Un tel filtre présente l'inconvénient de réduire la puissance dans le spectre de façon non négligeable jusqu'à des fréquences aussi petites que 17 Hz, qui sont précisément les fréquences où le signal CMB est présent.

Dans la suite, on considérera comme données brutes les données issues du préfiltrage digital optimisé. Ce préfiltrage doit être pris en compte lors de l'analyse des sources ponctuelles et des glitches.

### 5.2.5 Ordre des traitements

Les différents traitements abordés dans les pages qui suivent ne peuvent pas être effectués dans n'importe quel ordre. Le traitement des données corrompues doit s'effectuer avant la partie consacrée à la haute fréquence, qui utilise la transformée de Fourier. Les traitements basse et haute fréquence pourraient être inversés, car la partie haute fréquence est précédée d'un filtrage passe-haut, la partie enlevée étant restituée en fin de traitement; les parties haute et basse fréquences sont donc découplées.

1. traitement des valeurs indéfinies (5.3.1) et restauration (5.3.4);
2. correction de linéarité (5.4.1);
3. traitement des sauts (5.3.2);
4. traitement des zones signalées (5.3.1) et restauration (5.3.4);
5. détection et traitement des glitches (5.3.3);
6. traitement des systématiques très basse fréquence (5.4.2);
7. traitement des systématiques à  $f_{spin}$  (5.4.2);
8. traitement des pics harmoniques de  $f_{acq}/72$  dans le spectre de Fourier (5.5.1);
9. décorrélation haute fréquence (5.5.2);
10. déconvolution de la constante de temps (5.6).

Pour des raisons qui seront explicitées dans l'exposé, la correction de linéarité doit se faire avant le traitement des sauts. Toutefois, comme il s'agit d'une correction basse fréquence, elle est présentée avec les autres effets basse fréquence.

## 5.3 Traitement des données discrètes corrompues

En préambule à toute autre procédure de nettoyage des données, il convient de chercher et d'éliminer les portions des données manifestement corrompues, et

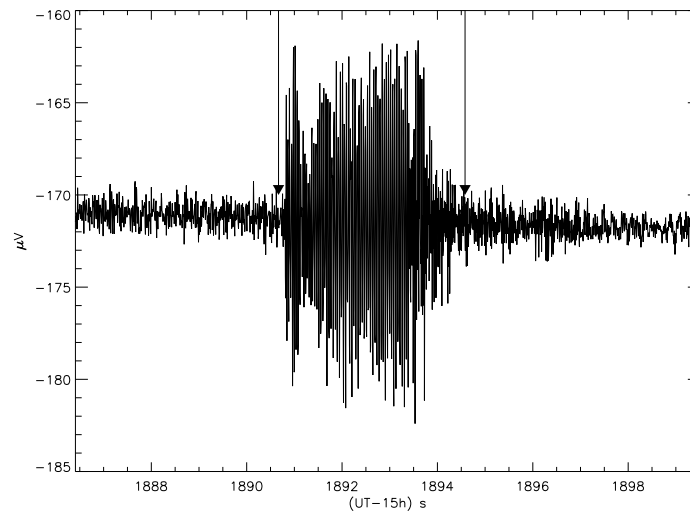


FIG. 5.3 – Bouffée de bruit observée sur un bolomètre 143 GHz (143K02) lors du vol du 29 janvier 2001. Les points compris entre les deux points fléchés ont été signalés comme bruités; ils représentent environ 4 secondes de données.

de leur associer un code binaire (flag) permettant leur repérage ultérieur. Les opérations faisant appel à la transformée de Fourier interdisent la présence de trous dans les séries temporelles; aussi un traitement des données repérées doit inclure une certaine forme de restauration. En revanche, ces données pourront être exclues des cartes en les projetant sur des pixels non réellement observés par Archeops. Ces traitements s'appliquent aussi bien aux bolomètres qu'aux thermomètres.

### 5.3.1 Signalisation

Les données à signaler explicitement sont de nature suivante: trous, traces des rayons cosmiques, bouffées de bruit, sauts de niveau, mauvais pointage. A

TAB. 5.1 – Nombre binaire associé à chaque cause de corruption.

Nombre	Signification
0	Donnée correcte
1	Donnée manquante
2	Glitch
4	Zone bruitée
8	Mauvais pointage
16	Source ponctuelle voisine
32	Mauvaise décorrélation
64	Autre problème (souvent : discontinuité)
128	A rejeter

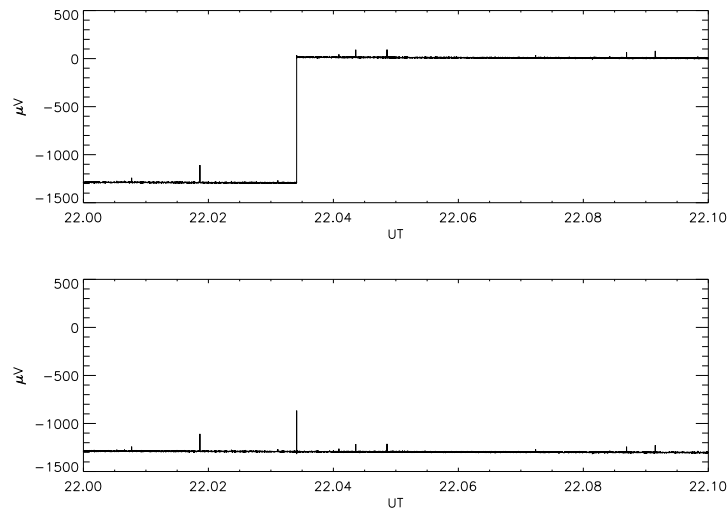


FIG. 5.4 – Une discontinuité observée sur un des thermomètres du plan focal, avant et après traitement. Il subsiste un glitch à l’emplacement de la discontinuité, ce qui nécessite la signalisation du saut. L’échelle verticale est la même pour les deux graphes.

chaque cause est associé un nombre binaire sur huit bits permettant son identification (voir tableau 5.1). Les trous, les sauts de niveau et les glitches courts (issus de rayons cosmiques dans le substrat bolométrique) se prêtent bien à une détection automatique. En revanche, les autres causes, notamment les bouffées de bruit, nécessitent une confirmation visuelle. A cette fin, j’ai conçu une application permettant une visualisation des données sur de courtes périodes (environ 20000 points) avec une signalisation des candidats, et écriture dans un fichier des zones sélectionnées. En plus des bolomètres, ce travail est également effectué sur les détecteurs qui seront utilisés dans le traitement des bruits, notamment les thermomètres du plan focal.

La figure 5.3 montre un exemple typique de bouffée de bruit. Cette dernière est également observée de façon très nettement corrélée sur les thermomètres du plan focal, ce qui permet de la réduire à l’aide des méthodes décrites en section 5.5. Par précaution, elle restera toutefois signalée comme zone bruitée.

Le pourcentage total d’échantillons signalés pour cause de bouffées de bruit est donné dans le tableau C.2 page 209 dans l’annexe C.

### 5.3.2 Traitement des discontinuités

Quelques changements de courants ont été effectués dans les bolomètres et les thermomètres, ce qui occasionne une discontinuité dans les données, modélisable par une fonction de Heaviside ajoutée à une partie polynomiale. L’algorithme de traitement procède de la manière suivante :

- détection des sauts en utilisant la dérivée première du signal ; les disconti-

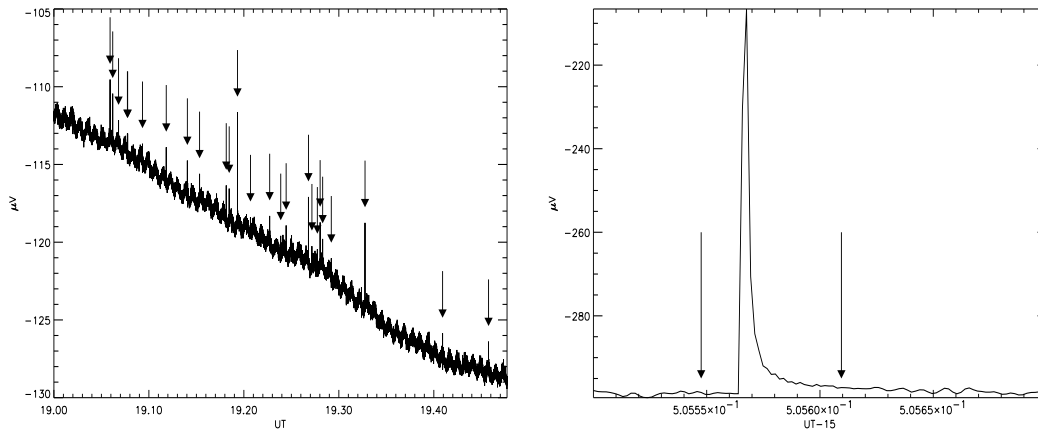


FIG. 5.5 – Quelques glitches détectés sur un bolomètre 143 GHz (143K07) lors du vol du 29 janvier 2001, avec un seuil de  $10\sigma$ , sur une durée d'une demi-heure. Les détections multiples ont été enlevées dans un souci de clarté. En bas, un glitch long tiré du bolomètre 143K01 montre bien la décroissance exponentielle d'un glitch, les points enlevés sont compris entre les flèches.

nuités donnent lieu à des pics de Dirac détectables avec les outils employés pour les glitches (voir section 5.3.3) ;

- ajustement simultané de la hauteur du saut et de la partie polynomiale.

Une fois connues la position et la hauteur de chaque saut, il est possible de restaurer la continuité des données. La signalisation demeure toutefois nécessaire, en raison de l'altération des données au voisinage immédiat de la discontinuité. Le pourcentage total d'échantillons coupés pour cette raison est donné dans le tableau C.2. Un exemple de résultat de ce traitement est montré en figure 5.4.

### 5.3.3 Détection des glitches

Les glitches peuvent provenir des rayons cosmiques interagissant avec le substrat du bolomètre, ou avec la structure environnante. Un choc mécanique peut également produire un glitch, dans ce cas il peut éventuellement s'agir d'un glitch négatif.

Les glitches se prêtent bien à une détection automatique. On procède pour cela de la manière suivante :

- on considère une bande de temps glissante (typiquement 400 points) ;
- on calcule l'écart-type  $\sigma$  sur cette bande en retirant les 10% des données les plus éloignées de la moyenne ;
- on détecte comme "glitch" les points au-dessus d'un certain seuil exprimé en unité d'écart-type<sup>6</sup>, typiquement  $8\sigma$ .

6. Il convient de rester prudent dans l'interprétation des valeurs données en unités d'écart-type, dans la mesure où l'estimation de l'écart-type, réalisée ici seulement pour obtenir un

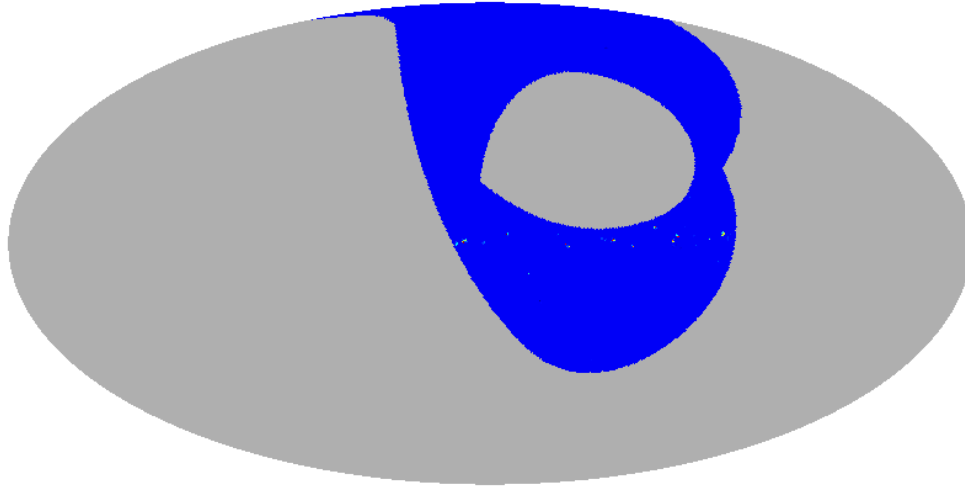


FIG. 5.6 – Une TOI a été simulée à partir d’une carte Schlegel et de la solution de pointage pour le vol du 29 janvier 2001. Une réalisation de bruit  $1/f$  réaliste pour le bolomètre 217K04 a été ajoutée. Cette TOI a subi un déglitchage avec les paramètres suivants : fenêtre glissante de 400 points, seuil de  $8\sigma$ . La figure est la carte des points de la TOI de la Galaxie seule qui correspondent à une zone déglitchée sur la TOI contenant la Galaxie et le bruit. Un certain nombre de sources (911 au total) ont été déglitchées à tort, principalement le long du plan galactique.

Les paramètres sont choisis de façon à éliminer le maximum de glitches vrais, c’est-à-dire ne représentant pas une source ponctuelle, en minimisant le nombre de mauvaises détections, par exemple des réalisations de bruit ou un passage sur la Galaxie. Le nombre moyen de glitches par tour et par bolomètre est d’environ 4 (voir tableau C.1).

Lors de la détection d’un glitch, seuls les points du glitch au-dessus du seuil sont signalés. Or, ces points ne constituent pas la totalité du glitch : en raison du filtrage préliminaire, on estime qu’environ 13 points précédant le glitch sont affectés. Après le glitch, on observe une décroissance due à la constante de temps non nulle du bolomètre, modélisable par une exponentielle décroissante :

$$g(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.4)$$

dans laquelle on appelle  $A$  la hauteur du glitch (par rapport à la moyenne locale de la TOI),  $\tau$  la constante de temps du bolomètre. Si  $\sigma$  désigne l’écart-type local,

critère, est approximative et biaisée, notamment en raison de la présence de dérives basses fréquences et aussi de signal.

on peut prendre comme critère que :

$$Ae^{-\frac{t}{\tau}} < \sigma \quad (5.5)$$

On coupe donc à  $t = \tau \ln(A/\sigma)$  après le glitch, plus 13 points provenant du préfiltrage. On montre en figure 5.5 quelques détections de glitches, un agrandissement sur un glitch long montrant la partie réellement signalée. Le pourcentage total de points coupés est donné dans le tableau C.2.

L'étape de déglitchage est rendue indispensable par la nécessité d'effectuer certains calculs dans l'espace de Fourier : des glitches résiduels augmenteraient le niveau moyen des spectres. Il est cependant difficile de distinguer entre un glitch dû à un rayon cosmique et le signal d'une source ponctuelle. Une TOI a été créée à partir de la carte Schlegel [151]. Une réalisation de bruit  $1/f$  réaliste pour le bolomètre 217K04 a été ajoutée, et la TOI résultante a subi un déglitchage avec les paramètres standards. La figure 5.6 montre la différence entre les cartes de coaddition obtenues avant et après ce traitement. Le nombre de glitches détectés est de 911, ce qui donne 2134 points enlevés (sur 3660000 échantillons considérés pour cette simulation). Des sources ponctuelles, principalement le long de la Galaxie, ont donc été altérées. Pour remédier à cet inconvénient, il est possible, en fin de la chaîne de traitement, de restaurer les glitches.

### 5.3.4 Traitement de restauration

Les données signalées ne doivent pas être prises en compte dans l'analyse et sont donc supprimées<sup>7</sup>. Toutefois, le traitement haute fréquence fait usage de la transformée de Fourier ; la cartographie utilise la fonction de corrélation du bruit, estimée à partir des données. Dans les deux cas, le passage de l'espace temporel à l'espace fréquentiel ou à l'espace temporel bidual requiert la continuité des données. Il faut donc procéder à un remplissage des trous laissés par la signalisation. Deux méthodes ont été utilisées (voir figure 5.7) : une interpolation linéaire et une réalisation contrainte du bruit. L'interpolation linéaire a l'avantage de la simplicité, et peut très bien suffire dans les étapes intermédiaires de l'infoduc, tant qu'aucune transformée de Fourier n'est prise : c'est-à-dire durant le traitement des basses fréquences. Cependant, les propriétés statistiques du bruit sont altérées localement (la droite interpolante est par définition auto-corrélée). La réalisation contrainte de bruit permet de pallier cet inconvénient. L'algorithme utilisé est le suivant :

1. prendre un morceau de données contenant le trou, mais de longueur grande devant celle du trou (typiquement une heure), interpoler linéairement pour démarrer ;
2. calculer la transformée de Fourier ;

---

<sup>7</sup> Une exception toutefois est faite pour les données signalées pour cause de précision de pointage insuffisante. Ces données ne seront pas projetées sur la carte, ou dans un pixel fictif, mais demeurent inchangées dans les TOIs.

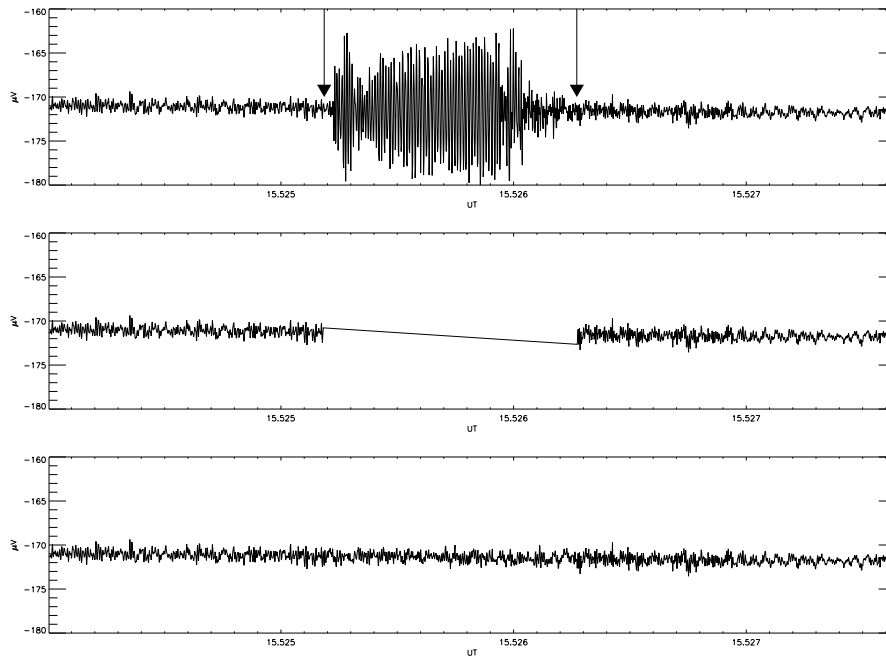


FIG. 5.7 – *Traitement de la zone signalée déjà montrée sur la figure 5.3, et reprise en haut de la figure. Au milieu, le résultat d’une interpolation linéaire. En bas, le résultat d’une réalisation contrainte de bruit.*

3. multiplier la partie réelle par  $\cos \phi$ , la partie imaginaire par  $\sin \phi$ , où  $\phi$  est une phase tirée aléatoirement dans  $[0, \pi]$  avec une loi de probabilité uniforme ;
4. faire la transformée de Fourier inverse du résultat, et l’utiliser pour combler le trou ;
5. reprendre à partir de la deuxième étape, deux ou trois itérations suffisent pour obtenir un spectre stable.

Cette méthode repose sur l’hypothèse que le bruit domine le signal dans le TOI, ce qui dans le cas d’Archeops est vrai en dehors des croisements du plan galactique.

Le tableau C.2 résume les raisons de signalement des données dont il a été question dans cette section, en indiquant le pourcentage de données concernées pour chacune d’elles, ainsi que le pourcentage total de données signalées et faisant donc l’objet d’une restauration par réalisation contrainte de bruit. On notera que le total peut être supérieur à la somme des causes particulières, car un même échantillon peut être signalé pour différentes raisons : par exemple un glitch peut se produire sur une zone bruitée, ou au niveau d’un saut. Le pourcentage total de données signalées est au plus de 3%, sauf pour le bolomètre 217T06 qui présente un taux de glitches élevé.

## 5.4 Traitement des données à basse fréquence

On traitera dans cette section des effets visibles sur le spectre de la figure 5.1 pour des fréquences inférieures à 1 Hz environ. Les traitements se font dans l'espace temporel exclusivement, mieux adapté à ce type d'action que l'espace de Fourier, lequel présente des difficultés dans l'estimation précise des modes à très basses fréquences, et requiert en outre un surcroît de temps de calcul.

### 5.4.1 Correction de linéarité

A l'exception du vol de test du 17 juillet 1999, la température du cryostat n'était pas constante durant les vols, mais a connu une lente décroissance. La conséquence est que le point de fonctionnement de la thermistance change, entraînant une variation dans le temps de l'étalonnage des  $\mu\text{V}$  en  $\mu\text{K}$ . Pour la TOI du bolomètre  $b$ , on utilise une loi logarithmique fournissant la TOI corrigé  $b_{corr}$  [19] :

$$b_{corr} = -V_b \ln \frac{V_b + V_0 - b}{V_b} + V_0 \quad (5.6)$$

Les paramètres  $V_b$  et  $V_0$  sont déterminés pour chaque bolomètre à partir des courbes tension - intensité des bolomètres, et écrits dans un fichier lu à chaque traitement. En raison des changements de courants effectués durant le vol, ces paramètres ne sont pas valables partout, mais uniquement dans des plages où le courant est constant.

Numériquement, on a  $|V_b| \gg |V_0| \gg |b|$ , et donc la correction est du deuxième ordre en  $b/V_b$  et  $V_0/V_b$ . Cependant, pour le bolomètre 217K02, l'écart sur quatre heures de vol est d'environ  $1.5 \mu\text{V}$ , ce qui, avec une valeur d'étalonnage sur le dipôle cosmologique d'environ  $28 \text{ mK}_{\text{CMB}}/\mu\text{V}$ , donne un écart de  $42 \text{ mK}_{\text{CMB}}$ . L'intérêt est d'avoir un coefficient d'étalonnage constant, donc plus facile à déterminer avec une précision satisfaisante.

Une dernière précision s'impose : j'ai choisi de présenter cette étape de traitement ici car l'effet est une correction des basses fréquences. Cependant, le calcul implique que la valeur en  $\mu\text{V}$  de la TOI n'ait pas été modifiée ; en d'autres termes, ce traitement doit s'effectuer avant celui des sauts et des glitches.

### 5.4.2 Effets thermiques ou atmosphériques

Pour les effets suivants, on dispose de TOIs auxiliaires, ou construites à partir d'eux, permettant une décorrélation temporelle. Les coefficients trouvés sont sauvegardés et peuvent être utilisés directement par la suite [17]. L'intérêt de cette façon de procéder est de rendre possible l'utilisation des données filtrées à l'aide d'un filtre passe-bas et ensuite convenablement rééchantillonnées pour la détermination des fonctions de correction sur toute la durée du vol ; les coefficients peuvent ensuite être appliqués à des durées plus courtes, mais avec



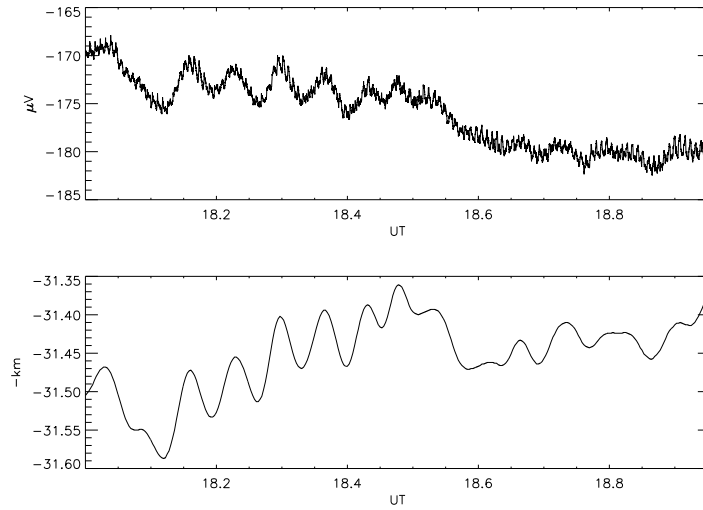


FIG. 5.8 – *Corrélation entre signal bolométrique et altitude. Comme la masse d'air décroît exponentiellement avec l'altitude, l'opposé de l'altitude a été représenté. La corrélation est nette pour les ondulations de l'ordre de quelques minutes. Le bolomètre est le 545K01 du vol du 29 janvier 2001.*

l'échantillonnage original. En outre, afin d'éviter d'ajouter sur les bolomètres le bruit haute fréquence des thermomètres utilisés, ces derniers sont préalablement lissés. Bien entendu, les thermomètres ont également fait l'objet d'un signalement des données corrompues, ainsi que d'un déglitchage.

### Les effets très basse fréquence

Il s'agit d'effets systématiques présents aux fréquences inférieures à  $f_{spin}/2$ .

#### Correction de l'étage à 100 mK :

Les variations de température du plan focal sont mesurées par deux thermomètres. Elles incluent une dérive continue vers les basses températures, ainsi que des fluctuations sur des échelles plus petites (de l'ordre de quelques minutes). Ces effets occasionnent des variations basse fréquence sur les TOIs. Pour ce traitement, il faut disposer de la mesure réelle de température effectuée par le thermomètre, pas seulement de la variation de tension. Elle est obtenue en utilisant les courants et tensions de polarisation du bolomètre  $I_{dac}$  et  $V_{dac}$ . Si on appelle  $T_V$  le signal du thermomètre en V et  $T_K$  le signal en Kelvins, on a [18] :

$$T_K = \frac{T_R}{\ln \left( \frac{R}{R_{inf}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (5.7)$$

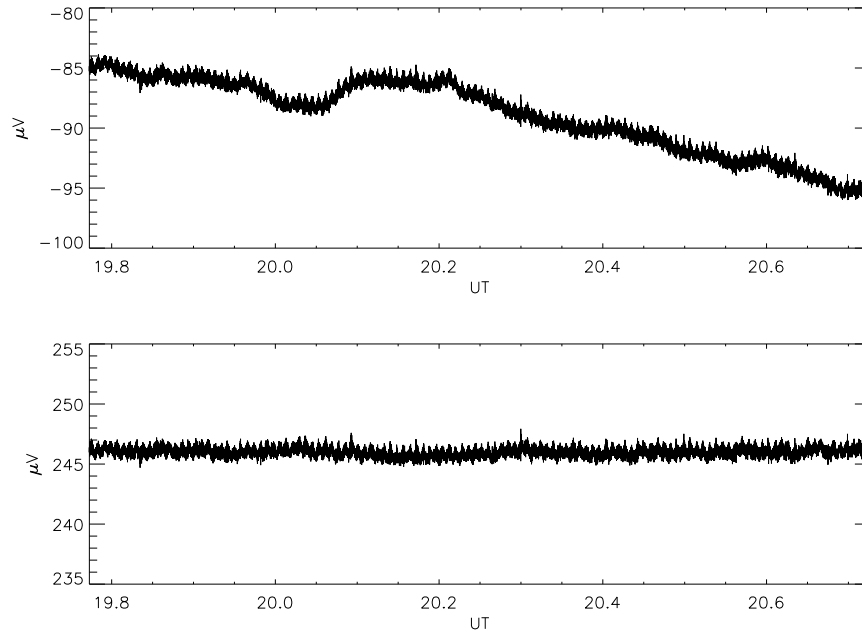


FIG. 5.9 – *Effet de la décorrélation des thermomètres à 100 mK, 1.6 K, 10 K, de la masse d’air, des bolomètres 353 GHz et 545 GHz et une partie polynomiale de degré trois. En haut, on a tracé une heure de données du bolomètre 217K02 du vol du 29 janvier 2001, avant ce traitement. En bas, le même bolomètre après le traitement, l’échelle verticale a la même amplitude. Les coefficients de corrélation sont calculés simultanément pour tous les patrons.*

où  $T_R$ ,  $R_{inf}$  et  $\alpha$  sont des paramètres spécifiques au thermomètre et qui sont en Kelvins, Ohms et sans dimension respectivement.  $R$  est l’impédance :

$$R = \frac{V_{dac} - T_V}{I_{dac}} \quad (5.8)$$

La TOI de  $T_K$  subit également un lissage sur une durée de plus d’un tour, afin d’éviter une contamination du bolomètre par les bruits haute fréquence du thermomètre.

#### **Correction de l’étage à 1.6 K :**

Une corrélation est observée avec le thermomètre de l’étage intermédiaire à 1.6 K. Comme pour le thermomètre du plan focal, c’est la température (et non le signal en  $\mu V$ ) qui doit être prise en compte.

#### **Correction de l’étage à 10 K :**

Ce thermomètre mesure le chauffage des bolomètres par les rayonnements extérieurs. Comme pour le thermomètre du plan focal, c’est la température (et non le signal en  $\mu V$ ) qui doit être prise en compte.

#### **Correction de la masse d’air :**

L'altitude du ballon n'est pas strictement constante. En outre, dans le cas du vol du 29 janvier 2001, l'élévation du faisceau principal du télescope n'était pas non plus constante. Il s'ensuit une variation de la masse d'air observée, qui peut être décorrélée en utilisant les TOIs donnant l'altitude de la nacelle ainsi que l'élévation du centre du plan focal. En supposant que la densité atmosphérique suit une loi de gaz parfait et que la température est constante, on obtient que la masse d'air au dessus du ballon varie en fonction de l'altitude selon une loi exponentielle décroissante. Une division par le sinus de l'élévation donne la masse d'air vue par le télescope [17]. Un modèle atmosphérique permet par ailleurs d'obtenir l'ordre de grandeur de l'émission atmosphérique [127]. Il faut noter que les effets d'atmosphère non liés à la masse d'air, par exemple la présence de nuages, ne sont pas pris en compte par cette modélisation, et ne sont donc pas enlevés. Une description détaillée de ces effets figure dans la thèse d'Alexandre Amblard [10].

La corrélation avec l'altitude est montré figure 5.8.

#### **Correction à l'aide des bolomètres 545 GHz et 353 GHz :**

Des effets parasites atmosphériques sont observables sur les bolomètres aux basses fréquences. Comme les bolomètres à 545 GHz et 353 GHz sont sensibles à cet effet mais ne détectent pratiquement pas de signal CMB, on peut les utiliser comme patrons de décorrélation. On utilise le 545K01 préalablement décorrélé de l'étage 100 mK, puis le 353K01 préalablement décorrélé de l'étage 100 mK et du 545K01. Une partie polynomiale de degré trois leur est également retirée.

**Partie polynomiale** Enfin, une partie polynomiale de degré trois est également retirée.

Les coefficients pour chacun de ces patrons sont calculés simultanément par une minimisation de  $\chi^2$  et écrits dans un fichier. Le résultat global de ce traitement est donné sur la figure 5.9.

#### **Les effets synchrones avec la fréquence de rotation**

Il existe trois effets, outre la Galaxie et le CMB, contribuant au pic à la fréquence de rotation, et dont on souhaite réduire la contribution.

#### **Chauffage de l'étage à 10 K :**

Il existe un effet parasite synchrone avec la rotation de la nacelle, et se traduisant par une contribution sur les spectres bolométriques au pic à la fréquence de rotation. Cet effet est également enregistré sur les thermomètres de l'étage à 10 K, qu'on utilise donc comme patron pour décorrélation. Une constante de temps de quelques secondes (variable selon le bolomètre) doit toutefois lui être appliquée en déconvolution. La corrélation entre le bolomètre 217K02 et le thermomètre à 10 K est montrée sur la figure 5.10.

#### **Variation de la masse d'air :**

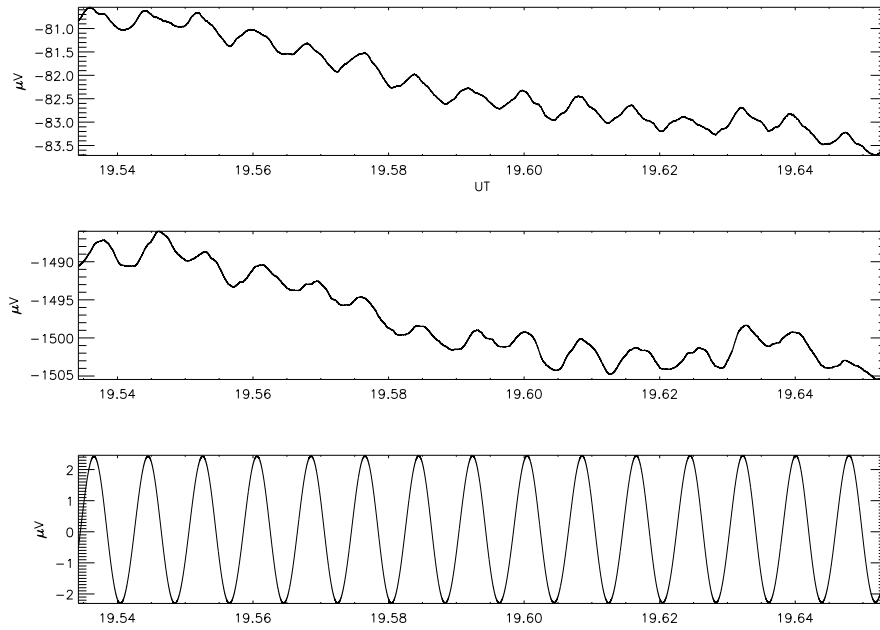


FIG. 5.10 – Corrélation entre le bolomètre 217K02 du vol du 29 janvier 2001 (en haut), le thermomètre de l'étage à 10 K (milieu) et le dipôle cosmologique (en bas). Le bolomètre et le thermomètre ont subi un lissage pour enlever les hautes fréquences.

En plus de la lente dérive signalée dans le traitement des très basses fréquences, il existe une corrélation entre la variation de la masse d'air et le signal bolométrique pour la fréquence de rotation de la nacelle. Ceci provient du fait que l'élévation du plan focal n'est pas strictement constante au cours d'un tour. Cet effet est davantage appréciable pour les voies à 353 et 545 GHz que pour les voies à 143 et 217 GHz.

#### Le dipôle cosmologique :

Le dipôle cosmologique est précieux pour l'étalonnage des bolomètres, puisqu'il s'agit d'une source étendue dont le spectre est le même que celui des anisotropies CMB que l'on souhaite mesurer. Son amplitude ( $3.358 \pm 0.001 \pm 0.023 \text{mK}$ ) et sa direction sont par ailleurs bien connues en utilisant les données COBE sur quatre ans [112] (voir section 2.3.1 page 42). Sur le spectre des TOIs, le dipôle donne une contribution au pic à la fréquence de rotation. Pour le décorrélérer, on utilise une TOI construite à partir de l'amplitude et de la direction du dipôle, calculée en tenant compte du mouvement de la Terre autour du Soleil au moment du vol ainsi que du pointage du télescope. Le coefficient est calculé simultanément avec les autres par minimisation de  $\chi^2$  ; on notera qu'il peut être utilisé comme valeur de l'étalonnage de chaque bolomètre avec le dipôle cosmologique. La corrélation entre le bolomètre 217K02 et le dipôle est montrée sur la figure 5.10.

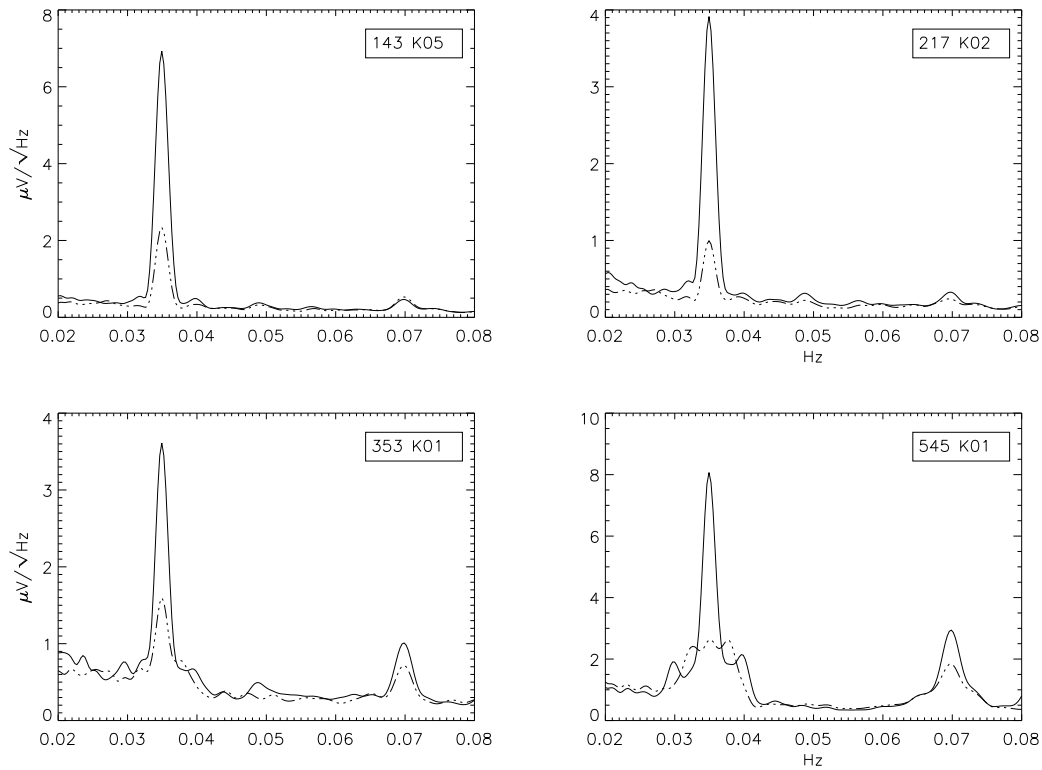


FIG. 5.11 – *Effet du traitement des effets synchrones avec la fréquence de rotation (33 Hz) pour le vol du 29 janvier 2001. On a représenté le spectre autour de la fréquence de rotation pour quatre bolomètres représentant chacun une voie : 143K05, 217K02, 353K01, 545K01. En trait continu, le bolomètre original (après traitement des données corrompues, correction de linéarité et traitement très basses fréquences), en mixte gras, le même après correction de l'étage à 10 K, des variations de la masse d'air et du dipôle cosmologique respectivement. Le reste du spectre est très peu changé, notamment le premier harmonique visible sur la figure.*

Le résultat de ces décorrélation est montré sur la figure 5.11. Si le traitement est effectué dans le domaine temporel, son effet se perçoit mieux dans le domaine fréquentiel, puisque son effet est de réduire l'amplitude du pic à la fréquence de rotation du ballon.

## 5.5 Traitement des données à haute fréquence

### 5.5.1 Traitement des pics fins en spectre

On peut observer sur les spectres des bolomètres utilisés durant le vol du 29 janvier 2001 un certain nombre de pics fins. Une grande partie d'entre eux sont situés à des fréquences multiples de la fréquence d'acquisition divisée par 72

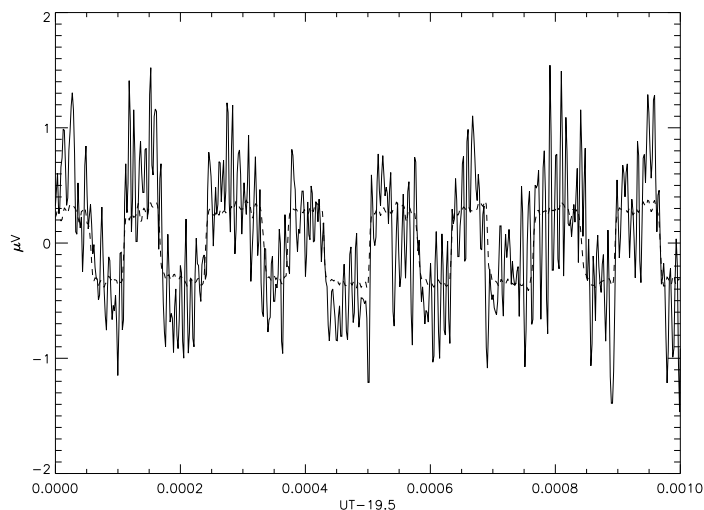


FIG. 5.12 – *Traitement des pics fins sur le bolomètre à 353K03 pour le vol du 29 janvier 2001. Ce petit extrait de 3.7 secondes montre clairement une composante en créneau de 72 points de période. En rouge, le patron trouvé par le traitement utilisé.*

(soit environ 2.12 Hz), qui est le nombre d'échantillons contenus dans chaque bloc transmis à l'enregistreur de bord (voir figures 5.12 et 5.13 en haut, le fondamental est en outre bien visible sur la figure 5.1)<sup>8</sup>. Ils se traduisent dans le domaine temporel par un signal de type créneau, généralement assez petit pour être masqué par le bruit au niveau de la TOI. La méthode de traitement suivante a été utilisée sur les données découpées par morceaux d'une heure environ :

- filtrer les données par un filtre digital (400 termes) passe-haut (la fréquence de coupure est de 0.1 Hz environ) ;
- couper les données en 720 morceaux et les moyenner pour obtenir un patron du signal à enlever (il domine alors le bruit) ; un exemple de patron est donné sur la figure 5.12 ;
- retirer le patron aux données ;

Les résultats sont très satisfaisants. Un exemple en est donné sur la figure 5.13, utilisant pour les besoins de la présentation un bolomètre présentant ce problème de manière très marquée. Il peut toutefois rester des pics (ne correspondant pas à une période sous-multiple de 72 points), qui sont catalogués. Les fréquences associées des parties réelles et imaginaires des transformées de Fourier sont alors mises à zéro.

---

<sup>8</sup>. On remarque aussi des sous-harmoniques. En effet, pour le vol du 29 janvier 2001, on procède tous les 10 blocs à des mesures de contrôle de l'état de l'expérience, ce qui est susceptible de générer une perturbation de 720 points de période.

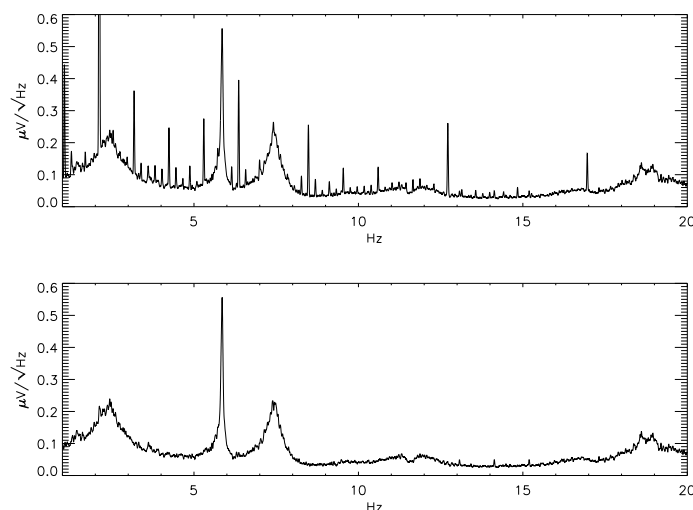


FIG. 5.13 – *Traitement des pics fins sur le bolomètre à 353K03 pour le vol du 29 janvier 2001. En haut, le spectre original présente des pics fins harmoniques de 2.12 Hz, soit la fréquence d’acquisition divisée par 72 points. En bas, le spectre après traitement ne montre plus ces pics. Seule une partie du pic fondamental (coupé sur le graphe du haut pour des raisons d’échelle) subsiste, représentant moins de 10% de la hauteur initiale.*

## 5.5.2 Traitement des structures larges

Je présente ici une méthode de décorrélation permettant de réduire les structures larges observées sur les spectres de puissance des bolomètres. Cette méthode a été mise en œuvre avec succès lors du dépouillement des différents vols d’Archeops. Pour cet exposé, on se limitera au vol du 29 janvier 2001, dont les données mettent le mieux en valeur l’intérêt et l’efficacité de la méthode.

### Présentation du problème

Comme le montre la figure 5.1, les spectres bolométriques présentent pour des fréquences supérieures à 1 Hz des pics fins ainsi que des bruits structurés. Ces structures sont non-gaussiennes (les composantes spectrales ne sont pas indépendantes) et non stationnaires : une étude rapide en temps-fréquence montre en effet des variations notables de ces structures au cours du temps (voir figure 5.14). Comme il a été dit précédemment, ces deux propriétés sont préjudiciables à la cartographie et doivent être éliminées, ce qui implique l’utilisation d’une méthode permettant une localisation fréquentielle et temporelle : typiquement une fenêtre de Fourier glissante ou des ondelettes.

Des structures de ce type ont été observées aussi bien durant les différents vol d’Archeops que durant les tests au sol. L’origine de chaque bruit n’a pas pu être clairement identifiée ; cependant, comme les effets thermiques sont exclus (du fait que les fréquences impliquées sont supérieures au Hertz), les origines

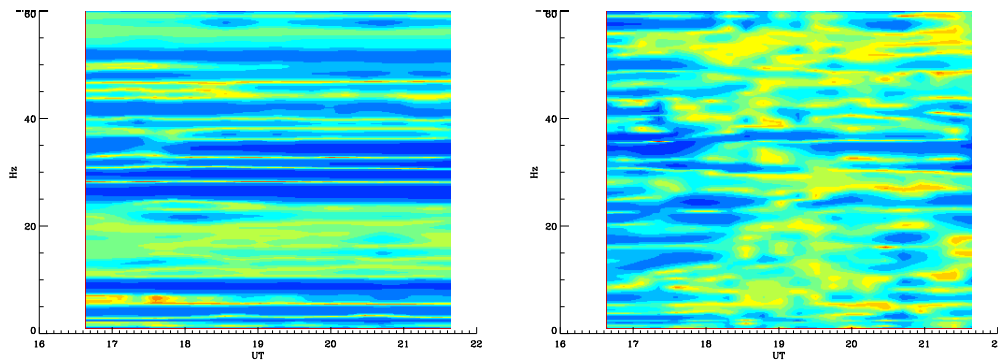


FIG. 5.14 – Diagramme temps fréquence d'un bolomètre 143 GHz (143k02 après déglitchage). La durée totale (portée sur l'axe des abscisses) est de cinq heures, sur laquelle 22 spectres ont été réalisés. Le caractère stationnaire d'une structure à une fréquence donnée se traduit par une invariance selon l'axe du temps. Des non stationnarités sont apparentes, notamment vers 6 Hz avant 18 heures. Sur le diagramme de droite, on a, pour chaque intervalle de fréquence, soustrait la moyenne du spectre réalisée sur l'ensemble de la durée considérée, et divisée par cette même moyenne. L'échelle de couleur est linéaire de  $-0.30$  à  $0.66$ .

mécaniques, microphoniques et surtout électroniques sont les plus probables. Certains bolomètres y sont notablement plus sensibles que d'autres. Une indication assez claire de l'origine mécanique ou électromagnétique du problème est fournie par les données du vol du 7 février 2002, où ces structures sont absentes. A la différence des vols précédents, le pivot a été pour ce vol monté loin de la nacelle sur la chaîne de vol ; en outre, la fixation des bolomètres a été meilleure, et les câbles ont été changés et mieux fixés.

On remarque que les structures pour un bolomètre, sur une période de temps donnée, sont fortement corrélées avec les autres bolomètres mais surtout avec les thermomètres du plan focal ainsi qu'avec le bolomètre aveugle (voir figure 5.15). Une comparaison dans le domaine temporel montre que les signaux correspondants sont en phase, du moins approximativement à quelques points près (voir figure 5.16).

### La méthode utilisée

Les structures observées à des fréquences supérieures au Hertz sur les spectres de puissance des bolomètres reflètent des systématiques électroniques, mécaniques ou microphoniques, et non pas de réelles fluctuations de température. Les thermomètres présentent également ces structures et sont considérés ici comme des capteurs de bruits. Le bolomètre aveugle est également utilisé. En outre, on constate, que les bruits sont en phase sur les thermomètres et sur les bolomètres. Comme toutefois ces bruits ne sont pas stationnaires, ce qu'indique la figure 5.14, qui montre un diagramme temps-fréquence d'un bolomètre clairement non in-



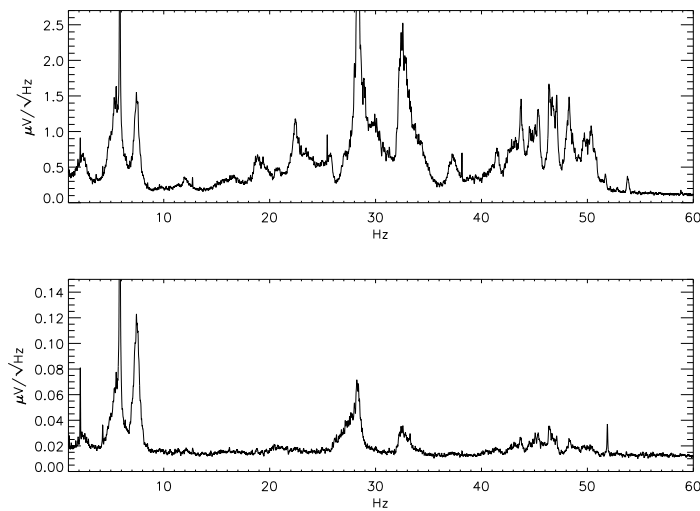


FIG. 5.15 – Spectres d'un bolomètre à 217 GHz (217K02) et d'un thermomètre du plan focal, obtenus durant le vol du 29 janvier 2001. La durée de chaque spectre est d'environ un quart d'heure. On notera la très forte corrélation apparaissant dans la forme des structures.

variant selon l'axe temporel, une méthode reposant sur les fenêtres de Fourier glissantes a été choisie.

Pour des raisons essentiellement pratiques de manipulation, on considérera des

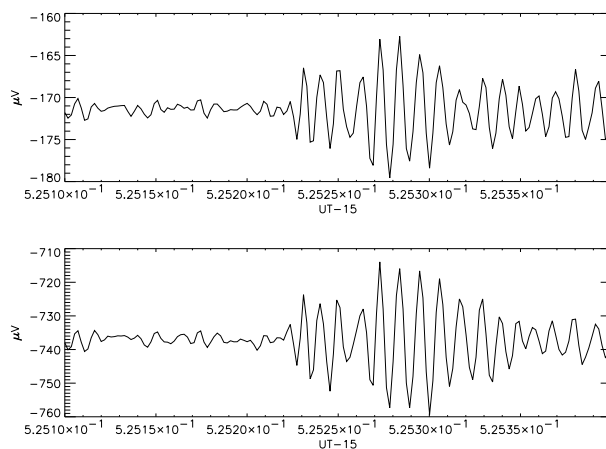


FIG. 5.16 – Il s'agit d'un agrandissement de la montée de la bouffée de bruit 5.3 observée sur un bolomètre 143 GHz (143K02) lors du vol du 29 janvier 2001, avec un bas la TOI d'un thermomètre du plan focal. Les oscillations sont parfaitement en phase.

longueurs de TOIs de  $L = 524288$  ou  $L = 589824$  points<sup>9</sup>, soit  $2^{19}$  et  $2^{16} \times 3^2$ , afin d'accélérer les procédures de Transformée de Fourier Rapide (FFT). Afin de remplir la condition de circularité implicite dans l'utilisation des algorithmes de FFT, on procède, tant pour le bolomètre que pour le modèle, à un filtrage passe-haut. Le filtre utilisé est une fonction de Fermi, la fréquence de coupure étant inférieure à la fréquence minimale considérée dans le traitement haute fréquence (soit 0.4 Hz), pour une largeur d'un dixième. La TOI du bolomètre enlevée par le filtre est conservée, et restituée en fin de traitement. Après traitement, on ne garde que la moitié des points autour du point médian. Le traitement suivant porte sur une nouvelle longueur  $L$  de TOIs décalées de  $L/2$  par rapport à la précédente. Ce procédé de tuilage permet de s'affranchir des effets de bords inhérents aux transformées de Fourier utilisées pour le filtrage passe-haut. La restauration des basses fréquences après traitement garantit en outre qu'il n'y aura pas de discontinuité apparente à la jonction entre deux morceaux traités séparément.

Considérons une longueur  $L$ . Afin de tenir compte des non-stationnarités, les TOIs sont découpées en morceaux de longueurs  $\ell$  (sous-multiple de  $L$  et également de la forme  $2^j$  ou  $2^j \times 3^k$ ) se recouvrant selon le même principe de tuilage que celui déjà évoqué plus haut (on ne gardera également *in fine* que la partie centrale de chaque morceau). Sur chaque morceau de longueur  $\ell$ , on appelle  $B(t)$  et  $T(t)$  les TOIs du bolomètre et du modèle, et  $\tilde{B}(\nu)$  et  $\tilde{T}(\nu)$  leurs transformées de Fourier obtenues à l'aide d'un algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT). On souhaite former un filtre donnant la corrélation entre le modèle et le bolomètre par intervalle de fréquence. Comme  $B$  et  $T$  donnent seulement des réalisations des bruits que l'on veut réduire, on estime ce filtre en moyennant sur  $N$  bouts indexés de 0 à  $N - 1$  découpant notre morceau de longueur  $\ell$ . Le filtre estimé est :

$$f(\nu) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \tilde{B}_i \tilde{T}_i^*}{\sum_{i=0}^{N-1} \tilde{T}_i \tilde{T}_i^*} \quad (5.9)$$

où  $\tilde{B}_i$  désigne la transformée de Fourier du bout  $i$  du bolomètre, et l'étoile désigne le conjugué. Tel quel,  $f$  a  $N$  fois moins de points que  $\tilde{B}(\nu)$ , la largeur des intervalles de fréquence sur lesquels se fait l'estimation est donc de  $N$  points. On appelle  $F$  le filtre  $f$  rééchantillonné sur  $\ell$  points par interpolation. La transformée de Fourier du bolomètre corrigé est finalement :

$$\tilde{B}'(\nu) = \tilde{B}(\nu) - F(\nu) \cdot \tilde{T}(\nu) \quad (5.10)$$

En raison du filtrage préalable, cette dernière formule ne s'applique que pour les fréquences supérieures à une fréquence minimale, prise généralement à  $\nu_{min} = 0.4$  Hz. Une transformée de Fourier inverse permet de revenir à l'espace des temps. Comme indiqué, seule la partie médiane de  $\ell$  est conservée, pour remédier aux problèmes d'effets de bord.

---

9. soit une heure et quatre minutes de données pour le vol du 29 janvier 2001.

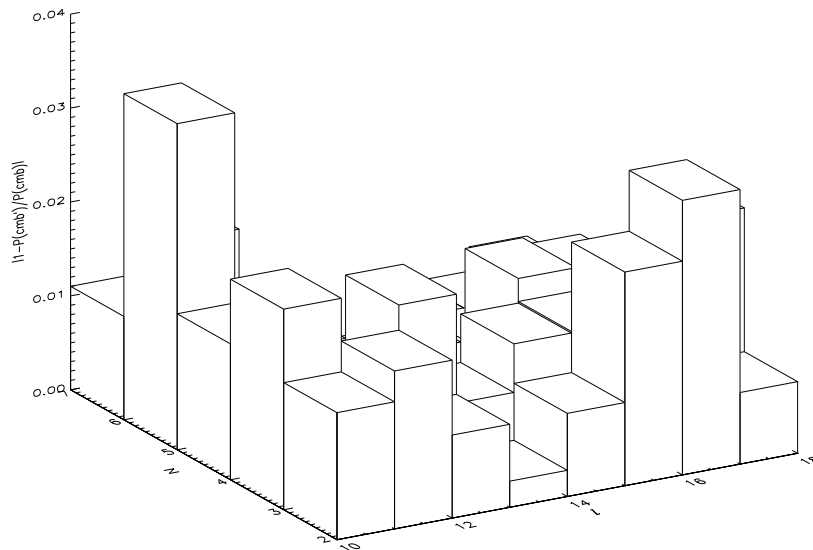


FIG. 5.17 – On a représenté la quantité  $1 - |P(CMB')/P(CMB)|$ , pour l'une des trois TOIs de CMB, qui permet de quantifier la modification de la puissance du CMB dans la bande 5 Hz-50 Hz suite à la décorrélation par les deux thermomètres du plan focal et par le bolomètre aveugle. En abscisse, on trouve le paramètre  $\ell$ , en ordonnée le paramètre  $N$ , en unités logarithmiques de base deux. Les résultats sont toujours assez proches de zéro. On impose un maximum de 0.01, ce qui contraint essentiellement  $N \geq 32$ , et élimine également pour  $N = 32$  les valeurs  $\ell = 1024, 2048, 65536$ .

Habituellement, deux ou trois patrons peuvent être utilisés successivement (par exemple pour le vol du 29 janvier 2001, les deux thermomètres du plan focal ainsi que le bolomètre aveugle). La corrélation croisée est alors estimée de la même manière, et enlevée au préalable.

La méthode décrite ci-dessus est un cas particulier d'une méthode plus générale, dont une justification, fondée sur une approche bayésienne, est donnée en annexe C.3 page 208.

### Les paramètres de la méthode

La méthode proposée possède deux paramètres à régler :  $\ell$  et  $N$ . La longueur  $\ell$  choisie reflète la longueur sur laquelle la TOI est stationnaire : en effet, puisqu'on estime le filtre  $F$  en moyennant  $N$  morceaux découpés sur  $\ell$ , c'est qu'on suppose que ces morceaux ont les mêmes propriétés statistiques. Le nombre  $N$  doit faire l'objet d'un compromis : un  $N$  petit fournit des intervalles de fréquences petits, et donc un suivi fin des variations du spectre. Ceci se fait toutefois au détriment de la qualité de l'estimation, qui devient sensible aux corrélations accidentelles : la

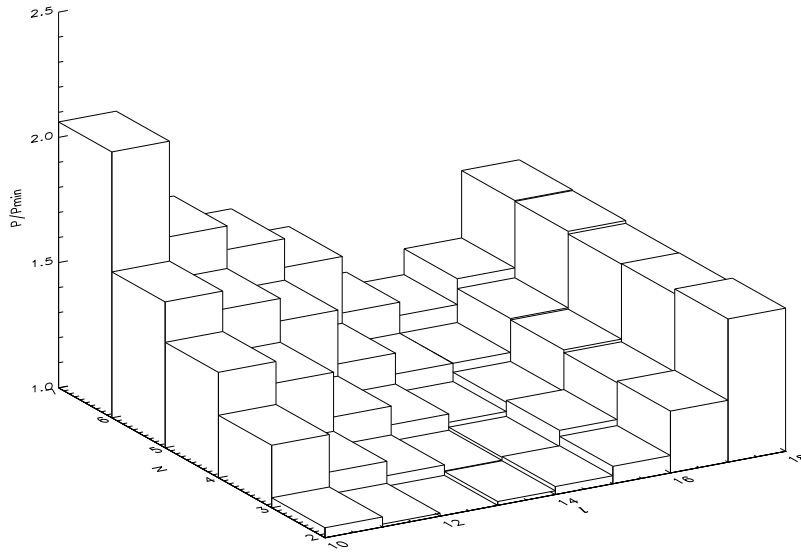


FIG. 5.18— On a représenté la quantité  $P_{l,N}/P_{l_{min},N_{min}}$ , pour le bolomètre 143K01, où  $P_{l_{min},N_{min}}$  est le minimum trouvé sur la grille. Les axes sont dans les mêmes unités que dans la figure 5.17.

méthode peut alors trouver notamment une corrélation entre deux bruits blancs, ou entre un bruit et le signal CMB.

Le choix des paramètres doit en conséquence être guidé par les deux considérations suivantes :

- minimiser la puissance dans les TOIs après décorrélation ;
- réduire le moins possible le signal CMB.

Le respect simultané de ces deux exigences n'est pas possible, dans la mesure où la réduction la plus efficace de la puissance de bruit provient d'un traitement agressif capable de trouver des corrélations entre le bruit des patrons et le signal CMB du bolomètre. On introduit la quantité :

$$P_{l,N}(B) = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \int_{\nu_1}^{\nu_2} |\tilde{B}_{l,N}(\nu)|^2 d\nu \quad (5.11)$$

où  $\nu_1$  et  $\nu_2$  définissent la bande de fréquence d'intérêt : on a pris ici  $\nu_1 = 5$  Hz et  $\nu_2 = 50$  Hz, ce qui correspond à une zone où les fréquences sont nettement au-delà de  $f_{knee}$ , mais également nettement en-deçà de la fréquence de coupure du préfiltrage (voir section 5.2.4). Si le spectre est exprimé en  $\mu\text{V} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ , alors  $P$  s'exprime en  $\mu\text{V}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Si  $B$  ne contient que du signal CMB, on souhaite que le rapport  $P(B')/P(B)$ , où  $B'$  désigne la TOI après traitement, soit le plus proche possible de 1 : on fixera comme critère  $1 - |P(B')/P(B)| \leq 0.01$ . Si  $B$  est

un bolomètre, on souhaite minimiser la quantité  $P_{\ell,N}(B)$ . Il nous faut disposer d'une TOI de CMB seul. La méthode pour l'obtenir est la suivante :

- On choisit un jeu de paramètres cosmologiques réalistes compte tenu de nos connaissances actuelles sur le sujet : ici on a pris  $\Omega = 1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $\Omega_b = 0.05$ ,  $h = 0.6$ ,  $n_s = 1$ ; rigoureusement, il faudrait vérifier que les résultats que l'on obtiendra ne dépendent pas de ce choix.
- On calcule avec CMBFAST [152] le spectre de  $C_\ell$  correspondant.
- On simule une carte d'anisotropies scalaires satisfaisant à ce spectre, à l'aide d'Healpix [68] (code synfast). La résolution est de 4 minutes d'arc afin de réduire les effets de pixelisation.
- A l'aide des TOIs donnant le pointage d'Archeops (longitude et latitude galactique), on tire la TOI du signal correspondant ; l'unité n'a pas d'importance à ce niveau, car le filtre  $F$  est sans dimension. On notera ici que cette déprojection de la carte peut modifier les caractéristiques statistiques du CMB (par exemple, la TOI peut être non stationnaire).

On réalise ensuite la décorrélation en utilisant les deux thermomètres du plan focal et le bolomètre aveugle sur les bolomètres ainsi que sur la TOI de CMB simulée. Les paramètres  $\ell$  et  $N$  sont pris sur une grille logarithmique à base deux :  $\log_2 \ell = 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$  et  $\log_2 N = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . La longueur totale de TOI traitée est  $2^{20}$ , afin de pouvoir calculer  $P_{\ell,N}(B)$  sur les  $2^{19}$  points centraux sans avoir à se soucier d'effets de bords. Pour le CMB, trois périodes de  $2^{20}$  indépendantes ont été prises, afin de réduire la possibilité de corrélations accidentelles. La figure 5.17 montre les résultats de cette série de décorrélations pour l'une des TOIs de CMB. On impose que  $1 - |P(B')/P(B)| \leq 0.01$  pour les trois TOIs de CMB. Ceci contraint essentiellement  $N \geq 32$ , ce qui définit le rapport à partir duquel les corrélations accidentelles entre les patrons et le CMB n'affectent la puissance du CMB que pour moins d'un pour-cent. La figure 5.18 montre les résultats pour le bolomètre 143K02 (les résultats sont rapportés au minimum). On constate :

- les variations de résultats selon les paramètres  $\ell$  et  $N$  sont assez réduits, alors que les paramètres varient avec une large amplitude ; ce point montre que la méthode de décorrélation est assez faiblement dépendante des paramètres ;
- le minimum est obtenu pour des valeurs basses de  $N$ , conformément à ce qui a été dit plus haut : ceci peut s'expliquer par des corrélations accidentelles ;

On cherche pour chaque bolomètre les paramètres  $\ell$  et  $N$  minimisant  $P$  et satisfaisant à  $1 - |P(CMB')/P(CMB)| < 0.01$ . Les résultats sont portés sur le tableau 5.2. On trouve que le minimum est toujours obtenu pour  $N = 32$ , la valeur de  $\ell$  varie selon le bolomètre. Toutefois, dans un souci de simplification de l'infodoc, il est souhaitable de prendre le même jeu de paramètres pour tous les bolomètres. On choisit  $\ell = 32768$  et  $N = 32$ , qui est la combinaison apparaissant le plus souvent. Ce choix unifié est rendu possible par la relativement faible dépendance des résultats de la méthode envers les deux paramètres libres. La fréquence minimale obtenue pour  $F$  avant interpolation est de 0.15, Hz,

compatible avec la fréquence minimale de travail 0.4 Hz.

### Simulations

Afin d'entériner le choix des paramètres, il convient de vérifier que le signal CMB n'a effectivement pas été dégradé. On a utilisé une approche qui réduit à moins de 1% les modifications de la puissance de la TOI intégrée dans une large bande de fréquence. Afin de détecter d'éventuels biais que pourrait introduire la méthode au niveau des spectres  $C_\ell$ , on procède à des simulations de TOIs de CMB selon le principe donné plus haut en sous-section 5.5.2.

TAB. 5.2 – On indique dans ce tableau : le paramètre  $\ell$  minimisant  $P_{\ell,N}$  (le paramètre  $N$  du minimum est toujours 32), la valeur de  $P$  correspondante ainsi que celle obtenue avec les paramètres effectivement choisis  $\ell_0 = 32768, N_0 = 32$ . On indique également la valeur de  $P$  avant ce traitement, ainsi que la réduction obtenue en pourcentages. Les calculs de  $P$  ont été effectués sur une heure de données identique. Bien entendu, la valeur de  $P$  reflète autant l'efficacité du traitement que le niveau de contamination de la TOI originale par des bruits corrélés. Par exemple, certains bolomètres à 217 GHz (le 217K01 par exemple) étaient déjà partiellement dépourvus de structure larges. En raison de leur important niveau de bruit, les deux premiers bolomètres à 143 GHz ont été rejetés de l'analyse. Tous les  $P_{\ell,N}$  sont exprimés en  $10^3 \mu\text{V}^2\text{Hz}^{-1}$ .

Bolomètre	$\ell_{min}$	$P_{\ell_{min}, N_{min}}$	$P_{\ell_0, N_0}$	$P_{avant}$	Différence (%)
143B03	32768	47.17	47.17	65.84	28.4
143T01	262144	1.06	1.59	7.37	78.4
143K01	32768	0.42	0.42	2.52	95.1
143K02	32768	0.42	0.42	3.62	96.6
143K03	32768	0.45	0.45	5.51	91.9
143K04	32768	0.29	0.29	3.80	92.3
143K05	32768	0.29	0.29	1.98	85.6
143K07	32768	0.27	0.27	0.68	59.7
217T06	32768	0.32	0.32	0.46	30.1
217K01	16384	0.13	0.13	0.16	22.3
217K02	32768	0.13	0.13	0.84	84.6
217K03	32768	0.11	0.114	0.12	6.4
217K04	32768	0.079	0.079	0.088	10.7
217K06	32768	0.12	0.12	0.20	41.5
353K01	32768	1.06	1.06	11.83	91.0
353K02	32768	2.09	2.09	29.14	99.9
353K03	32768	1.05	1.05	6.85	84.7
353K04	32768	0.85	0.85	4.37	80.4
353K05	32768	0.37	0.37	0.63	41.0
353K06	32768	1.09	1.09	6.17	82.3
545K01	32768	0.21	0.21	0.69	69.2
545K02	32768	0.15	0.15	0.98	84.5

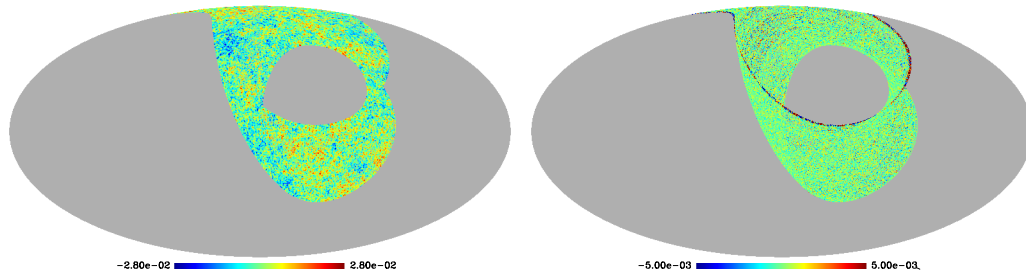


FIG. 5.19 – Résultats de la simulation utilisant un signal CMB uniquement. A gauche, la carte CMB utilisée, provenant d’une simulation sous CMBfast en prenant  $\Omega_0 = 1$ ,  $\Omega_b = 0.05$ ,  $\Omega_{CDM} = 0.25$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$  et  $n_s = 1$ , sans contribution des ondes gravitationnelles. De cette carte est extraite une TOI qui subit la procédure de décorrélation haute fréquence. A droite, la différence entre la carte originale et celle obtenue après traitement (on remarquera la différence dans les échelles). Elle présente des stries, mais pas de structure CMB.

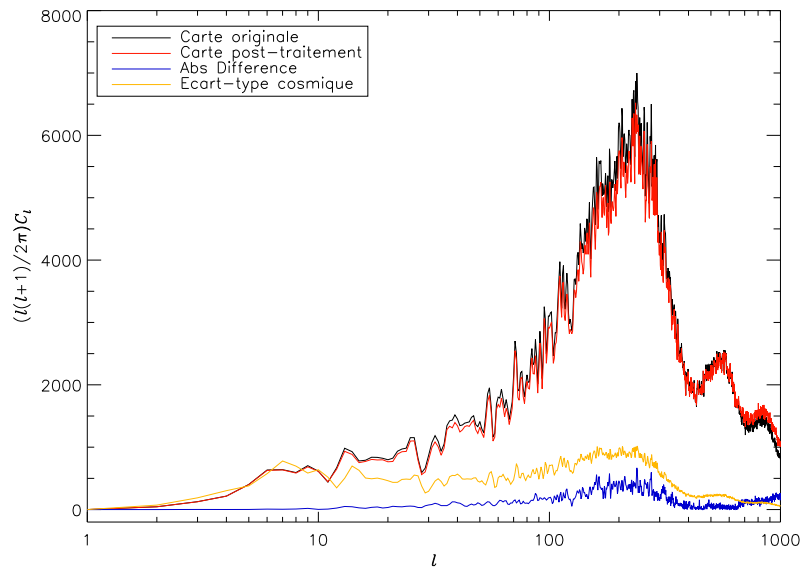


FIG. 5.20 – Résultats de la simulation utilisant un signal CMB uniquement. En noir, le spectre  $C_l$  correspondant à la carte originale (coupée à la couverture d’Archeops pour le vol du 29 janvier 2001), en rouge, le spectre obtenu après traitement haute fréquence de la TOI avec deux thermomètres et le bolomètre aveugle. L’effet du traitement a été d’ajouter du bruit (en bleu), mais à niveau plus petit que l’écart-type cosmique jusqu’à  $l \approx 800$ . Comme le traitement haute fréquence n’agit pas en dessous de 0.4 Hz, les petits  $l$  restent inchangés.

Les TOIs subissent alors une décorrélation avec les paramètres déterminés en 5.5.2, et sont projetés sur le ciel par coaddition (qui consiste à poser  $N = I$  dans l'estimateur 5.3), ce qui est suffisant dans la mesure où l'on n'introduit pas de bruit en  $1/f$ . On calcule ensuite le spectre  $C_\ell$  à l'aide du code anafast d'Healpix.

Dans un premier temps, on utilise une simulation CMB seule. Le caractère linéaire de la méthode de décorrélation indique qu'on évalue alors l'altération du signal CMB due au code (et aux corrélations accidentelles qu'il décèle). Si on calcule la quantité  $P$  (formule 5.11) avant et après traitement sur la bande 5–50 Hz, on trouve respectivement  $290 \times 10^{-6} \mu V^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$  et  $289 \times 10^{-6} \mu V^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ , soit une différence de 0.2%.

Par ailleurs, la différence entre les cartes obtenues avant et après traitement (voir figure 5.19) ne montre pas de structure CMB. Du striage est cependant observé : ceci est logique si le bruit additionnel provient effectivement des modèles ayant servi à la décorrélation. La comparaison entre les spectres  $C_\ell$  (figure 5.20) montre que l'on a rajouté du bruit non blanc en provenance des modèles, mais à un niveau plus petit que celui dû à la variance cosmique. Plus précisément :

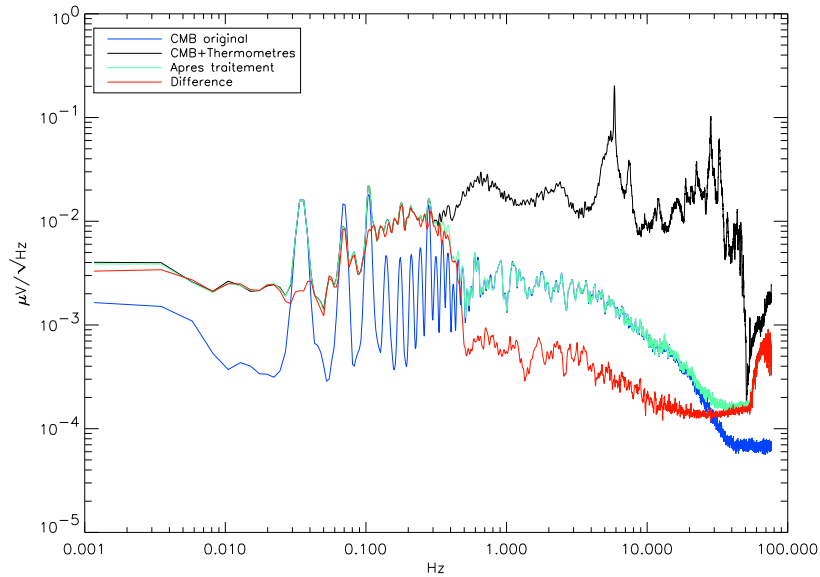


FIG. 5.21 – Sur cette figure, on a : le spectre de la TOI de CMB (en bleu), celui de la TOI de CMB avec ajout d'une TOI formée à l'aide des thermomètres du plan focal (en noir). Le spectre de la TOI résultant de la décorrélation, en vert, est largement superposé avec celui de la TOI de CMB. Le spectre de la différence est montré en rouge. Les structures de bruit au-dessus du Hertz ont été éliminées. A noter que comme la TOI des thermomètres a subi un filtrage passe-haut à 0.1 Hz, et que le code de décorrélation n'opère qu'au-dessus de 0.4 Hz, il existe une région, entre 0.1 et 0.4 Hz, où la différence est de l'ordre du spectre initial.



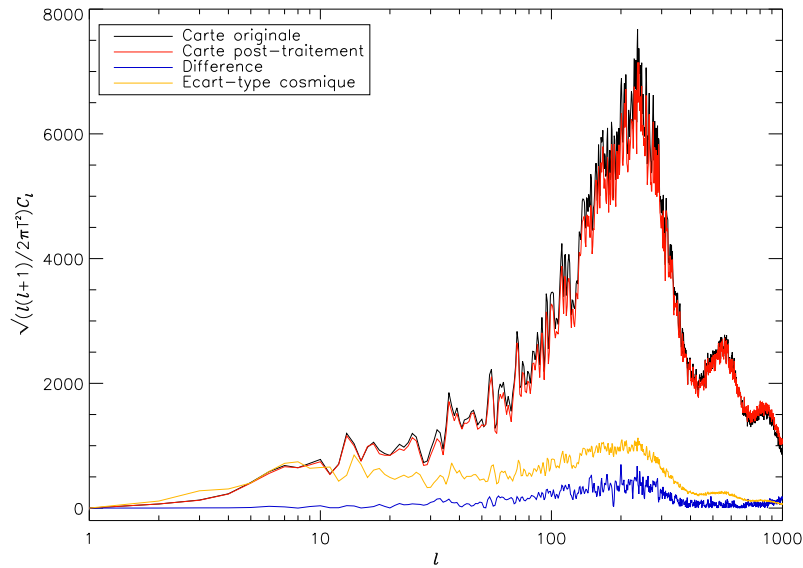


FIG. 5.22 – Résultats de la simulation utilisant un signal CMB avec addition d'une TOI formée à partir des deux thermomètres du plan focal. En noir, le spectre correspondant à la carte originale (coupée à la couverture d'Archeops pour le vol du 29 janvier 2001), en rouge, le spectre obtenu après traitement. On notera l'extrême similitude avec les spectres de la figure 5.20.

- Les multipôles  $\ell < 10$  ne sont pas modifiés ; ceci est cohérent avec le fait que la décorrélation n'agit que pour les fréquences supérieures à 0.4 Hz, ce qui, d'après un raisonnement très simplifié du même type que celui donné en section 5.2.2, correspond à  $\ell \approx 8$ .

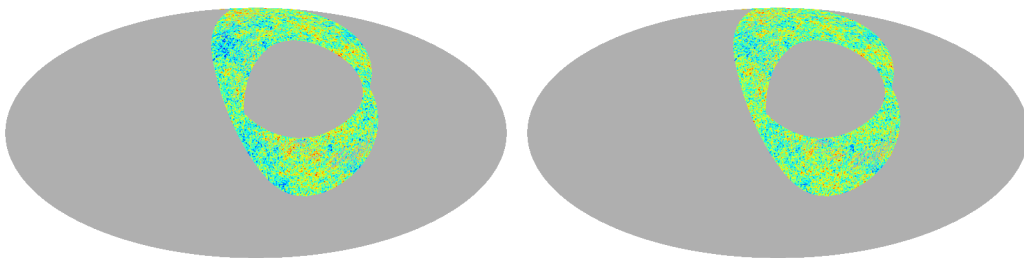


FIG. 5.23 – Résultats de la simulation utilisant un signal CMB additionné à un vrai bolomètre. En haut, la carte de la TOI de CMB originale. En bas, celle résultant de la différence après traitement haute fréquence entre la TOI de CMB additionné au vrai bolomètre et la TOI du vrai bolomètre seul. Les données signalées ont été retirés avant projection, ce qui explique quelques trous sur les cartes. L'échelle de couleurs est la même.

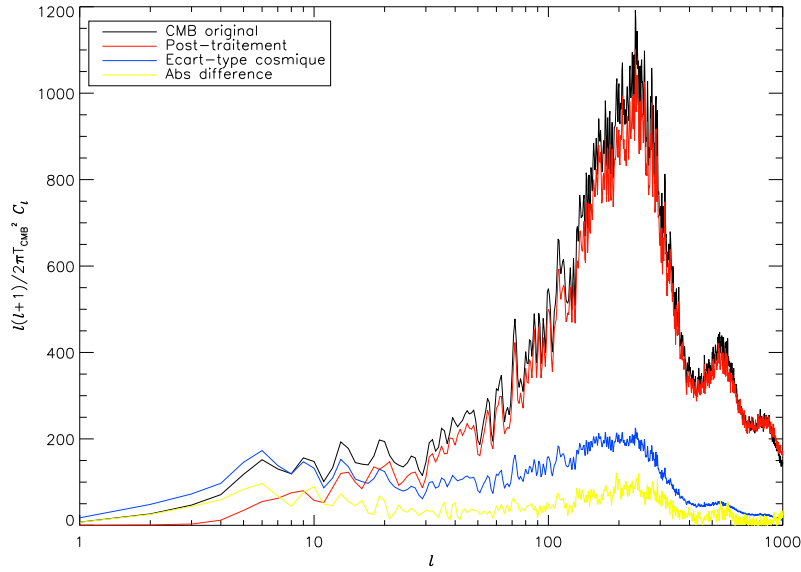


FIG. 5.24 – Résultats de la simulation utilisant un signal CMB avec addition d'un vrai bolomètre. En noir, le spectre correspondant à la carte originale, en rouge, le spectre résultant de la différence après traitement haute fréquence entre la TOI de CMB additionné au vrai bolomètre et la TOI du vrai bolomètre seul.

- Pour  $10 < \ell < 600$ , ce qui correspond au deuxième pic acoustique, la puissance est légèrement sous-estimée du fait de la décorrélation, et ce, de façon clairement corrélée à l'amplitude du spectre. Ceci peut légèrement biaiser l'estimation, notamment de  $\Omega_b h^2$  et  $n_s$  (voir figures 2.10 et 2.14 en section 2.6 page 50). Cependant, dans la mesure où l'effet est petit et connu, il doit être possible d'en tenir compte en bout de chaîne de traitement. Une possibilité pour cela est de simuler une TOI de CMB à partir des  $C_\ell$  trouvés par Archeops, et de la décorréler afin d'estimer le biais, éventuellement de manière itérative.
- Pour  $\ell > 600$ , on observe une surestimation de la puissance. La différence étant proportionnelle à  $\ell(\ell + 1)$ , il s'agit de bruit blanc en provenance des thermomètres, qui s'est retrouvé être ajouté à la TOI de CMB lors de la décorrélation.

Dans un deuxième temps, on ajoute à la TOI de CMB une TOI fabriquée en combinant deux thermomètres du plan focal : les thermomètres sont d'abord déglitchés, filtrés passe-haut à 0.1 Hz, puis lissés sur trois points et additionnés avec une pondération. La figure 5.21 montre le spectre de la TOI ainsi obtenue. Le spectre de la TOI résultant de la décorrélation, ainsi que de la TOI de CMB originale et la différence entre ces deux dernières, sont également données. Si on calcule la quantité  $P$  (formule 5.11 pour le CMB, avant et après traitement sur la bande 5 – 50 Hz, on trouve respectivement  $755.1 \times 10^{-6} \mu V^2$ ,  $22.1 \times 10^{-6} \mu V^2$  et  $22.0 \times 10^{-6} \mu V^2$ , soit une différence de 0.4% entre la TOI de CMB et celle

obtenue après décorrélation. La comparaison entre les spectres  $C_\ell$  (figure 5.22) montre des différences entre le spectre initial et le spectre après décorrélation quasiment superposable avec le cas précédent (figure 5.20), la remontée pour les grands  $\ell$  due au rajout de bruit blanc étant légèrement plus forte. En effet, on a rajouté explicitement cette fois-ci du bruit blanc à la TOI de CMB, or la décorrélation ne peut pas réduire le bruit blanc, sauf par le fait de corrélation accidentelles. La similitude des résultats est une indication de l'efficacité de la méthode de décorrélation. Elle montre également qu'aucun biais supplémentaire provenant de la présence de structures parfaitement décorrélées n'est introduit.

Ces deux tests supposent que le code de décorrélation est linéaire, en ce sens qu'on suppose que l'altération de la TOI du CMB est indépendante de la présence de TOI d'autres signaux : c'est pourquoi on considère une TOI de CMB seul, ou additionnée avec du bruit corrélé au thermomètre. Un dernier test permet de relâcher cette hypothèse, en utilisant de véritables données. Voici le mode opératoire :

- on fait subir le traitement haute fréquence au bolomètre 143K05 du vol du 29 janvier 2001 ; la TOI résultante est appelée  $b_t$  ;
- on simule une TOI de CMB, la même que précédemment, avec le pointage du bolomètre 143K05 du vol du 29 janvier 2001 ;
- on le convertit en  $\mu V$  en utilisant l'étalonnage fourni par le dipôle cosmologique ; on appelle cette TOI  $c$  ;
- on l'additionne au bolomètre 143K05, et on fait subir le traitement haute fréquence ; la TOI résultante est appelée  $b_t^{cmb}$  ;

Idéalement, on devrait avoir  $c = b_t^{cmb} - b_t$ , c'est-à-dire que la TOI de CMB n'est pas affectée par le traitement. En pratique, il existe au moins une différence due à la signalisation de données corrompues sur le bolomètre réel, qui sont remplacées par des interpolations contraintes de bruit ; ces dernières ne sont pas les mêmes pour  $b_t$  et  $b_t^{cmb}$ . En retirant ces points à  $b_t^{cmb}$ ,  $b_t$  et  $c$ , on effectue la carte de coaddition de  $c$  et  $b_t^{cmb} - b_t$ . Le résultat est montré sur la figure 5.23 : les deux cartes ne montrent pas de différence nette. Si on effectue le calcul du spectre de puissance angulaire (voir figure 5.24), on constate effectivement que la différence entre les deux spectres reste petite devant l'écart-type cosmique jusqu'à  $\ell = 1000$ .

## Résultats

Le traitement a été effectué pour chaque bolomètre à partir de 0.4 Hz avec les paramètres choisis en section 5.5.2. Le tableau 5.2 donne également les valeurs de  $P$  avant et après traitement. Certains bolomètres (217K01 et 217K04 notamment) présentaient déjà un spectre très proche du bruit blanc dans la bande de fréquence servant à la mesure (5-50 Hz), à l'effet du préfiltrage près. La puissance retirée par la procédure de décorrélation est alors très réduite. Pour les bolomètres présentant des bruits fortement corrélés avec les patrons (thermomètres du plan focal et bolomètre aveugle), l'effet du traitement est beaucoup plus important, allant jusqu'à 90%. On peut noter toutefois la présence de structures résiduelles sur

TAB. 5.3 – *Ecart-type (en  $\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) avant et après traitement haute fréquence dans la bande 1-60 Hz pour les bolomètres du vol du 29 janvier 2001.*

Bolomètre	$\sigma$ avant	$\sigma$ après	Bolomètre	$\sigma$ avant	$\sigma$ après
143k01	0.32	0.18	217k04	0.08	0.08
143k02	0.45	0.18	217k06	0.13	0.10
143k03	0.56	0.17	353k01	0.79	0.26
143k04	0.45	0.14	353k02	1.27	0.36
143k05	0.32	0.15	353k03	0.62	0.27
143k07	0.21	0.15	353k04	0.46	0.24
217t06	0.17	0.16	353k05	0.17	0.16
217k01	0.11	0.11	353k06	0.57	0.29
217k02	0.20	0.11	545k01	0.21	0.13
217k03	0.10	0.10	545k02	0.21	0.12

certaines bolomètres (par exemple le 143K01). Celles-ci devront être prises en compte durant l'étape de cartographie.

Les figures 5.25, 5.26, 5.27 et 5.28 montrent le résultat du traitement de décorrélation haute fréquence pour les bolomètres du vol du 29 janvier 2001. Dans tous les cas, les spectres ont été calculés sur une heure de donnée située au milieu du plafond.

On peut également évaluer quantitativement l'effet du traitement haute fréquence dans la bande de fréquences 1 – 60 Hz en calculant l'écart-type sur une TOIs ayant subi un filtrage passe-bande. Les TOIs choisies sont celles ayant servi à établir les figures précédentes. Les résultats sont portés sur le tableau 5.3. A l'exception de quelques bolomètres à 217 GHz, dont la qualité avant traitement a déjà été soulignée, l'écart-type est significativement abaissé. Ce bon résultat global ne saurait cependant préjuger du caractère gaussien et stationnaire des données, que l'on va à présent aborder.

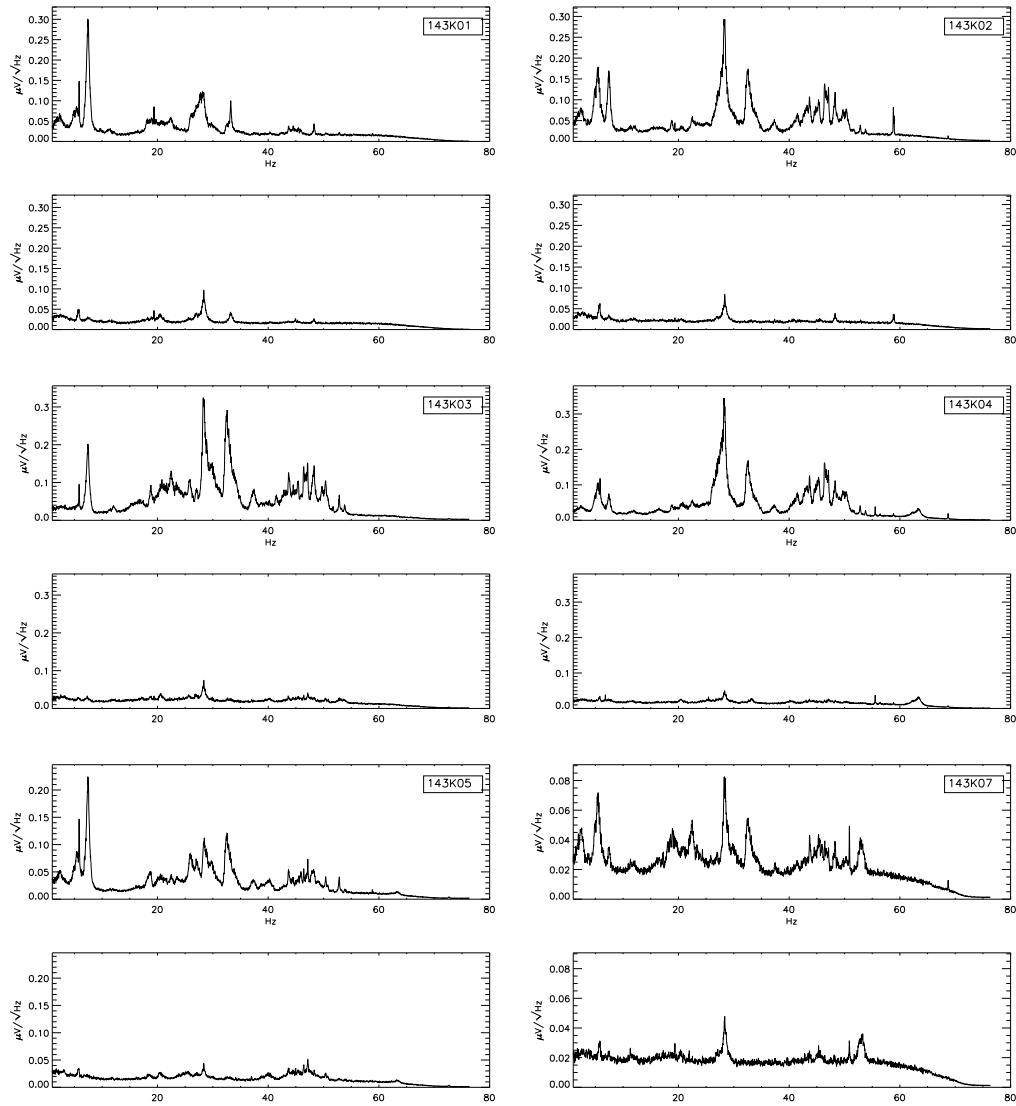


FIG. 5.25 – Résultats de la décorrélation haute fréquence avec les thermomètres du plan focal et le bolomètre aveugle pour les bolomètres 143 GHz du vol du 29 janvier 2001. On donne successivement le spectre avant et après traitement, l'échelle verticale étant bien entendu la même. En raison de leur niveau de bruit, les bolomètres 143T01 et 143B03 n'ont pas été inclus.

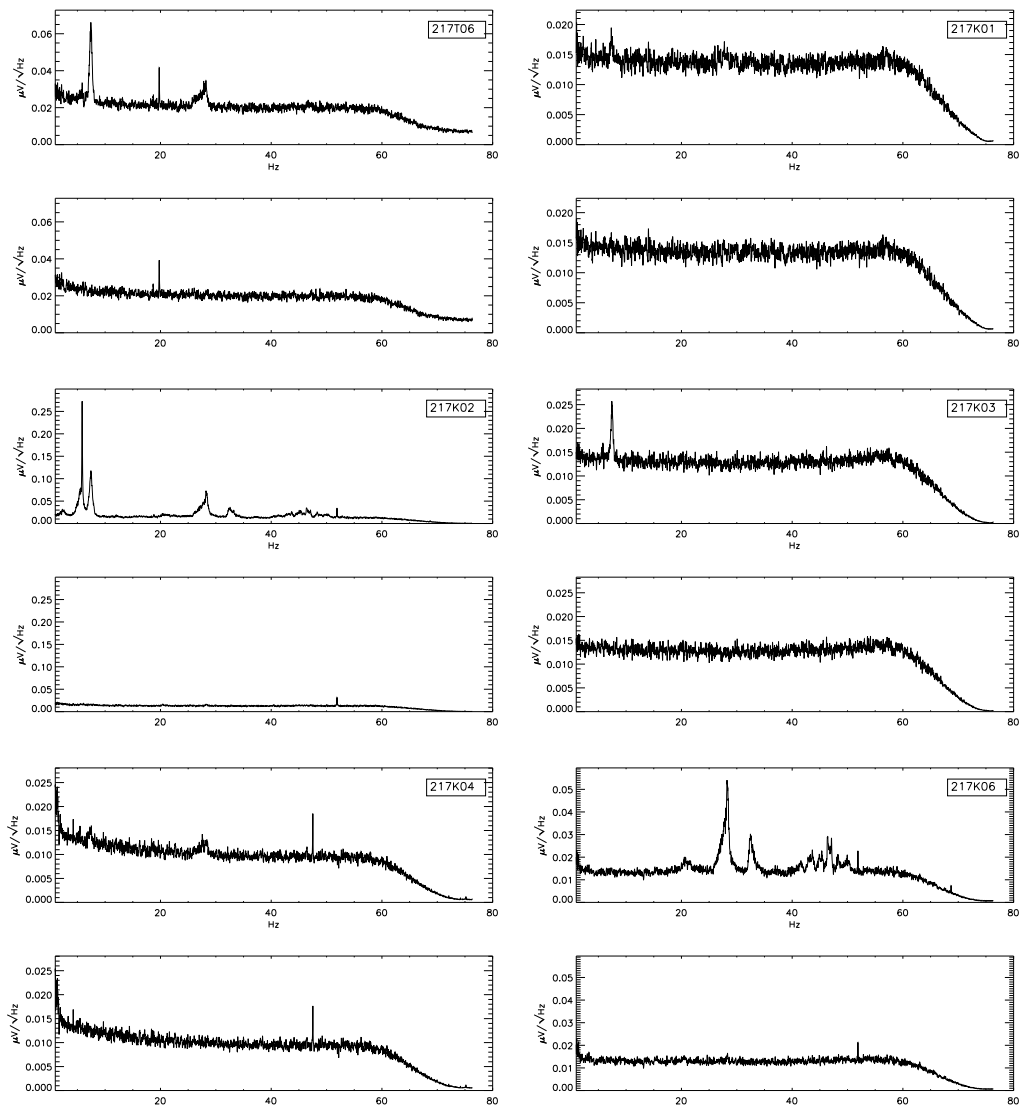


FIG. 5.26 – Résultats de la décorrélation haute fréquence avec les thermomètres du plan focal et le bolomètre aveugle pour les bolomètres 217 GHz du vol du 29 janvier 2001. On donne successivement le spectre avant et après traitement, l'échelle verticale étant bien entendu la même. Le bolomètre aveugle n'a pas été inclus.

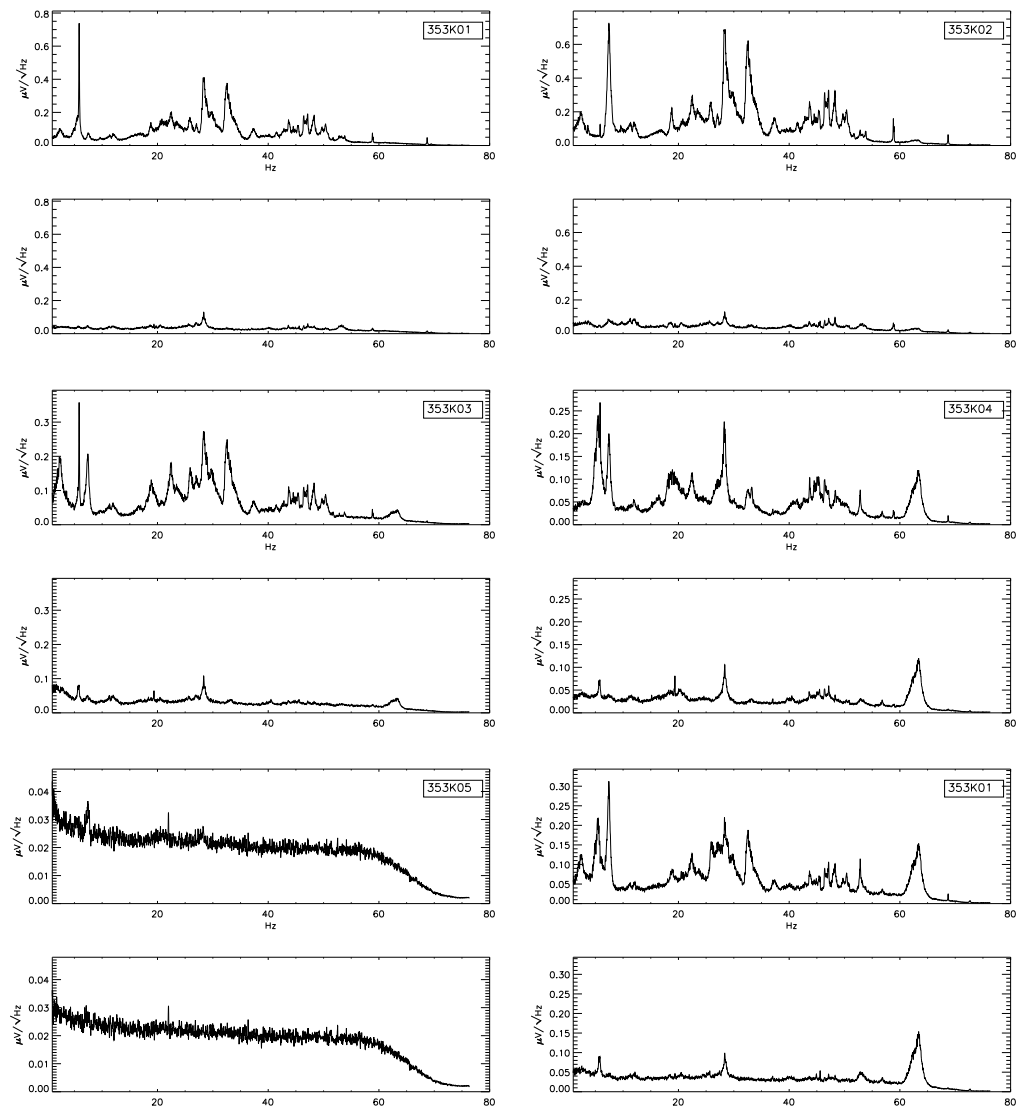


FIG. 5.27 – Résultats de la décorrélation haute fréquence avec les thermomètres du plan focal et le bolomètre aveugle pour les bolomètres 353 GHz du vol du 29 janvier 2001. On donne successivement le spectre avant et après traitement, l'échelle verticale étant bien entendu la même.

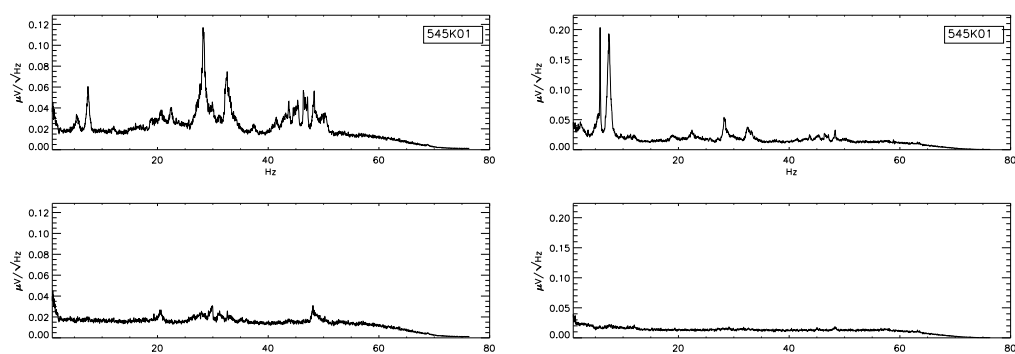


FIG. 5.28 – Résultats de la décorrélation haute fréquence avec les thermomètres du plan focal et le bolomètre aveugle pour les bolomètres 545 GHz du vol du 29 janvier 2001. On donne successivement le spectre avant et après traitement, l'échelle verticale étant bien entendu la même.



### 5.5.3 Tests statistiques

Le but du traitement haute fréquence était d'enlever au mieux les structures larges présentes sur les spectres des bolomètres afin de réduire leur contribution à la non-stationnarité et à la non-gaussianité des données. On vient de voir que les structures étaient effectivement réduites ; on souhaite à présent vérifier quantitativement l'amélioration du caractère stationnaire gaussien des données.

#### Ajustements gaussiens d'histogrammes par fréquence

Pour cette section, on considère une TOI de  $2^{21}$  points, prise à 18 h (Temps Universel), soit au milieu du vol. On fait ici l'hypothèse que les données sont stationnaires, au moins dans la bande de fréquence étudiée. La validité du test est dépendante de la validité de cette hypothèse, qui sera discutée pages 131 et suivantes.

Un bruit gaussien est caractérisé par le fait que les parties réelles et imaginaires de chacune de ses composantes fréquentielles sont distribuées selon une loi gaussienne. C'est cette caractéristique qui est testée ici à l'aide d'un test de  $\chi^2$ , dans des intervalles de fréquences situés dans la bande 1 – 60 Hz pour évaluer l'amélioration que le traitement haute fréquence apporte au caractère gaussien des données, notamment en ce qui concerne les structures localisées en fréquence.

Le test par intervalle de fréquence est mené comme suit :

1. on prend la transformée de Fourier de la TOI, respectivement avant et après traitement haute fréquence ; pour éviter les problèmes liés à l'algorithme de transformée de Fourier rapide et impliquant la condition de circularité, les TOIs ont été préalablement filtrées par un filtre passe-haut, identique à celui utilisé en préambule au traitement haute fréquence ;
2. pour chaque intervalle de fréquence considéré, on isole la partie de la transformée de Fourier située à une distance plus petite que 0.5 Hz de la fréquence centrale, dont les  $N$  valeurs sont 1.5, 2.5 Hz ... jusqu'à 60 Hz, au-delà de cette fréquence l'effet du préfiltrage commence à se manifester ;
3. on réalise sur chacune de ces parties de spectre, l'histogramme  $h$  de la partie réelle, puis de la partie imaginaire, en se bornant à l'intervalle  $[-5\sigma, 5\sigma]$ , avec  $N = 100$  intervalles de  $\sigma/10$  ;  $\sigma$  désigne ici une évaluation de l'écart-type de la partie du spectre considérée, qui est la racine carrée du moment d'ordre deux ;
4. on effectue un ajustement gaussien  $g_{fit}$  à trois paramètres : hauteur, moyenne et dispersion ;
5. on calcule le  $\chi^2$  :

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(h(i) - g_{fit}(i))^2}{g_{fit}} \quad (5.12)$$

dans cette somme, toutefois, on ne compte pas les intervalles dans lesquels on a  $g_{fit} < 1$  ;

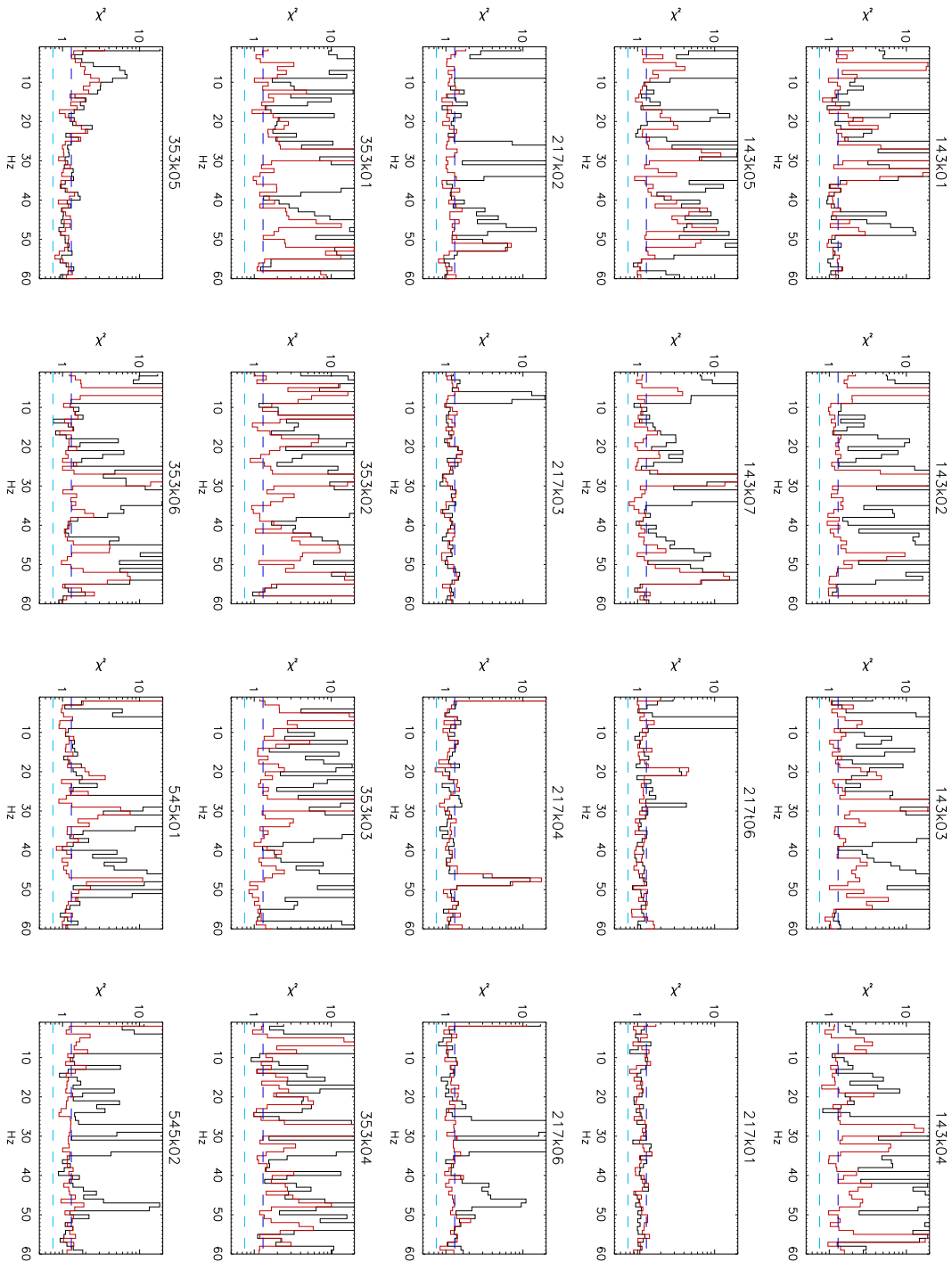


FIG. 5.29 –  $\chi^2$  réduit à 97 degrés de liberté des ajustements gaussiens d'histogrammes par bin de 1 Hz pour les bolomètres du vol du 29 janvier 2001, avant et après décorrélation haute fréquence (noir et rouge respectivement). Le test porte, pour chaque intervalle de fréquence, sur la partie réelle et la partie imaginaire de la transformée de Fourier de la TOI; on porte sur le graphe le  $\chi^2$  le plus grand des deux. Les lignes en pointillés bleu foncé et bleu ciel correspondent respectivement aux seuils à 95 et 5% de niveau de signification.

6. on calcule le niveau de signification, dont les valeurs à 95 et 5% sont respectivement 0.75 et 1.3. On rappelle qu'il s'agit de la probabilité d'observer un  $\chi^2$  plus grand que la valeur observée si les données considérées sont effectivement gaussiennes.

La procédure utilisée a été testée en utilisant mille simulations de bruit blanc. La fonction de répartition des  $\chi^2$  obtenus est compatible avec celle obtenue analytiquement.

Les résultats sont présentés sur la figure 5.29 (sauf pour les bolomètres 143B03 et 143T01). Pour chaque intervalle de fréquence, la partie réelle et la partie imaginaire doivent réussir le test simultanément : c'est pourquoi sur la figure on porte le plus grand des deux  $\chi^2$  trouvés. On porte également les niveaux de signification à 5 et 95%.

On notera que le traitement de décorrélation réduit le  $\chi^2$  partout où les écarts à la gaussianité sont nets; en particulier, cette étude montre que les structures de bruit que le traitement réduit sont effectivement non gaussiennes (on peut comparer la figure 5.29 avec les figures 5.25, 5.26, 5.27 et 5.28), et que la décorrélation améliore sensiblement ce caractère préjudiciable à la cartographie. Les écarts à la gaussianité restent cependant notables pour les bolomètres à 143 GHz, autour de 28 Hz par exemple, et ceux à 353 GHz, bien que localement le  $\chi^2$  puisse descendre à des valeurs proches de 1 ou plus petites, notamment autour de 10 Hz. Cela explique pourquoi dans l'analyse des résultats du vol du 29 janvier 2001, les bolomètres à 217 GHz, dont le  $\chi^2$  après décorrélation est meilleur et plus constant en fréquence, seront privilégiés.

On notera qu'il n'est pas possible avec cette méthode de tester séparément stationnarité et gaussianité. Prenons comme exemple une TOI résultant de la mise bout à bout de deux TOIs stationnaires gaussiennes, mais d'écart-type différent<sup>10</sup>. Définie telle quelle, cette TOI est gaussienne non stationnaire. Si on cherche à tester son caractère gaussien, il faudra construire son histogramme, ce qui nécessite en pratique de postuler la stationnarité. La TOI échouera alors aux tests de gaussianité. Inversement, le test de la stationnarité s'effectue en comparant des spectres pris à des instants différents; mais supposer que l'information est contenue dans les spectres, c'est précisément supposer la gaussianité. Un échec aux tests peut donc signifier que les données ne sont effectivement pas gaussiennes, ou que l'hypothèse de stationnarité est erronée.

### Test de Kolmogorov-Smirnov

Dans les tests précédents, les variables aléatoires considérées ont été groupées par paquets. Ceci induit une perte d'information, puisque les données sont ainsi artificiellement discrétisées; en outre, une certaine part d'arbitraire dans le choix du découpage par paquets est introduite. C'est pourquoi on utilise le test de Kolmogorov-Smirnov, qui est applicable à des distributions non regroupées par paquets, ne dépendant que d'une seule variable.

---

10. Cet exemple est développé dans l'annexe C.1.

On fait l'hypothèse que les données  $x$  obéissent à une loi de distribution  $f(x)$ . On note  $F(x)$  la fonction de répartition :

$$F(x) = \int_{u=\min(x)}^{u=x} f(u) du \quad (5.13)$$

On peut construire la fonction de répartition observée  $S_N(x)$  de  $N$  observations de  $x : x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ .  $S_N(x)$  donne la proportion des observations inférieures à la valeur  $x$ . On définit la statistique de Kolmogorov-Smirnov par :

$$D = \max \|S_N(x) - F(x)\| \quad (5.14)$$

Dans le cadre de l'hypothèse selon laquelle  $F(x)$  est la bonne fonction de répartition, la distribution de Kolmogorov-Smirnov tend asymptotiquement vers une limite calculable, ce qui permet d'approximer la signification d'une valeur non nulle de  $D$  par [138] :

$$\text{Proba}(D > D_{obs}) = Q_{KS} \left( \left[ \sqrt{N} + 0.12 + 0.11/\sqrt{N} \right] D \right) \quad (5.15)$$

dans laquelle :

$$Q_{KS}(\lambda) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} \exp(-2j^2 \lambda^2) \quad (5.16)$$

Dans la suite, plutôt que de donner cette probabilité, on fournira la statistique de Kolmogorov-Smirnov assortie de la valeur au-dessus de laquelle la probabilité 5.15 devient inférieure à 5%. Cette valeur-plafond est déterminée en réalisant des simulations de bruit blanc, qui permettent d'estimer l'histogramme de la statistique de Kolmogorov-Smirnov.

Malheureusement, il n'est pas possible d'utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov sur une TOI en utilisant pour construire la fonction  $F(x)$  des paramètres estimés à partir de la TOI, notamment la variance, car il n'existe pas d'équivalent de la notion de degré de liberté comme pour le test du  $\chi^2$ . En outre, la formule 5.15 n'est plus valide.

Cependant, il est possible d'utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov pour évaluer la probabilité que deux TOIs possèdent la même fonction de distribution. Dans ce cas, la statistique de Kolmogorov-Smirnov de la formule 5.14 devient :

$$D = \max \|S_{N_1}(x_1) - S_{N_2}(x_2)\| \quad (5.17)$$

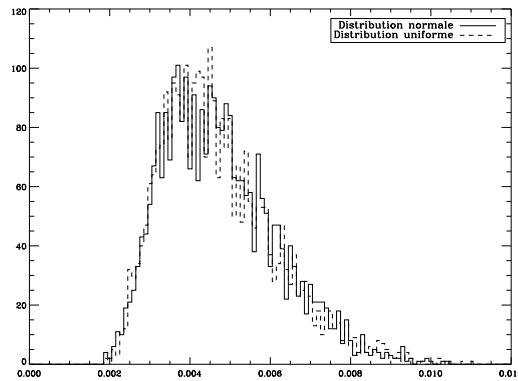


FIG. 5.30 – Histogrammes de statistiques de Kolmogorov-Smirnov obtenus en comparant 3000 paires de TOIs simulées de  $2^{16}$  points. L’histogramme en trait continu fin correspond au cas où les TOIs correspondent à un bruit blanc. Pour l’histogramme en trait interrompu gras, les TOIs ont été générées à partir d’une distribution uniforme. L’accord entre les deux histogrammes provient du fait que la loi 5.15 ne dépend pas de la loi de distribution des données.

où  $x_1$  et  $x_2$  sont deux TOIs de longueur  $N_1$  et  $N_2$ . Dans la formule 5.15, le nombre d’éléments  $N$  doit être remplacé par [138] :

$$N = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} \quad (5.18)$$

C’est dans ce sens qu’on va utiliser ce test, de manière à éprouver l’hypothèse de stationnarité indépendamment de leur caractère gaussien ou non. La loi 5.15 ne dépend pas de la loi de distribution des données. La figure 5.30 en donne un exemple. Cette figure a été obtenue en calculant la statistique 5.17 sur 3000 paires de TOIs de  $2^{16}$  points. On montre l’histogramme obtenu lorsque les TOIs sont celles d’un bruit blanc (donc gaussien), et lorsque elles ont été générées en suivant une loi de distribution uniforme. Les deux histogrammes sont compatibles entre eux. On notera également que la probabilité 5.15 peut alors être retrouvée en effectuant directement l’intégrale numérique entre la valeur observée et l’infini sur l’histogramme. Comme il a déjà été dit, c’est de cette manière qu’est déterminée la valeur-plafond de la statistique de Kolmogorov-Smirnov au-dessus de laquelle la probabilité 5.15 est inférieure à 5%.

L’hypothèse de stationnarité se traduit par le fait que pour chaque composante de fréquence du spectre, la distribution ne dépend pas du temps. On va utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov pour tester la stationnarité des TOIs indépendamment de la fréquence. Pour cela :

- on considère la TOI de chaque bolomètre, avant et après traitement, d’une longueur de quatre heures environ ( $2^{21}$  points) au milieu du vol (pour le vol du 29 janvier 2001) ;

- on la découpe en morceaux de  $2^{16}$  points chacun, ce qui donne 31 paires consécutives ;
- on calcule pour chaque paire le spectre de Fourier, en ne considérant que celles des fréquences dont la distance avec la fréquence que l'on veut tester est inférieure à 0.5 Hz ; ces fréquences sont les fréquences 1.5, 2.5, . . . , 65.5 Hz ;
- on applique le test de Kolmogorov-Smirnov pour chaque paire de spectre autour de la fréquence choisie.

Dans le cas d'un bruit gaussien, la distribution est celle d'un  $\chi^2$  paramétrisée par l'écart-type  $\sigma$ . Dans ce test cependant, on ne vérifie pas ce point : on teste seulement si les distributions de deux paires consécutives sont compatibles, on teste donc la stationnarité indépendamment du caractère gaussien.

On applique la même procédure à cinq simulations de bruit blanc, par définition stationnaire. Ceci permet de reconstituer l'histogramme de la statistique de Kolmogorov-Smirnov avec un nombre suffisant de points : en effet, chaque intervalle de fréquence comprend 859 points. On trouve que la probabilité que deux morceaux consécutifs reflètent la même distribution est inférieure à 5% lorsque la statistique de Kolmogorov-Smirnov est supérieure à 0.065. Même pour le bruit blanc, l'intervalle de fréquence 0.5-1.5 Hz ne remplit presque jamais ce critère, sans que cela soit nécessairement significatif. Les très basses fréquences et donc leurs fonctions de répartition, sont en effet mal estimées. La figure 5.30 montre que l'on aurait pu également choisir un bruit uniforme pour cette simulation : le seuil trouvé n'est donc pas déterminé par la nature gaussienne du bruit simulé.

Pour une partie du vol du 29 janvier 2001, la figure 5.31 présente les résultats obtenus pour les TOIs avant et après traitement haute fréquence : on a choisi un bolomètre par canal de fréquence. Ceci permet d'apprécier, d'une part l'amélioration du caractère stationnaire des données par suite du traitement, et, d'autre part, de constater si l'hypothèse de stationnarité est vraisemblable ou non.

On constate pour les quatre bolomètres montrés sur la figure 5.31 une amélioration notable de la stationnarité due au traitement. Ce fait est en particulier intéressant pour le bolomètre 217K06, qui ne présentait pas de structures bien marquées après 1 Hz, qui avait déjà passé, avant traitement, avec succès le test de  $\chi^2$  (voir figure 5.29), et qui présente après traitement un caractère stationnaire satisfaisant sur près de 4 heures de données et à toutes les fréquences<sup>11</sup>. Ce bolomètre (ainsi que le 217K04) a donc bien fourni une TOI stationnaire et gaussienne, au moins pour les fréquences supérieures à 1 Hz et pour la bande de temps étudiée. Il sera donc privilégié pour la cartographie. Les autres bolomètres montrent en revanche, même après l'amélioration consécutive au traitement haute fréquence, un écart significatif par rapport à la stationnarité.

---

11. Il convient de faire remarquer que le mode de traçage de la figure 5.31 induit des interpolations qui peuvent conduire à surestimer une zone où la statistique est supérieure au plafond. Compte tenu des paramètres choisis, la largeur des intervalles en temps et en fréquence est de 0.12 heure et 1 Hz respectivement. Chacune des petites zones rouges en forme de losange, comme par exemple celle située à 20 h, 16 Hz sur la figure montrant le bolomètre 217K06 après traitement, ne représente donc qu'un seul intervalle temps-fréquence, et n'est donc pas nécessairement significative.

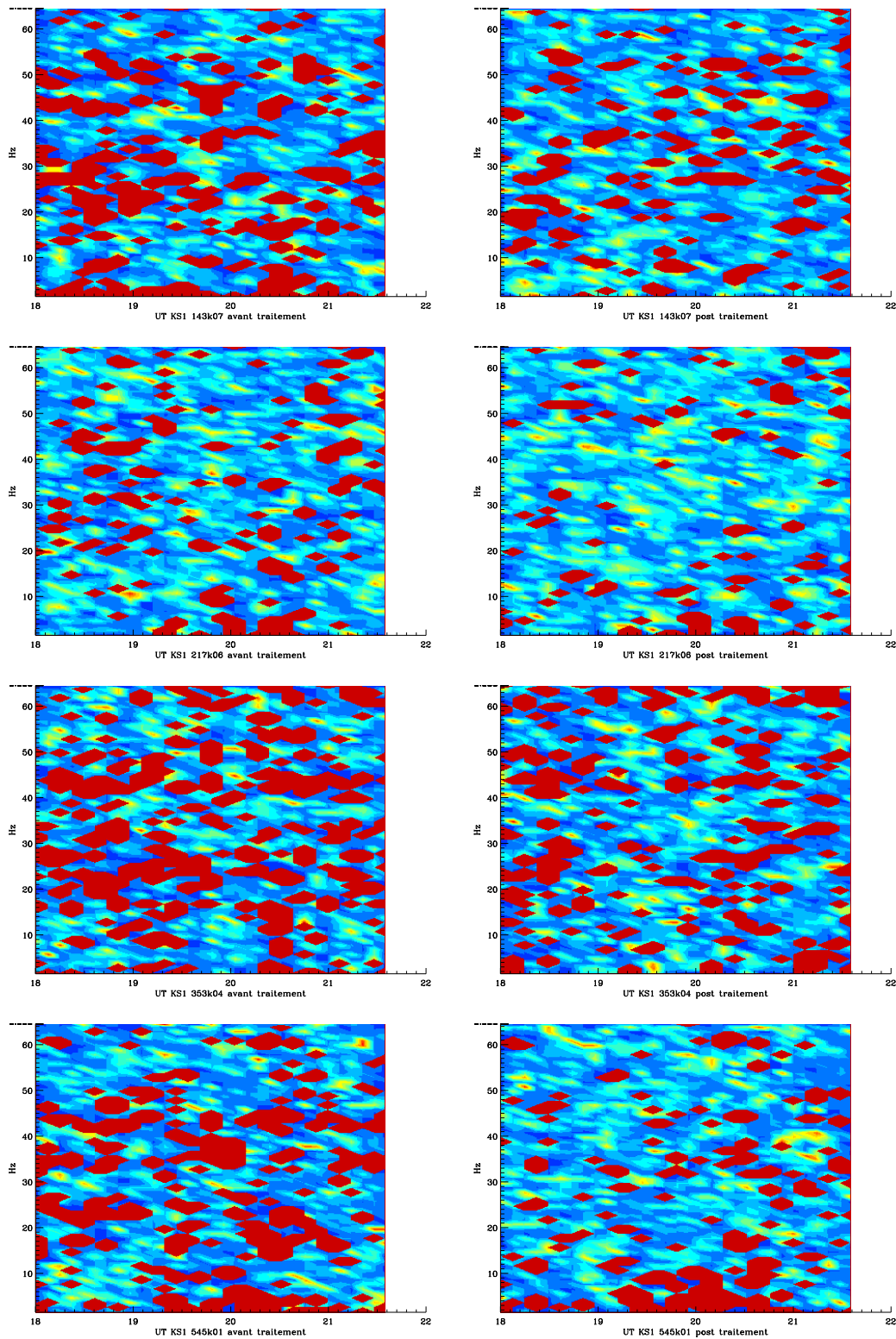


FIG. 5.31 – La statistique de Kolmogorov-Smirnov pour quatre bolomètres du vol du 29 janvier 2001, avant et après traitement haute fréquence. Une valeur basse de la statistique traduit une probabilité élevée de similitude des distributions entre deux morceaux consécutifs, à un intervalle de fréquence donné. Les zones rouges correspondent au cas où la statistique est supérieure à 0.0155, et donc la probabilité associée est inférieure à 5%.

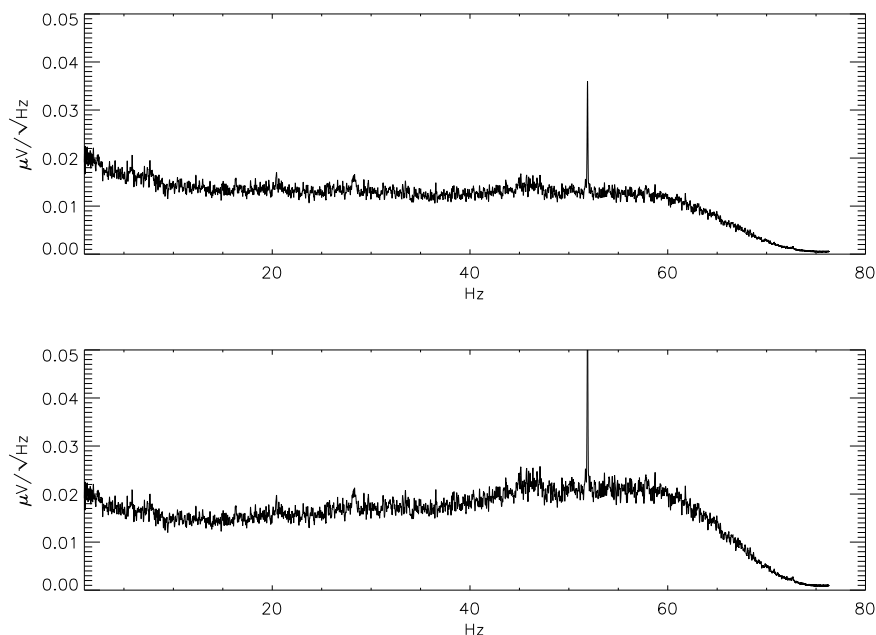


FIG. 5.32 – Effet de la déconvolution de la constante de temps pour le bolomètre 217K02 du vol du 29 janvier 2002. La constante de temps est ici de 5.11 ms. Ce traitement induit une nette remontée du bruit après 15 Hz environ.

## 5.6 La déconvolution de la constante de temps

Les bolomètres sont affectés par une certaine constante de temps. L'effet est d'allonger le lobe dans le sens du balayage : on se trouve donc avec un lobe dissymétrique difficile à prendre correctement en compte lors de l'estimation de la carte, et ensuite dans celle du spectre  $C_\ell$ . Une solution est d'effectuer une déconvolution de cette constante avant de réaliser les cartes.

La déconvolution s'effectue dans l'espace de Fourier : la transformée de Fourier du bolomètre est divisée par le conjugué de la transformée de Fourier du filtre traduisant la constante de temps, pris comme étant  $\exp(-t/\tau)$ . Un inconvénient de ce traitement est de provoquer une remontée du bruit haute fréquence, ce qui est montré sur la figure 5.32.

Le modèle considéré est toutefois simplifié, et peut être compliqué par la prise en compte d'une deuxième constante de temps, plus longue que la première. Elle est observée dans environ 5% des glitches, qualifiés pour cette raison de glitches longs, ainsi que lors des passages sur les sources ponctuelles, notamment la planète Jupiter. Dans ce cas, on suppose que, pour les deux constantes, la modélisation par une exponentielle est correcte ; ceci est cohérent avec l'idée que la constante provient de la dissipation de la chaleur reçue par le bolomètre du fait par exemple d'un rayon cosmique. Physiquement, l'existence d'une deuxième constante peut se justifier en supposant la présence d'un dépôt d'impuretés sur le bolomètre. Comme le dépôt est local, la probabilité pour un rayon cosmique d'être absorbé



au niveau de l'impureté est réduite, d'où la faible probabilité d'obtenir un glitch long. Pour les sources ponctuelles, mais aussi pour les rayonnements diffus, le bolomètre est largement illuminé: il y a donc toujours une partie des photons qui est absorbée au niveau de l'impureté, d'où l'intervention systématique de la constante de temps longue. Il convient toutefois de dire que cette explication n'est pour l'heure qu'une hypothèse.

On considère un modèle à trois paramètres: les deux constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , et une constante  $\alpha$  de pondération. La transformée de Fourier de la TOI déconvoluée s'écrit en fonction de celle de la TOI originale:

$$\begin{aligned}\tilde{B}_{dec}(\nu) &= \tilde{B}(\nu)/c(\nu) \\ c(\nu) &= \frac{1-\alpha}{1+2\pi i\nu\tau_1} + \frac{\alpha}{1+2\pi i\nu\tau_2}\end{aligned}\tag{5.19}$$

Pour le vol du 7 février 2002, la constante  $\tau_1$  était toujours inférieure à 10 ms, typiquement 5 ms, tandis que  $\tau_2$  pouvait être aussi grande que 60 ms, le coefficient de pondération étant de l'ordre de  $10^{-1}$ . La détermination de ces constantes se fait à partir des passages sur Jupiter et sur Saturne<sup>12</sup>.

## 5.7 Les données du vol du 7 février 2002

Dans ce qui précède, on a utilisé exclusivement les données du vol du 29 janvier 2001 uniquement dans un souci de clarté de la présentation. Tout cela est applicable aux données du vol du 7 février 2002. Toutefois, la qualité est nettement supérieure: en particulier, les structures à haute fréquence, si elles existent, ne se détachent plus du niveau de bruit blanc. Ceci avait déjà été vérifié pour quelques bolomètres à 217 GHz du vol du 29 janvier 2001; pour le vol du 7 février 2002, ce niveau de qualité est également atteint pour quelques bolomètres à 143 GHz, 353 GHz et 545 GHz (pour le seul en état de fonctionnement), dont des exemples sont donnés en figure 5.33. Il est à souligner que pour ce spectre, le traitement haute fréquence pour réduire les structures larges n'a pas été effectué; de fait, il n'est pas nécessaire, et pourrait même dégrader la qualité des données, car les bolomètres et thermomètres susceptibles de servir de patrons présentent des bruits non corrélés.

Parmi les raisons qui expliquent la meilleure qualité des données, on peut citer:

- le moteur du pivot a été placé plus haut dans la chaîne de vol, et non plus solidement avec la nacelle; ceci supprime une source possible d'excitations mécaniques;
- les cornets ont été nettoyés;
- la fixation des bolomètres a été effectuée avec encore davantage de soins;
- le câblage a été refait.

---

<sup>12</sup>. Cette planète n'a été observée que lors du vol du 7 février 2002.

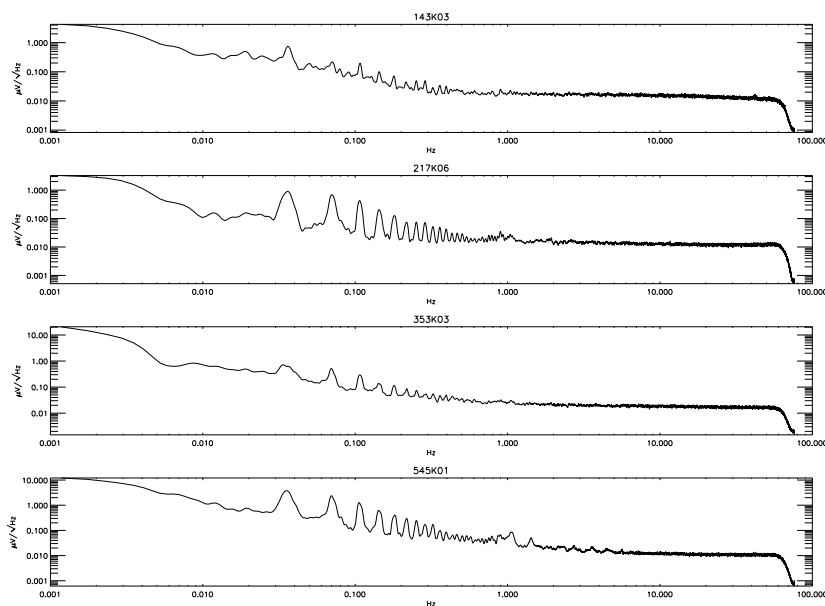


FIG. 5.33 – Les spectres de quatre bolomètres (un par voie) du vol du 7 février 2002. Les spectres ont été calculés sur  $2^{18}$  points après 24 h (Temps Universel). La conformité du bruit au modèle  $1/f$  est remarquable : en particulier, on n’observe pas de structures larges après 1 Hz, comme pour le vol du 29 janvier 2001. On souligne que les bolomètres n’ont pas subi de traitement haute fréquence pour ces structures ; en revanche, ils ont subi tout le traitement habituel pour les données corrompues et les basses fréquences, ainsi que les pics fins en spectre.

On ajoutera que le vol a été environ deux fois plus long si on ne compte que le temps au plafond, ce qui permet d’avoir une meilleure redondance.

Les données sont nettement plus compatibles que celles du vol précédent avec l’hypothèse de gaussianité formulée conjointement avec l’hypothèse de stationnarité. La figure 5.34 montre le  $\chi^2$  d’ajustements gaussiens par intervalle de fréquence, selon la procédure donnée en section 5.5.3 après le traitement complet, hors décorrélation haute fréquence. On notera que la plupart des bolomètres passent le test avec succès dans quasiment tous les intervalles de fréquence considérés, y compris les bolomètres à 143 et 353 GHz.

En outre, l’hypothèse de stationnarité peut être testée séparément par le test de Kolmogorov-Smirnov, comme il a été dit en section 5.5.3. La figure 5.35 montre le résultat du test, effectué dans les mêmes conditions que pour une partie du vol du 29 janvier 2001, pour quatre bolomètres, un par canal de fréquence. Elle montre que les bolomètres de ce vol sont nettement plus compatibles avec l’hypothèse de stationnarité que ceux du vol précédent, et ce pour chacun des canaux de fréquence. Cette abondance en données possédant une bonne qualité statistique vis-à-vis des hypothèses des algorithmes de cartographie devrait notamment permettre une comparaison des cartes et spectres de puissance angulaire obtenus pour différentes fréquences, et ainsi de tester si les données projetées sont bien

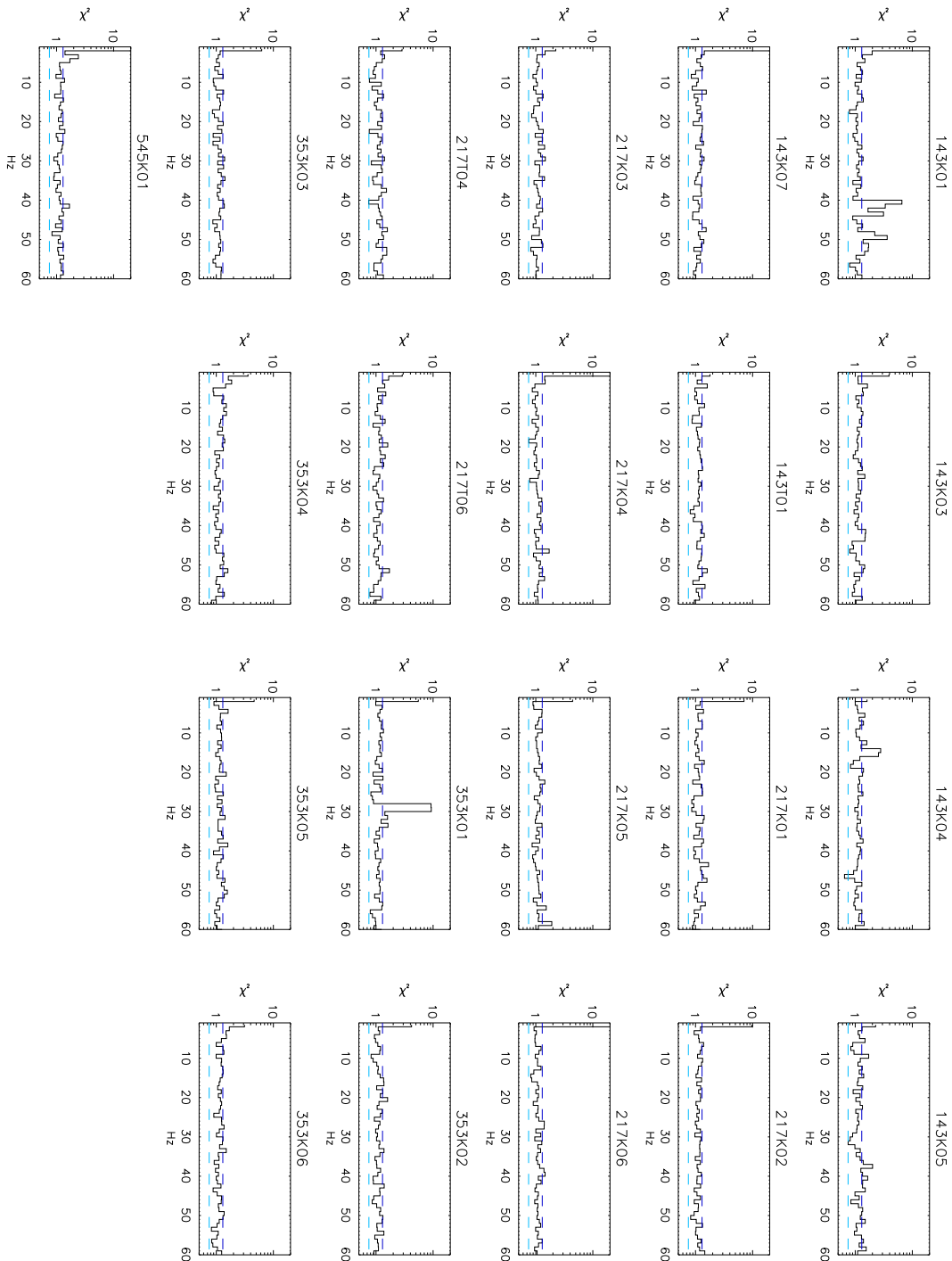


FIG. 5.34 –  $\chi^2$  réduit à 97 degrés de liberté des ajustements gaussiens d'histogrammes par bin de 1 Hz pour les bolomètres du vol du 7 février 2002. Le test porte, pour chaque intervalle de fréquence, sur la partie réelle et la partie imaginaire de la transformée de Fourier de la TOI; on porte sur le graphe le  $\chi^2$  le plus grand des deux. Les lignes en pointillés correspondent aux seuils à 95 et 5% de niveau de signification.

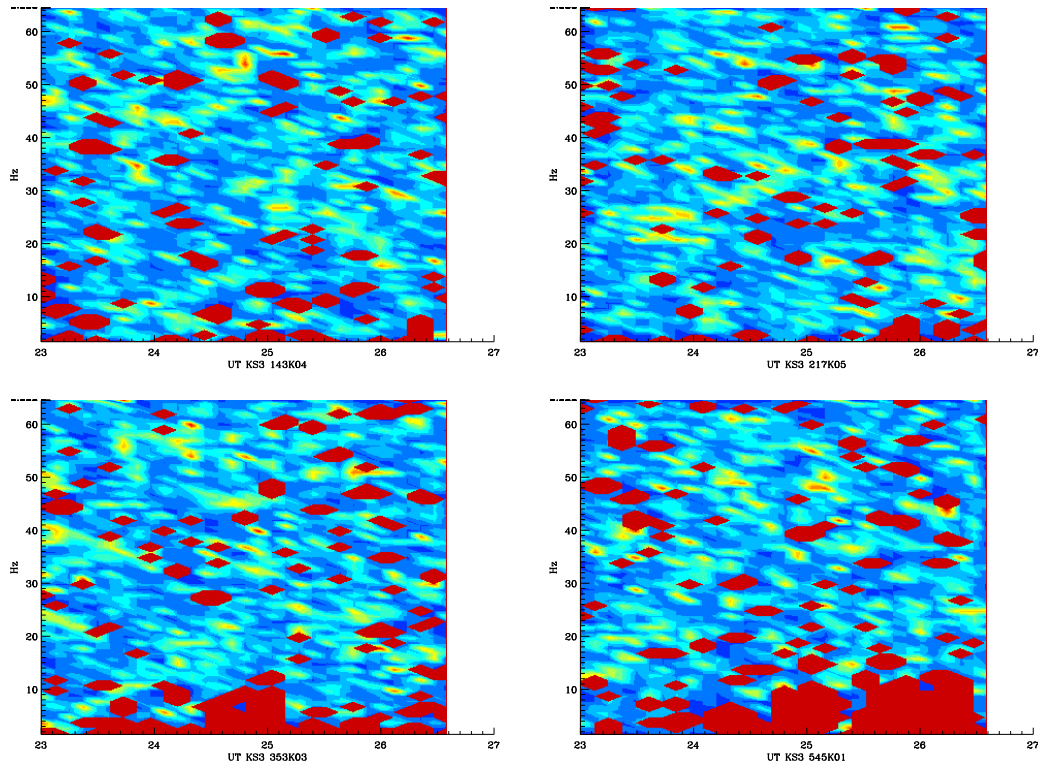


FIG. 5.35 – La statistique de Kolmogorov-Smirnov pour quatre bolomètres du vol du 7 février 2002, sans traitement haute fréquence. Une valeur basse de la statistique traduit une probabilité élevée de similitude des distributions entre deux morceaux consécutifs, à un intervalle de fréquence donné. Les zones rouges correspondent au cas où la statistique est supérieure à 0.065, et donc la probabilité associée est inférieure à 5%

une carte de CMB.

## 5.8 Conclusion

Les différentes étapes du traitement ont permis d'améliorer de façon significative la qualité des données temporelles. Les données perdues pour cause de corruption manifeste ont été remplacées par une réalisation contrainte conçue pour perturber le moins possible les propriétés statistiques du bruit. Différents effets systématiques, visibles tant à basse qu'à haute fréquence, ont pu être réduits en utilisant d'autres détecteurs que ceux qui doivent mesurer les anisotropies du CMB. Ces traitements ont rapproché les TOIs du caractère à la fois stationnaire et gaussien qui est le plus souvent supposé pour l'étape suivante de l'analyse des données : la construction de cartes.

## Chapitre 6

# La cartographie du CMB

L'étape qui suit le traitement des données ordonnées en temps dans une analyse standard d'une expérience CMB est la projection sur une carte du ciel. Le résultat est une compression des données, puisqu'on passe d'un nombre d'échantillons de quatre millions et demi environ dans le cas du vol d'Archeops du 29 janvier 2001 à une carte de six cent mille pixels environ, et ce pour chaque détecteur ou pour chaque voie de fréquence.

Les motivations de cette étape sont les suivantes :

- une carte est un outil efficace pour dépister certains effets systématiques, en particulier par la possibilité de comparer les cartes de deux détecteurs de même fréquence, qui voient le même ciel ;
- la comparaison des cartes par voie permet de repérer et de séparer les différentes composantes d'avant-plan (poussière, sources ponctuelles), ainsi que le dipôle cosmologique et le CMB ;
- après séparation des composantes, la carte CMB permet une estimation du spectre  $C_\ell$  ;
- les cartes permettent de comparer des expériences différentes observant une portion du ciel commune.

La stratégie choisie par Archeops pour balayer le ciel, en réalisant des cercles d'élévation constante, diffère notablement de celles utilisées par d'autres expériences en ballon, comme Boomerang ou Maxima. L'avantage consiste en une plus grande surface du ciel couverte, au détriment du temps d'observation accordé à chaque pixel. Cette stratégie originale implique des méthodes de cartographie adaptées à la couverture d'une large portion du ciel, et donc un nombre élevé de pixels, avec un temps d'observation réduit à quelques heures. Ces méthodes seront par ailleurs très adaptées à la cartographie des données de Planck, dont la stratégie d'observation du ciel est similaire à celle d'Archeops.

## 6.1 Comment dresser une carte

### 6.1.1 L'estimateur de maximum de vraisemblance

On désigne par  $\vec{d}$  le vecteur TOI, de dimension  $n_{dat}$ . Il peut représenter un bolomètre, ou plusieurs d'une même fréquence concaténés pour produire une carte unique.  $\vec{d}$  peut se décomposer en :

$$\vec{d} = \vec{s} + \vec{n} \quad (6.1)$$

où  $\vec{s}$  représente le signal du ciel à la fréquence du bolomètre choisi (plus exactement intégré sur la bande de fréquence) et  $\vec{n}$  le bruit (incluant bruit instrumental, effets systématiques). On suppose que le bruit et le signal sont décorrélés, et que  $\vec{n}$  contient bien tout le bruit sur la TOI. Le statut de l'atmosphère est ambigu, car cette dernière donne lieu à un signal lentement variable dans le système de coordonnées galactiques. On la négligera ici en supposant qu'elle peut être prise en compte par d'autres moyens, notamment en utilisant les bolomètres à 545 GHz, plus sensibles que les autres à l'émission atmosphérique, comme patron de décorrélation au niveau des TOIs ou au niveau des cartes.

$\vec{\Delta}$  est le vecteur de la vraie carte de la portion observée du ciel à la fréquence du bolomètre choisi : ce serait le résultat de la projection pixelisée de  $\vec{s}$  seul. Sa dimension sera notée  $n_{pix}$ , qui dépend de  $n_{dat}$ , de la stratégie d'observation et de la résolution choisie pour la projection. Pour respecter le théorème de Shannon, la taille maximale des pixels est la taille du lobe divisée par deux environ pour ne pas avoir de perte d'information.

Comme on souhaite présenter une carte sous forme d'un vecteur, il est nécessaire de disposer d'un système qui à chaque numéro de pixel  $j$  associe de façon univoque la direction  $(\theta, \varphi)$ , définie dans un système de coordonnées sphériques, par exemple les coordonnées galactiques, du centre du pixel ainsi que ses dimensions et sa forme. On utilisera ici le système Healpix [68]. Il s'agit d'un système de pixelisation hiérarchique, à aire égale et isolatitude de la sphère, conçu pour permettre des applications à multiples résolutions et des transformées en harmoniques sphériques rapides. D'autres systèmes existent également, comme Igloo [43].

P est la matrice de pointage, de dimensions  $n_{dat} \times n_{pix}$ . Chaque ligne  $i$  donne, pour la mesure  $i$ , les numéros  $j$  des pixels observés avec leur poids. Pour une expérience en puissance totale comme Archeops, et en supposant que le lobe est symétrique, à chaque mesure  $i$  ne correspond qu'un seul pixel  $j$  observé avec un poids de un. Cette propriété permet une compression de P utile pour l'implémentation de codes de calcul, mais elle est spécifique aux expériences en puissance totale comme Archeops, Boomerang, Planck, mais n'aurait pas, par exemple, convenu à Cobe ou MAP. Bien entendu, un même pixel peut avoir été observé plusieurs fois par le même bolomètre : il s'agit de la redondance, cruciale pour discriminer le bruit du signal (voir annexe D).

Avec ces notations, en écrivant que  $\vec{s}$  est une observation de  $\vec{\Delta}$ , on obtient l'équation de projection :

$$\vec{d} = P\vec{\Delta} + \vec{n} \quad (6.2)$$

Dans cette équation,  $\vec{d}$  et  $P$  sont connues,  $\vec{\Delta}$  et  $\vec{n}$  doivent être estimées à partir des données. Cette double estimation constitue une difficulté essentielle de la cartographie CMB. Elle est rendue envisageable par le fait que, lors de mesures différentes du même pixel (redondance), le signal du ciel reste identique, tandis que la contribution du bruit n'a pas de raison d'être inchangée, et sa variance dans le cas d'un bruit blanc est donc réduite d'un facteur  $n_{dat}/n_{pix}$ .

Il faut à présent définir un estimateur  $\tilde{\Delta}$  de la carte  $\Delta$ . La solution la plus simple consiste à moyenner les données dans chaque pixel. On obtient alors l'estimateur de coaddition :

$$\tilde{\Delta} = ({}^tP \cdot P)^{-1} \cdot {}^tP\vec{d} \quad (6.3)$$

Cet estimateur a toutefois l'inconvénient de ne pas prendre en compte les propriétés statistiques du bruit. En particulier, l'estimateur 6.3 n'est pas en général l'estimateur de maximum de vraisemblance. En revanche, l'estimateur utilisé par COBE [80] :

$$\tilde{\Delta} = ({}^tPN^{-1}P)^{-1} \cdot {}^tPN^{-1}\vec{d} \quad (6.4)$$

où  $N = \langle \vec{n} \cdot {}^t\vec{n} \rangle$  est la matrice d'autocovariance du bruit dans la TOI, possède les propriétés suivantes :

- il est non biaisé si le bruit est à moyenne nulle ;
- il minimise le  $\chi^2$  de l'erreur  $\vec{e} = \vec{d} - P\vec{\Delta}$  ;
- le bruit sur la carte est indépendant du signal ;
- il minimise l'auto-covariance de la carte ;
- il est l'estimateur de maximum de vraisemblance si  $\vec{n}$  est gaussien ;
- il réalise en outre dans ce cas une compression des données de la TOI sans perte d'information : les barres d'erreurs obtenues sur les paramètres cosmologiques avec la carte sont les mêmes que celles obtenues en utilisant directement la TOI [160].

Une démonstration de ces propriétés est donnée en appendice D. La condition portant sur le caractère gaussien du bruit justifie le travail de traitement des données en amont, comme il a été dit en 5.2.3. La covariance du bruit sur la carte est fournie par la matrice  $({}^tPN^{-1}P)^{-1}$ .

### 6.1.2 Cas du bruit stationnaire

Pour que l'estimateur défini par 6.4 soit l'estimateur de maximum de vraisemblance, il faut que le bruit soit gaussien, ce que l'on supposera vrai ici. La stationnarité n'est pas requise : cependant, la vérification de cette hypothèse conduit à une simplification considérable du problème. En effet, dans ce cas, la fonction de corrélation du bruit définie par :

$$\xi(x_0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} n(x - x_0)n(x - x_0 - \tau) dx \quad (6.5)$$

ne dépend pas de  $x_0$  mais uniquement de  $\tau$ . Cette fonction de corrélation est en outre calculable à l'aide du théorème de Wiener-Khintchine :

$$\xi(\tau) = TF^{-1}(|\tilde{n}(\nu)|^2) \quad (6.6)$$

où  $TF^{-1}$  désigne la transformée de Fourier inverse et où  $|\tilde{n}(\nu)|^2$  est le spectre de puissance du bruit. Dans ces conditions, la matrice d'autocorrélation (ou d'autocovariance, l'une se déduisant de l'autre par une multiplication par une constante) a une forme bien particulière : chacune de ses lignes se déduit de la précédente par un décalage d'une colonne. Autrement dit, toute l'information est contenue dans la première ligne :

$$N = \begin{pmatrix} \xi(0) & \xi(1) & \xi(2) & \dots & \xi(n_{dat} - 1) \\ \xi(1) & \xi(0) & \xi(1) & \dots & \xi(n_{dat} - 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ \xi(n_{dat} - 1) & \xi(n_{dat} - 2) & \xi(n_{dat} - 3) & \dots & \xi(0) \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

La matrice de corrélation  $N = \langle \vec{n} \cdot^t \vec{n} \rangle$  étant par construction symétrique, on a  $\xi(-k) = \xi(k)$ . Une telle matrice est qualifiée de matrice Toeplitz [69] symétrique. L'intérêt est évident en ce qui concerne la mémoire utilisée pour le stockage de la matrice  $N$ . En outre, le temps d'inversion de la matrice, qui est de l'ordre  $O(n_{dat}^3)$  pour une matrice ordinaire, est abaissé à l'ordre de  $O(n_{dat} \log^2 n_{dat})$  [66].

Une simplification supplémentaire intervient si on peut négliger les éléments de la fonction de corrélation au-delà d'une certaine longueur  $\lambda$ , qui est la longueur de corrélation. Cette approximation s'écrit :

$$N_{app}(i, j) = \begin{cases} N(i, j) & \text{si } |i - j| \leq \min(n_{dat} - 1, \lambda) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.8)$$

Un cas particulièrement intéressant de matrice Toeplitz symétrique est la matrice circulante symétrique : la matrice définie par 6.7 est circulante symétrique si  $\xi(n_{dat} - k) = \xi(k)$ , pour  $k = 1 \dots n_{dat} - 1$ . Une telle matrice constitue un opérateur



de convolution ; autrement dit, sa transformée de Fourier est une matrice diagonale, dont l'inversion se réalise en  $n_{dat}$  opérations. Les éléments diagonaux sont ceux du spectre du bruit. Une conséquence évidente du caractère diagonal de la transformée de Fourier d'une matrice circulante est que la matrice inverse est également circulante<sup>1</sup>. La matrice  $N$  peut être décomposée en une partie circulante et une partie non circulante [161], la partie non circulante étant une matrice creuse. Eventuellement, si la longueur de corrélation est petite devant  $n_{dat}$ , il est possible d'approximer la matrice de corrélation du bruit par sa partie circulante. Ceci provient du fait qu'une matrice Toeplitz est asymptotiquement circulante à la limite  $n_{dat} \rightarrow \infty$  [69].

Si le bruit n'est pas stationnaire, il peut être possible de découper la TOI en morceaux sur lesquels l'hypothèse de stationnarité est valide. Si on peut négliger les corrélations entre les morceaux, ce qui revient à considérer chaque morceau comme une série de mesures indépendante des autres, la matrice de corrélation du bruit peut alors être approximée par une matrice diagonale par bloc [122], où chaque bloc est une matrice Toeplitz. On peut noter que cette manière de procéder est identique au traitement simultané de plusieurs détecteurs pour produire une seule carte.

L'hypothèse de stationnarité permet donc de calculer la matrice de corrélation à partir du spectre de puissance du bruit estimé. La structure Toeplitz ainsi obtenue conduit en outre à une accélération de l'inversion. Ces considérations sur l'intérêt d'avoir un bruit stationnaire constituent une justification supplémentaire des traitements préalables des effets systématiques non stationnaires.

### 6.1.3 Estimation du bruit

La cartographie du CMB consiste à obtenir l'estimateur défini par l'équation 6.4. Cependant, dans la définition de l'estimateur 6.4,  $\vec{d}$  et  $P$  sont connus, mais le bruit ne l'est pas. Il faut donc estimer au préalable les caractéristiques statistiques de ce bruit pour notamment trouver sa matrice d'autocovariance. Cependant, nous ne disposons pas d'une détermination indépendante du bruit du détecteur : en effet, les conditions de l'expérience ne sont pas aisément reproductibles au sol, en tout cas pas de manière suffisamment précise. Pour cette raison, il est préférable d'estimer le bruit directement à partir des données.

Les données d'une expérience de cartographie des anisotropies du CMB comme Archeops peuvent se décomposer en un certain nombre de composantes (voir figure 2.5), notamment le CMB, la poussière, l'atmosphère et le bruit du détecteur. Le niveau relatif de la puissance sur la TOI du CMB, de la poussière et du bruit peut être apprécié sur la figure 6.1, sur laquelle sont portés les spectres de TOIs simulés pour le vol d'Archeops du 29 janvier 2001 et pour le bolomètre 217K04. Il s'agit d'un des tous meilleurs bolomètres, dont l'écart-type de bruit blanc est estimé à  $\sigma = 0.075 \mu\text{V}$ , avec une valeur d'étalonnage (sur le dipôle) de  $61 \mu\text{V}/\text{K}_{\text{cmb}}$ . Le bruit simulé est par construction stationnaire et gaussien, car il est obtenu en

---

1. En revanche, l'inverse d'une matrice Toeplitz n'est pas une matrice Toeplitz.

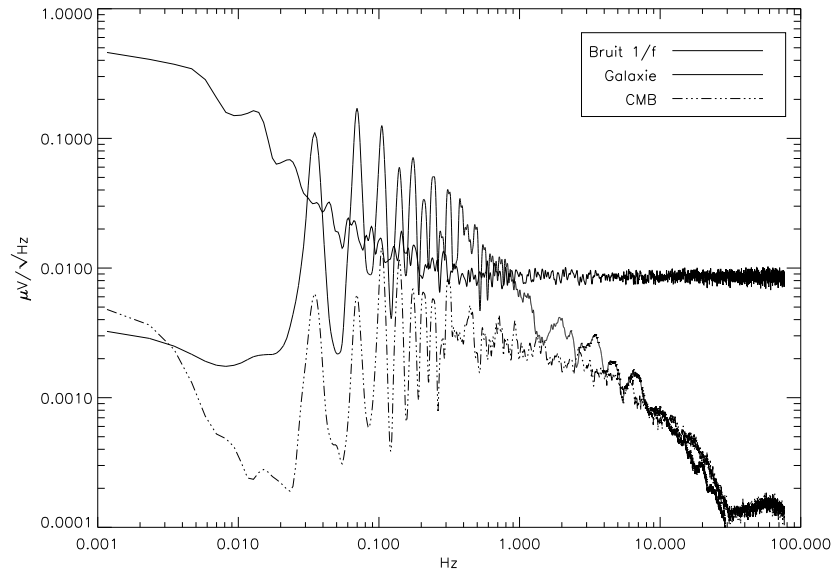


FIG. 6.1 – Simulation des TOIs de CMB, de poussière galactique et de bruit  $1/f$  pour le bolomètre 217K04 du vol du 29 janvier 2001. Le CMB est nettement dominé par le bruit à toutes les fréquences. Les simulations utilisées seront décrites dans la section 6.3.1.

multipliant un bruit blanc par le spectre  $1/f$  :

$$P(f) = \sigma^2 \left[ 1 + \left( \frac{f_{knee}}{f} \right)^\alpha \right] \quad (6.9)$$

avec  $\sigma = 0.075 \mu\text{V}$ ,  $f_{knee} = 0.1 \text{ Hz}$ ,  $\alpha = 2$ . Le CMB est nettement dominé par le bruit à toutes les fréquences. Il est aussi dominé par la poussière galactique, mais dans ce cas cette observation doit être nuancée par le fait que la poussière est essentiellement concentrée au voisinage de l'équateur galactique, et que donc le CMB peut dominer à haute latitude.

Il est important de rappeler que l'on cherche *in fine* à mesurer le spectre de puissance angulaire  $C_\ell$  des cartes. Or, si une mauvaise estimation de l'écart-type du bruit dans l'espace temporel, et donc du niveau dans l'espace fréquentiel, conduit à une mauvaise estimation de l'écart-type du bruit sur la carte, elle conduit sur le spectre  $C_\ell$  à l'introduction d'un biais et pas seulement à une mauvaise estimation des barres d'erreur, puisque les  $C_\ell$  représentent la variance de la carte. S'il n'est pas détecté, un tel biais se répercute dans l'estimation des paramètres cosmologiques. Ceci souligne l'importance d'une évaluation correcte du bruit sur les données.

La figure 6.1 montre également une différence notable entre le spectre du bruit d'une part, les spectres de la poussière et du CMB d'autre part. Le signal venant du ciel est en effet approximativement synchrone avec la rotation de la

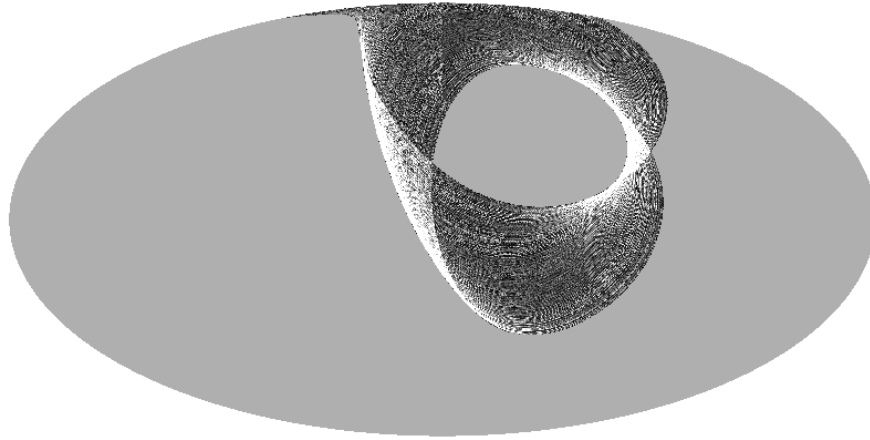


FIG. 6.2 – Carte de redondance obtenue pour le vol du 29 janvier 2001, à la résolution de 8 minutes d'arc, pour 6h45 de données. On remarque les deux régions, à proximité du plan galactique, où les cercles se croisent.

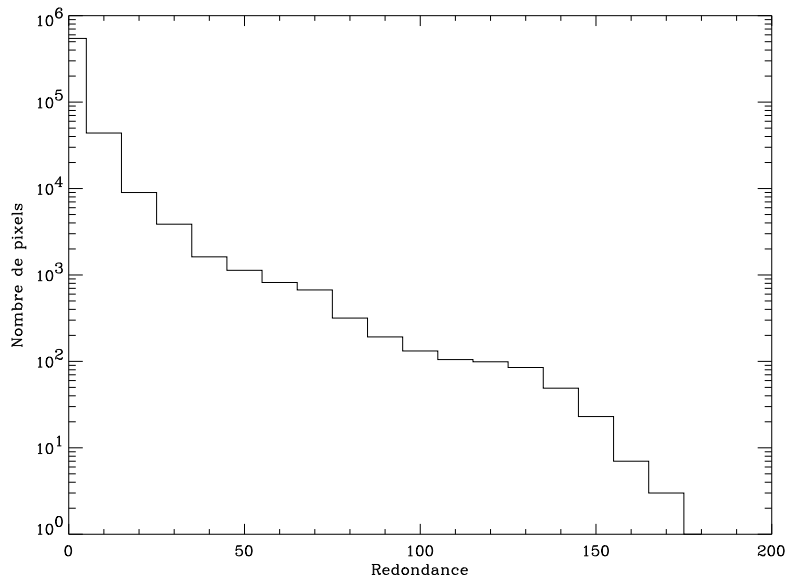


FIG. 6.3 – Histogramme de la carte de redondance (fois 10) de la figure 6.2. L'échelle verticale est logarithmique, la majorité des pixels ayant une redondance faible. Le nombre total de pixels observé est 607107.

nacelle, puisqu'à chaque rotation, le lobe principal de l'instrument décrit une courbe de rayon de courbure quasiment constant, et donc repasse à proximité des sources déjà mesurées lors de la précédente rotation. Il s'ensuit une série

de pics harmoniques de la fréquence de rotation  $f_{spin} = 33$  mHz. Le bruit, s'il n'est pas corrélé avec le signal, ce que nous supposons ici, ne présente pas cette caractéristique. D'une observation à l'autre d'un même pixel du ciel, la réalisation de bruit est différente, tandis que le signal du ciel est identique. Si le bruit est blanc avec un écart-type  $\sigma$  sur la TOI, l'écart-type par pixel est  $\sigma/\sqrt{n_{red}}$ , où  $n_{red}$  désigne le nombre d'observations de chaque pixel. Cette quantité, appelée la redondance, varie en fonction de la résolution choisie pour la carte, puisqu'on peut avoir ou non observé les mêmes pixels d'un tour à l'autre. La figure 6.2 montre la carte de redondance obtenue pour le vol du 29 janvier 2001, pour 6h45 de données à une résolution de 8 minutes d'arc. On distingue clairement deux régions où la redondance est supérieure à 10, et où les cercles se croisent : il s'agit de régions observées à des moments éloignés de la mission ; elles présentent toutefois l'inconvénient d'être à basse latitude galactique, et donc d'être dominées par la poussière. La figure 6.3 précise l'histogramme de la redondance dans les mêmes conditions. Pour cette raison, les cartes d'Archeops à cette résolution sont dominées par le bruit.

Puisque par définition le signal du ciel se projette sur la carte, tandis que le bruit tend à s'annuler en moyenne, on peut poser comme estimateur de bruit :

$$\tilde{n} = \vec{d} - P \cdot \tilde{\Delta} \quad (6.10)$$

où  $\tilde{\Delta}$  est l'estimateur de maximum de vraisemblance de la carte du ciel. Il y a bien entendu ambiguïté ici, puisque cet estimateur a été construit avec la matrice de corrélation du bruit, ce qui suppose le bruit connu. On verra en section 6.2 que cette observation conduit à adopter un schéma itératif calculant simultanément le bruit et la carte.

Pour les fréquences voisines de  $f_{spin}$  et ses harmoniques, le signal du ciel et le bruit deviennent difficile à discriminer par cette méthode. Dans ce cas, il faut faire appel à des hypothèses supplémentaires, comme le caractère lisse du spectre de bruit.

Il est possible d'appliquer avant la cartographie un filtrage à la TOI, par exemple un filtre passe-haut. Formellement, cela revient à changer la matrice de pointage  $P$  par  $FP$ , où  $F$  est la matrice du filtre dans l'espace réel. En considérant la forme de l'estimateur 6.4, on constate qu'il est équivalent de laisser  $P$  inchangée et de remplacer  $N^{-1}$  par  ${}^tFN^{-1}F$ . Dans le cas d'un filtre passe-haut, si la fréquence de coupure est supérieure à  $f_{knee}$ , le bruit après filtrage peut être considéré comme blanc : on calcule alors l'estimateur de coaddition 6.3 en utilisant la TOI filtrée.

## 6.2 Les algorithmes de cartographie

Il existe un certain nombre d'algorithmes de construction de cartes. Nous verrons en section suivante une comparaison des résultats de trois de ces méthodes s'appuyant sur les mêmes simulations. Commençons par les décrire brièvement.

### 6.2.1 Madcap

L'algorithme Madcap<sup>2</sup> [27] permet de réaliser des cartes à partir des TOIs, et d'estimer le spectre  $C_\ell$  à l'aide d'un estimateur quadratique [26]. Seule la première partie nous intéresse ici.

La matrice d'autocorrélation du bruit  $N$  est approximée par sa partie circulante  $N_c$ . En faisant de plus l'approximation qu'elle est bande-diagonale, la largeur de la diagonale étant définie par la longueur de corrélation  $\lambda$ , on obtient l'approximation pour l'inverse :

$$N^{-1}(i,j) \simeq \begin{cases} N_c^{-1}(i,j) & \text{si } |i-j| \leq \min(n_{dat}/2, \lambda) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.11)$$

Le calcul de la matrice inverse de  $N_c$  est effectué dans l'espace de Fourier au préalable par l'utilisateur. Il est possible de définir  $N$  comme étant diagonale par bloc, l'inverse de chaque bloc étant approximé de la même manière. Le code commence dans un premier temps par construire  ${}^tP \cdot N^{-1} \cdot P$  et  ${}^tP \cdot N^{-1} \cdot d$ , puis dans un deuxième temps calcule la matrice de corrélation du bruit dans le domaine des pixels  $({}^tP \cdot N^{-1} \cdot P)^{-1}$  puis finalement la carte  $\Delta$  de l'estimateur 6.4. Le nombre d'opérations est proportionnel à  $\lambda \times n_{dat}$  pour la première étape,  $n_{pix}^3$  pour la seconde. Cette dernière dépendance rend trop lente l'utilisation du code pour des cartes de plus de  $2 \cdot 10^4$  pixels environ. Dans le cas d'Archeops, ce code sera donc utilisé uniquement pour réaliser des cartes à basse résolution (1 degré). Cependant, son statut de référence largement accepté en fait un code incontournable pour comparer les résultats d'autres codes.

Outre cette limitation, l'algorithme de Madcap présente également l'inconvénient de ne pas fournir d'estimation du spectre de puissance du bruit, que l'utilisateur doit fournir en entrée par une méthode indépendante. Il présente toutefois l'avantage considérable de fournir en sortie la matrice de covariance du bruit sur la carte, utilisée par la suite dans l'estimation du spectre de puissance angulaire.

On notera enfin qu'une version plus récente de Madcap remplace le calcul brutal de l'inverse de  ${}^tP \cdot N^{-1} \cdot P$  puis du produit avec  ${}^tP \cdot N^{-1} \cdot d$  par le calcul de  $\Delta$  par la méthode des gradients conjugués. Le code en est ainsi grandement accéléré, ce qui autorise son usage, dans le cadre d'Archeops, pour des cartes de 30 minutes d'arc de résolution. Le prix à payer est que l'on ne dispose pas alors de la matrice de covariance du bruit sur la carte.

### 6.2.2 Les algorithmes de Jacobi

Le besoin d'estimer simultanément la carte et le bruit conduit à envisager des schémas itératifs [54]. Par exemple, Prunet *et al.* [140] propose l'algorithme suivant : pour chaque portion stationnaire du bruit, on calcule la  $j^{\text{ième}}$  itération

---

2. L'acronyme signifie : *Microwave Anisotropy Dataset Computational Analysis Package*.

$n^{(j)}$  du bruit et la  $(j + 1)$ ième itération  $\Delta^{(j+1)}$  de la carte par les formules de récurrence :

$$\begin{aligned} n^{(j)} = d - P\Delta^{(j)} &\Rightarrow (N^{(j)})^{-1} = \langle n^{(j)} \cdot (n^{(j)})^t \rangle^{-1} \\ \Delta^{(j+1)} - \Delta^{(j)} &= ({}^t\text{PWP})^{-1} P \cdot (N^{(j)})^{-1} \cdot d \end{aligned} \quad (6.12)$$

où  $W$  est une matrice diagonale dont les éléments sont égaux et constants. Le calcul s'initie en prenant  $\Delta^{(0)} = 0$  où  $\Delta^{(0)} = ({}^t\text{PP})^{-1} \cdot {}^t P d$  ce qui correspond respectivement à supposer que le bruit domine le signal, ou que le bruit est blanc (car dans ce cas, la carte de coaddition est l'estimateur de maximum de vraisemblance). Le calcul de l'inverse de la matrice de corrélation du bruit (pour chaque itération) se fait en approximant cette matrice à sa partie circulante, ce qui est la même approximation que celle effectuée par Madcap; elle permet de réaliser rapidement l'inversion dans l'espace de Fourier. L'algorithme effectue pour chaque itération un nombre d'opérations proportionnel à  $n_{dat} \log \lambda$ .

Un tel schéma est un algorithme de Jacobi, il converge effectivement vers l'estimateur 6.4. L'inconvénient est sa lenteur : Le nombre d'itérations nécessaires pour avoir une erreur de  $10^{-p}$  est environ  $\frac{1}{2}p \times n_{dat}^2$  [138].

J'ai développé durant cette thèse un algorithme similaire à celui de Prunet *et al.*, mais sans effectuer cette fois l'approximation de Madcap : la matrice de corrélation du bruit était seulement considérée comme Toeplitz (ce qui suppose donc uniquement que le bruit est stationnaire), et bande-diagonale de largeur  $\lambda$ . Comme une matrice Toeplitz est asymptotiquement circulante à la limite  $\lambda \rightarrow \infty$ , la matrice inverse, calculée dans l'espace temporel, est approximativement Toeplitz. L'inverse peut ainsi être divisé en trois domaines :

- deux domaines de bord, reprenant les premières et les dernières lignes de la matrice inverse ;
- un cœur, approximant la partie centrale de la matrice inverse à une matrice Toeplitz.

L'approximation est valide dans la mesure où il y a convergence des lignes de bords vers la ligne de cœur, ce qui est le cas si  $\lambda$  est négligeable devant  $n_{dat}$  et si la décroissance de la fonction de corrélation est assez rapide : en pratique, le critère  $|\xi(1)/\xi(0)| < 0.3$  s'est révélé suffisant. Toutefois, l'inversion temporelle de la matrice de corrélation du bruit est sensible aux problèmes d'approximations numériques, conduisant à une matrice non définie positive, ce qui est physiquement inacceptable. En outre, ce code partage l'inconvénient de lenteur commun à tous les algorithmes de type Jacobi.

### 6.2.3 Mapcumba

L'algorithme Mapcumba a été développé par Doré *et al* [49]. Il met en œuvre le schéma itératif de 6.12 pour résoudre le problème de cartographie à différentes résolutions, la solution à une résolution donnée servant à initier le schéma itératif à une résolution plus fine.

On commence par effectuer le changement de variable suivant :

$$\Gamma = \Delta - A \cdot d \quad (6.13)$$

où  $A = {}^t P \cdot P$ . L'objectif est de résoudre pour  $\Gamma$  :

$$\begin{aligned} A \cdot N^{-1} \cdot P \cdot \Gamma &= A \cdot N^{-1} \cdot (d - P \cdot A \cdot d) \\ \text{ou } M\Gamma &= b \end{aligned} \quad (6.14)$$

qui constitue la carte du bruit. Il suffira de l'ajouter à la carte de coaddition pour obtenir la carte de l'estimateur 6.4. L'intérêt est que le bruit est indépendant du signal, et donc en particulier de ses variations rapides au voisinage de l'équateur galactique.

Le code Mapcumba s'appuie sur le schéma de pixelisation Healpix, pour qui la dimension des pixels est gérée par le paramètre  $N_{side}$  : le nombre total de pixels sur la sphère est  $12N_{side}^2$ . On définit la résolution  $k$  par  $N_{side} = 2^k$ . On cherche à obtenir une carte  $\Gamma_{k_{max}}$  à la résolution  $k_{max}$ . A chaque itération  $j$ , la carte obtenue  $\Gamma_{k_{max}}^{(j)}$  satisfait à :

$$M_{k_{max}} \left( \Gamma_{k_{max}}^{(j)} - \Gamma_{k_{max}} \right) = M_{k_{max}} \Gamma_{k_{max}}^{(j)} - b_{k_{max}} \quad (6.15)$$

L'idée est de résoudre 6.15 à une résolution moins fine  $k_{max} - 1$ , pour laquelle l'algorithme itératif converge plus rapidement. On obtient une approximation à  $\Gamma_{k_{max}}^{(j)} - \Gamma_{k_{max}}$ , permettant de résoudre plus rapidement 6.15. Le problème pour la résolution  $k_{max} - 1$  peut être lui-même accéléré en considérant une résolution inférieure, ce qui conduit à adopter un schéma multi-échelle. Ceci est nettement plus rapide qu'un schéma de Jacobi classique [49][138].

Comme pour Madcap, les inversions de matrice de bruit se font en les approxinant par leur partie circulante, et donc les calculs sont effectués dans l'espace de Fourier.

### 6.2.4 Mirage

Le code Mirage a été développé par un membre de la collaboration Archeops (D. Yvon). Il s'agit d'un algorithme de type Jacobi, dont la résolution est effectuée par la méthode des gradients conjugués [138]. Ce code approxime également la matrice  $N$  à sa partie circulante. Pour accélérer la résolution, le schéma de Jacobi ne démarre pas à partir de la carte de coaddition, mais à partir de la carte de coaddition d'une TOI préalablement filtrée de manière à retirer les stries. On peut noter que ceci est également possible avec Mapcumba à condition de modifier légèrement le code.

## 6.3 Comparaisons sur des simulations

Dans cette section, je procède à la cartographie de TOIs simulées, en utilisant les codes Madcap, Mapcumba et Mirage présentés dans la section précédente. L'objectif est de mettre en évidence les sources possibles d'erreurs systématiques, et d'en évaluer l'importance pour chacun des codes utilisés ; il sera ainsi possible de déterminer quel code est le plus adapté pour obtenir des cartes non biaisées des bolomètres d'Archeops. Les questions liées au temps de calcul, à la mémoire requise et à la facilité de mise en œuvre de chaque code sont laissées en second plan, tant que cela est possible, c'est-à-dire tant que les ressources requises ne dépassent pas les possibilités des machines utilisées.

Pour des raisons pratiques, les codes ont été installés sur des machines différentes (voir tableau 6.1).

### 6.3.1 Simulations utilisées

Différentes TOIs ont été produites pour le bolomètre 217K04 du vol du 29 janvier 2001 :

- anisotropies du CMB ;
- dipôle cosmologique ;
- poussière, d'après IRAS ;
- bruit en  $1/f$  avec  $\sigma = 0.075 \mu\text{V}$ ,  $\alpha = 2$ ,  $f_{\text{knee}} = 0.1$ , en utilisant les notations de la formule 6.9.

Les caractéristiques du bruit  $1/f$  correspondent à celles constatées. La réalisation considérée est obtenue en multipliant le spectre de la formule 6.9 par une réalisation de bruit blanc. Afin de pouvoir séparer la partie  $1/f$  proprement dite du bruit blanc, ce dernier est sauvegardé séparément. Toutes les TOIs sont en  $\mu\text{V}$ , en prenant comme calibration  $61 \mu\text{V}/\text{K}_{\text{cmb}}$  trouvée à l'aide du dipôle. La longueur totale est de  $3.66 \cdot 10^6$  points.

Ces différentes TOIs peuvent être additionnées pour produire une TOI simulant ce qui a été réellement observé. Cependant, cette simulation n'est réaliste que dans la mesure où les hypothèses qui ont permis de la construire sont exactes. En particulier, le bruit est par construction gaussien et stationnaire. On a vu que ceci correspond aux hypothèses de validité de Madcap et Mapcumba, dont on ne testera donc pas le bien-fondé.

TAB. 6.1 – *Machines utilisées pour la cartographie.*

Code	Nom de la machine	Type	Centre
Madcap	Uqbar	NEX-SX5	IDRIS
	Seaborg	IBM	NERSC
Mapcumba	Magique	IRIX	IAP
	ccali	Linux	CCPN
Mirage	ccali	Linux	CCPN



L'intérêt de disposer de TOIs simulés avec les différentes composantes séparées est de pouvoir toujours se ramener à une carte de CMB pur. En effet, la meilleure carte possible pour une TOI de signal pur (anisotropie ou Galaxie) est celle de coaddition ; en outre, cette dernière carte est aussi celle de maximum de vraisemblance pour la TOI de bruit blanc. Or, la carte de maximum de vraisemblance pour la somme de plusieurs TOIs dont la carte séparée de maximum de vraisemblance est celle de coaddition est aussi une carte de coaddition, que l'on peut obtenir également par addition des cartes de composantes, en raison de la linéarité de l'estimateur de coaddition (voir formule 6.3). Le but des codes Madcap et Mapcumba est de calculer l'estimateur 6.4 : idéalement, la carte obtenue est une superposition de signal et de bruit blanc, la contribution du bruit  $1/f$  ayant été éliminée. Le bruit blanc sur la carte reconstruite doit en outre être celui de la TOI simulée : il est alors possible de le retirer complètement, et d'obtenir la carte de signal. Celle-ci peut alors être comparée à la carte de signal obtenue directement par coaddition des TOIs de signal simulé : la méthode de cartographie est d'autant meilleure que l'écart est petit.

Cet écart peut être également réalisé en calculant le spectre  $\mathcal{C}_\ell$  des cartes. Si ces cartes ne contiennent que des anisotropies CMB, le spectre peut être estimé de façon analytique à partir de la carte pixelisée  $\Delta T(\theta_p, \phi_p)$ ,  $p$  étant l'indice de pixel allant de 0 à  $N_{pix} - 1$  à l'aide des formules :

$$\begin{aligned}\hat{a}_{\ell m} &= \sum_{p=0}^{N_{pix}-1} \Delta T(\theta_p, \phi_p) Y_{\ell m}^*(\Theta_p, \Phi_p) \\ \hat{\mathcal{C}}_\ell &= \frac{\ell(\ell+1)}{2\pi f_{ciel} T_{CMB}^2} \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \|\hat{a}_{\ell m}\|^2\end{aligned}\quad (6.16)$$

dans laquelle  $T_{CMB}$  est la température moyenne actuelle du CMB et  $f_{ciel}$  est la fraction de ciel couverte. Ce calcul est effectué par le code anafast d'Healpix [68]. Dans la mesure où les cartes ne contiennent pas que du CMB, où il y a un mélange des modes dû à l'incomplétude de la couverture du ciel et où les cartes sont pixellisées et convoluées par le faisceau de l'instrument, il s'agit en réalité de pseudo- $\mathcal{C}_\ell$  (voir annexe E.2).

Si les spectres obtenus avec les cartes construites par les codes utilisés diffèrent du spectre calculé à partir de la carte de CMB seule, la différence est comparée à la racine de la variance cosmique (voir formule 2.41), que l'on appellera l'écart-type cosmique. Une différence plus petite que l'écart-type cosmique ne signifie nullement que cette différence peut être négligée : elle constitue tout de même un biais, que la comparaison sert à apprécier quantitativement.

### 6.3.2 CMB et bruit en $1/f$

Pour commencer, on teste les codes avec une simulation additionnant le signal des anisotropies du CMB et le bruit  $1/f$ . Afin d'obtenir les résultats de Madcap dans des temps raisonnables (en quelques heures), on se limite à une résolution angulaire assez grande de 1 degré.

Si Mapcumba et Mirage se contentent comme entrées de la TOI et du pointage, Madcap a aussi besoin qu'on lui fournisse l'inverse de la fonction de corrélation du bruit, qui donne directement  $\mathbf{N}^{-1}$  en l'approximant par une matrice circulante. Comme le but est ici de tester les différents codes en eux-mêmes, et non d'évaluer les performances d'une routine d'estimation du bruit dont on fournirait la sortie à Madcap, on prend comme fonction de corrélation inverse celle calculée directement à partir du modèle de bruit  $1/f$  utilisé dans la simulation ; en d'autres termes, on donne à Madcap les propriétés statistiques réelles du bruit. Les deux autres codes fournissent une estimation du spectre de bruit, que l'on peut comparer avec le spectre réel. Le résultat est porté sur la figure 6.4. Comme on peut le constater, la reproduction de Mapcumba après 20 itérations est très fidèle. Tous ces spectres ont été calculés sur l'ensemble des  $3.66 \cdot 10^6$  points de la simulation.

La comparaison des cartes obtenues par les trois codes est montrée sur la figure 6.5. Pour une meilleure lisibilité, on a montré, en regard de la vraie carte de CMB, les cartes de différence entre la carte obtenue par chaque code, à laquelle a été soustraite la carte du bruit blanc introduit, et la vraie carte de CMB. Les échelles des quatre cartes sont identiques. Les trois codes donnent des résultats très satisfaisants, dans la mesure où le striage résiduel est à un niveau inférieur au CMB : l'écart-type des cartes différentes est environ cinq fois plus petit que celui de la carte CMB. On notera en outre que le striage résiduel est identique d'un code à l'autre, bien que légèrement plus marqué dans le cas de Mirage. En outre, le striage résiduel est toujours plus important dans les zones où la redondance est la plus faible. Ceci se comprend aisément : le striage correspond aux composantes spectrales du bruit situées aux multiples et sous-multiples de  $f_{spin}$  ; les discriminer du signal au niveau d'un pixel donné est d'autant plus difficile que le nombre de passages est restreint, alors qu'au contraire, lorsque de nombreux cercles se croisent, le striage est naturellement détruit par moyennage.

On réalise les spectres  $\mathcal{C}_\ell$  comme indiqué dans la section 6.3.1. Le résultat est montré sur la figure 6.6. Les trois codes reproduisent le vrai spectre de manière satisfaisante, avec un léger biais, lequel est très corrélé pour Madcap et Mapcumba : ceci s'explique par le fait que ces codes résolvent le même problème avec la même approximation (à savoir que la matrice d'autocorrélation du bruit est assimilée à une matrice circulante), seule la méthode change. En outre, comme on l'a vu, le spectre de bruit trouvé par Mapcumba est très fidèle au vrai spectre qui a été fourni à Madcap. La qualité de l'accord des résultats des codes avec le vrai spectre  $\mathcal{C}_\ell$  n'est pas non plus surprenante, puisqu'on étudie ici le cas pour lequel ils sont conçus : signal dominé par un bruit gaussien stationnaire.

On a fourni à Madcap le modèle de bruit  $1/f$  qui a servi à faire la simulation. Cependant, en pratique, ce modèle doit être estimé à partir des données, qui comportent également la contribution du signal. Ceci donne lieu à la présence d'harmoniques de  $f_{spin}$  qui compliquent la détermination des paramètres du modèle. En pratique, il existe donc une incertitude sur ces paramètres.

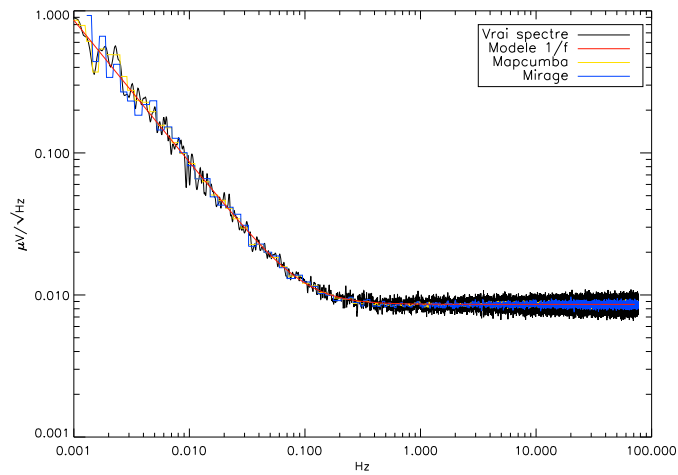


FIG. 6.4 – Comparaison entre les spectres de bruit calculés par Mapcumba (jaune), Mirage (bleu) et le vrai spectre de bruit (noir) simulé avec le modèle en rouge.

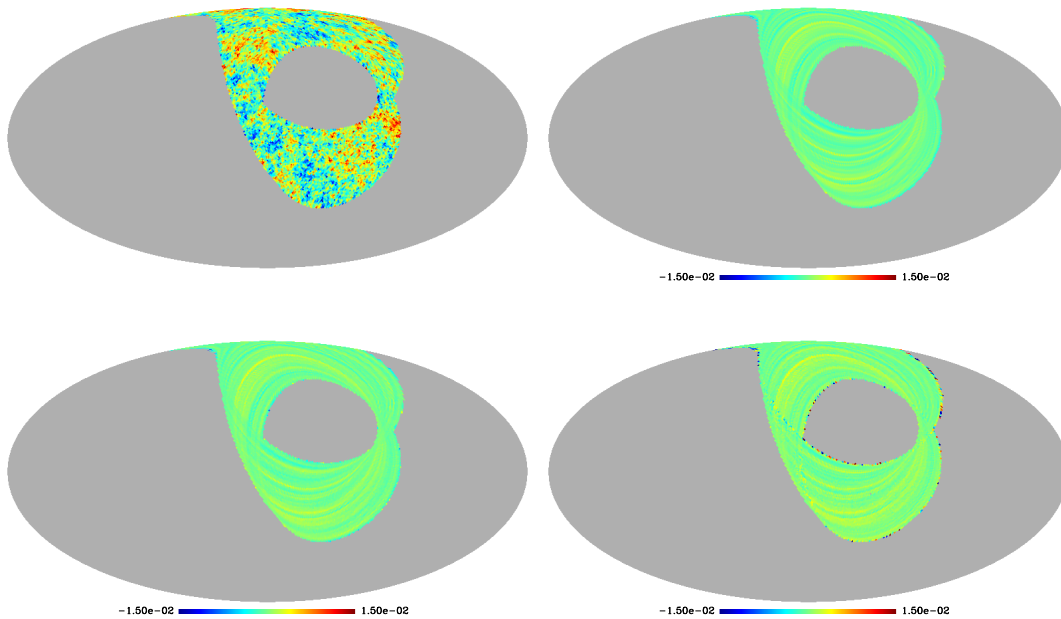


FIG. 6.5 – La vraie carte CMB (à 1 degré de résolution), les cartes montrant la différence entre la solution de Madcap, Mapcumba et Mirage respectivement (de gauche à droite et de haut en bas), auxquelles a été soustraite la carte du bruit blanc introduit, et la vraie carte de CMB. Dans le cas de Mirage, des points tout en bord de carte ont été enlevés, où le traitement n'était pas satisfaisant. L'échelle de couleur est la même pour les quatre cartes.

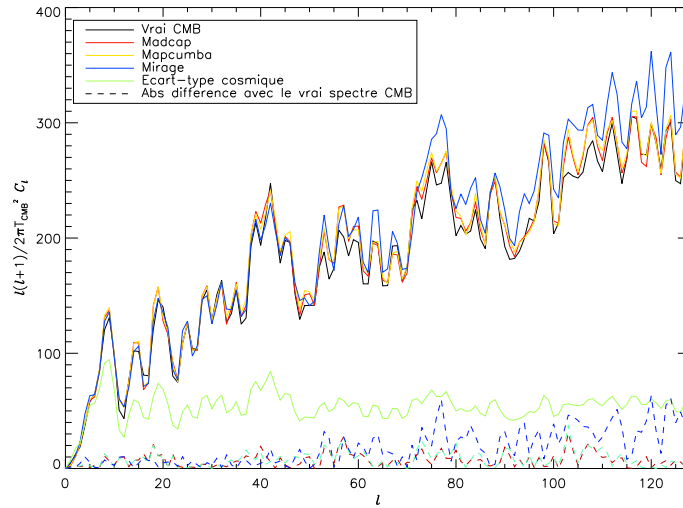


FIG. 6.6 – Spectres  $C_l$  obtenus par anafast décrivant les résultats de la simulation CMB et bruit  $1/f$ . Les spectres obtenus par Madcap (rouge), Mapcumba (vert) et Mirage (bleu) sont proches du spectre de la vraie carte (noir), à une différence près dont la valeur absolue est portée en pointillés avec le même code de couleurs. A titre de comparaison, l'écart-type cosmique est fourni (en jaune).

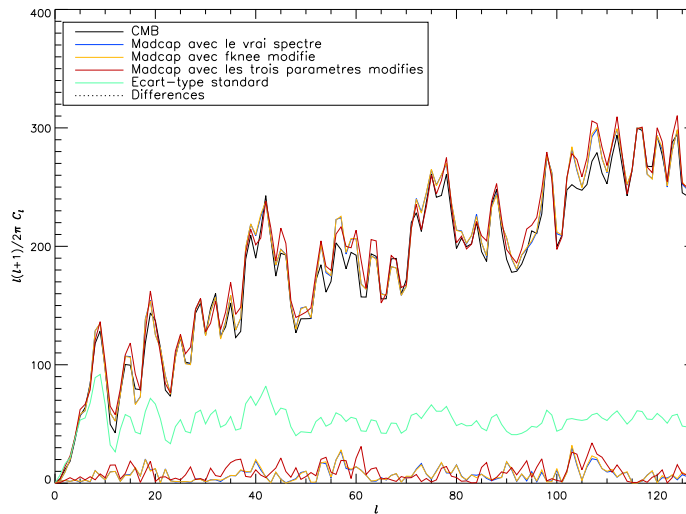


FIG. 6.7 – Spectres  $C_l$  obtenus par anafast décrivant les résultats de la simulation CMB et bruit  $1/f$  pour Madcap, lorsque le modèle de spectre de bruit fourni est respectivement: celui ayant servi à la simulation (noir), le même mais avec une augmentation de  $f_{knee}$  de 10% (orange), enfin un modèle où les trois paramètres  $\sigma$ ,  $\alpha$  et  $f_{knee}$  ont été modifiés de 2, 4 et 10% respectivement.

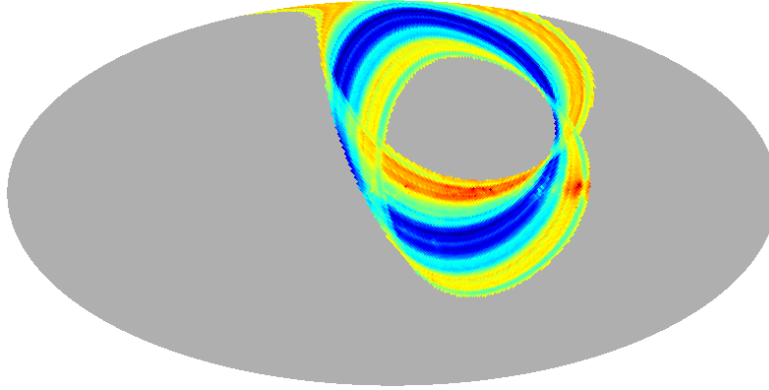


FIG. 6.8 – Carte résultant de la coaddition entre le CMB, le bruit  $1/f$  et la Galaxie. Les sources les plus intenses de la Galaxie sont encore visibles malgré le striage important.

Afin d'évaluer l'effet d'une erreur dans le spectre de bruit fourni à Madcap, on réalise deux simulations supplémentaires spécifiques à ce code, toujours en rajoutant au CMB le même bruit  $1/f$  :

- le spectre de bruit fourni a un  $f_{knee}$  de 0.11 au lieu de 0.10, les autres paramètres restant inchangés ;
- les trois paramètres sont modifiés :  $\sigma = 0.0735$  (au lieu de 0.075),  $\alpha = -1.92$  (au lieu de -2),  $f_{knee} = 0.11$  (au lieu de 0.10).

Les erreurs sur les paramètres (respectivement de 2, 4 et 10%) correspondent à ce qu'on attend dans le cadre d'une détermination à partir des données réelles [94]. Dans les deux cas, l'effet sur les spectres  $\mathcal{C}_\ell$ , montré sur la figure 6.7, est très réduit, ce qui montre que la méthode de Madcap est stable vis-à-vis de petites erreurs dans la détermination du spectre de bruit.

### 6.3.3 CMB, bruit en $1/f$ et Galaxie

On réalise à présent une simulation où une carte de poussière galactique est rajoutée au CMB et au bruit  $1/f$ . La figure 6.8 montre la carte coadditionnée de l'ensemble, ce qui permet de bien visualiser l'importance relative des contributions de chaque composante sur la carte<sup>3</sup>. Elle montre en particulier que, si le CMB est totalement masqué par le striage, les sources les plus intenses de la Galaxie (la région du Cygne notamment) sont discernables.

De même que pour la section précédente, on fournit à Madcap le véritable spectre de bruit. Les deux autres codes fournissent une estimation du spectre de bruit, que l'on peut comparer avec le spectre réel. Le résultat est porté sur la figure

3. La figure correspondante dans l'espace fréquentiel est la figure 6.1.

6.9. La reconstruction est toujours correcte dans les très basses fréquences pour Mapcumba ; néanmoins, tant Mapcumba que Mirage indiquent une puissance de bruit en excès dans la région 0.1 - 20 Hz, ce qui n'était pas le cas lors de la simulation précédente, sans la Galaxie (voir figure 6.4). On rappelle que les spectres ont été calculés sur l'ensemble des  $3.66 \cdot 10^6$  points de la simulation : il peut donc s'agir d'une structure très localisée en temps, qui donne donc lieu dans l'espace de Fourier à une bosse aplatie.

C'est en effet ce qui apparaît en considérant les cartes fournies par les différents codes (figure 6.11, panneau supérieur). Elles sont montrées sur la figure 6.10, après soustraction de la carte de la Galaxie et de la carte de bruit blanc. On constate la présence de quelques fortes stries, dont l'intensité est de l'ordre de l'écart-type de la carte du vrai CMB, dont la position est corrélée avec le passage, dans le même cercle, sur les sources galactiques les plus intenses, montrées également sur la figure 6.10. L'existence de ce genre de structure introduit un biais important, de l'ordre de l'écart-type cosmique ou supérieur, sur les spectres de  $\mathcal{C}_\ell$  calculés sur ces cartes. Dans le cas précis du vol du 29 janvier d'Archeops, les croisements du plan galactique s'effectuent dans le sens sud-nord à proximité de l'anticyclone galactique<sup>4</sup>, qui est relativement pauvre en sources, et dans le sens nord-sud dans la région du Cygne : il en résulte que les striages apparaissant sur les cartes de la figure 6.10 sont situées dans l'hémisphère sud galactique. Une solution pour diminuer le biais dans le spectre des  $\mathcal{C}_\ell$  est de ne considérer que la partie des cartes dont la latitude est supérieure à  $30^\circ$ , ce qui constitue par ailleurs une coupure de sûreté vis-à-vis des contaminants galactiques ; les spectres obtenus (figure 6.11, panneau inférieur) se rapprochent effectivement du spectre du vrai CMB, surtout dans les cas de Madcap et de Mapcumba, dont on remarquera encore le comportement très similaire.

La présence de la Galaxie ne devrait normalement pas affecter la reconstitution de la carte de CMB ; en pratique elle crée un striage car elle produit sur la TOI des variations importantes et rapides de niveau. Pour pouvoir montrer ce dernier point, on procède à deux simulations ajoutant au CMB et au bruit  $1/f$  :

- la TOI de la Galaxie divisée par 25 ;
- une TOI résultant d'une carte de la Galaxie à la résolution de  $1^\circ$  dégradée à  $4^\circ$  et lissée par une gaussienne dont la FWHM est de  $2^\circ$ .

La première simulation permet de tester si c'est l'intensité de la Galaxie qui est responsable du striage ; dans la deuxième, l'intensité totale est conservée, mais répartie sur davantage de pixels, la traversée du plan galactique induit donc une variation plus douce. Les résultats de Mapcumba montrent que dans les deux cas, le striage dû à la Galaxie disparaît (voir figure 6.12), et on retrouve dans l'espace des harmoniques sphériques des spectres similaires à ceux trouvés dans le cas de la simulation CMB + bruit  $1/f$ .

---

4. dont on rappelle qu'il se situe au centre de toutes les cartes présentées dans cette thèse.

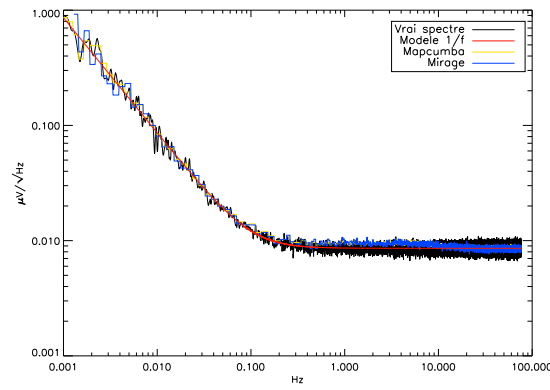


FIG. 6.9 – Comparaison entre les spectres de bruit calculés par Mapcumba (vert), Mirage (bleu) et le vrai spectre de bruit (noir) simulé avec le modèle en rouge pour la simulation CMB + bruit  $1/f$  + Galaxie.

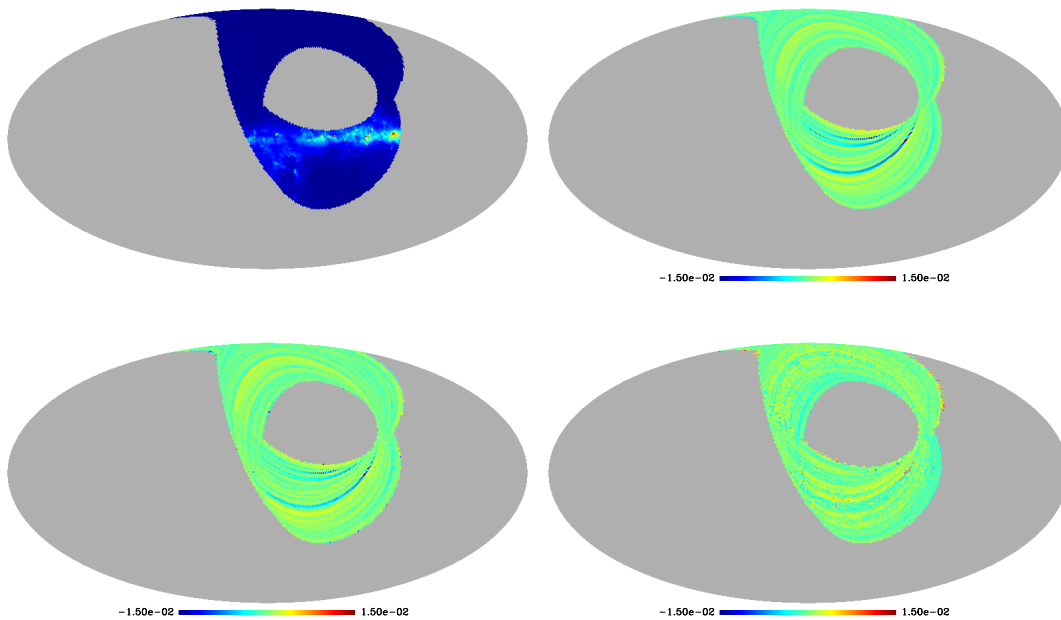


FIG. 6.10 – La vraie carte de la Galaxie (à 1 degré de résolution), les cartes montrant la différence entre la solution de Madcap, Mapcumba et Mirage respectivement (de gauche à droite et de haut en bas), auxquelles a été soustraite la carte du bruit blanc introduit, la carte de la Galaxie, et la vraie carte de CMB. Dans le cas de Mirage, des points tout en bord de carte ont été enlevés, où le traitement n'était pas satisfaisant. On remarquera que le striage fortement apparent sur les cartes de différences correspond au passage sur les sources les plus intenses de la Galaxie.

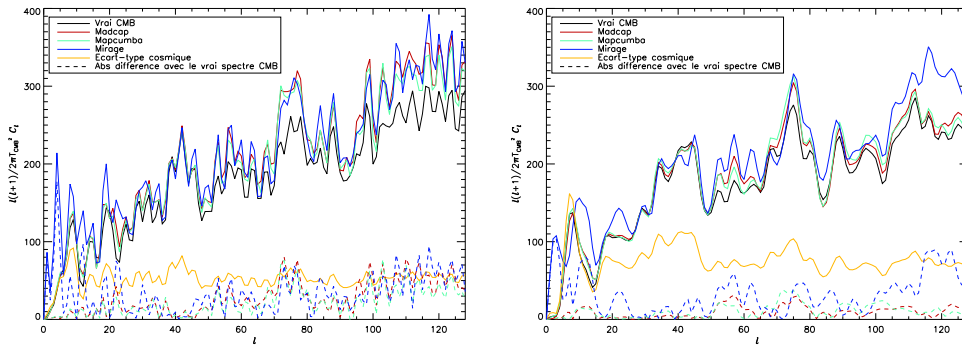


FIG. 6.11 – Spectres  $C_\ell$  obtenus par anafast décrivant les résultats de la simulation CMB + bruit  $1/f$  + Galaxie. Les spectres obtenus par Madcap (rouge), Mapcumba (vert) et Mirage (bleu) s'écartent d'un biais de l'ordre de grandeur ou supérieur à l'écart-type cosmique (en jaune) du spectre de la vraie carte CMB (noir). La différence est fournie en pointillés avec le même code de couleurs. A droite, les spectres ont été calculés sur la partie des cartes de latitude supérieure à  $30^\circ$ .

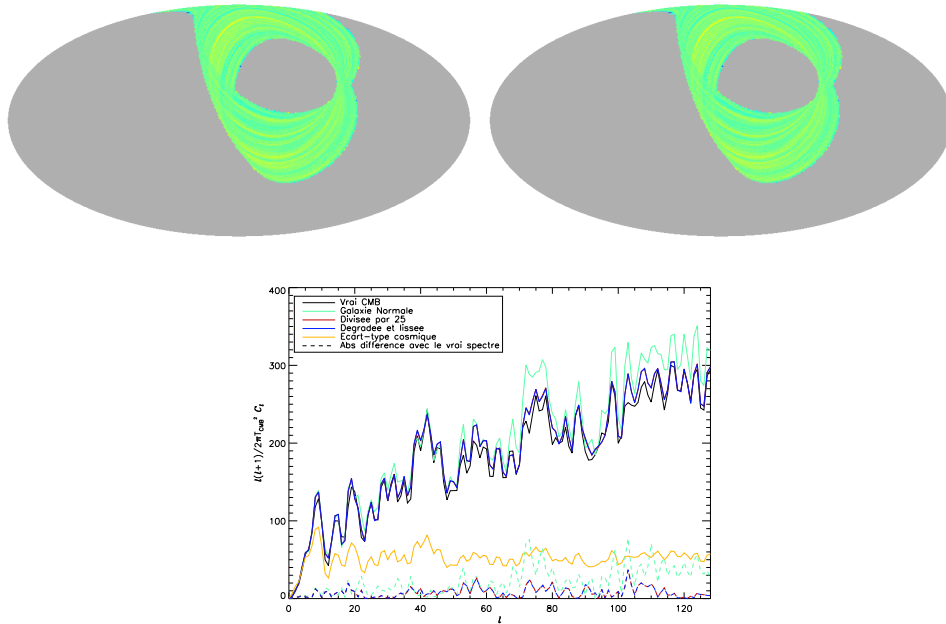


FIG. 6.12 – En haut : cartes de différence fournies par Mapcumba si la Galaxie est réduite d'un facteur 25, ou subit une dégradation en résolution puis un lissage. Le striage dû à la Galaxie a disparu. On pourra comparer ces cartes à celles de la figure 6.5. En bas : Spectre  $C_\ell$  des cartes obtenues par Mapcumba pour les mêmes simulations. On constate que le biais introduit par la Galaxie diminue nettement dans les deux cas, et on retrouve une qualité de reproduction du spectre comparable à celui obtenu dans la simulation sans Galaxie (voir figure 6.6).



Ceci montre que la Galaxie dégrade la qualité des cartes de CMB reconstruites, parce qu'elle présente des sources imposant à la TOI une variation importante et rapide. Une soustraction préalable de la Galaxie est donc nécessaire dans l'obtention de cartes CMB ; cette étude montre cependant qu'elle n'a pas nécessairement besoin d'être complète, dans la mesure où l'intensité est globalement réduite d'un facteur 25 et où les sources ponctuelles les plus intenses ont été diluées. Ce dernier point implique toutefois de disposer de cartes patrons à une résolution assez fine.

### 6.3.4 Discussion

Il ressort de cette étude que les trois codes étudiés se comportent essentiellement de la même manière. Ceci découle simplement du fait que le jeu d'équations mises en œuvre est fondamentalement le même et utilise les mêmes approximations ; seules diffèrent les techniques d'implémentations. En terme de précision, si on prend les résultats du code Madcap utilisant le spectre de bruit exact comme référence, on constate que les résultats obtenus par Mapcumba en sont proches, assez nettement plus que ceux de Mirage. Ce dernier a cependant l'avantage d'être nettement plus rapide, les solutions ayant été obtenues en quelques minutes, contre quelques heures pour Mapcumba et Madcap<sup>5</sup>. Cela est susceptible de le rendre très intéressant dans les applications où le besoin d'obtenir un grand nombre de cartes l'emporte sur le besoin de précision : c'est notamment le cas des simulations de Monte-Carlo.

L'inconvénient majeur de Madcap reste la nécessité de lui fournir un modèle de bruit correct. Si le modèle est vraiment un modèle de bruit en  $1/f$ , il semble comme on l'a montré que cela ne soit pas trop gênant ; en tout état de cause, cela implique pour l'utilisateur de disposer d'une méthode robuste d'estimation de la fonction de corrélation de son bruit. En ce sens, l'utilisation de Madcap est donc moins aisée.

On peut donc donner quelques conseils dans le choix entre ces trois codes :

**Madcap** : à privilégier si :

- on dispose d'un modèle de bruit robuste,
- on a besoin de la matrice de covariance de bruit sur la carte,
- la précision est cruciale,
- on dispose d'une machine à architecture parallèle performante.

**Mirage** : à privilégier si :

- on ne dispose pas d'un bon modèle de bruit,
- la rapidité est cruciale.

**Mapcumba** : à privilégier si :

- on ne dispose pas d'un bon modèle de bruit,
- on souhaite un bon compromis temps-précision.

---

<sup>5</sup>. La version de Madcap utilisant la méthode des gradients conjugués marque cependant une amélioration.

Aussi, si Madcap reste le code de référence, Mapcumba s'impose du fait de son bon compromis précision-temps et parce qu'il calcule le spectre du bruit simultanément. Pour effectuer des cartes rapides, lors de simulations Monte-Carlo ou pour une rapide inspection des données, et notamment pour détecter la présence d'effets systématiques, Mirage apparaît bien adapté.

### 6.3.5 Ecart au modèle de bruit en $1/f$

En complément de cette étude comparative de trois codes de cartographie CMB, il m'a paru intéressant d'ajouter cette section concernant les écarts au modèle de bruit en  $1/f$  stationnaire gaussien. En effet, le modèle de bruit en  $1/f$  stationnaire gaussien est seulement une représentation approximative vers laquelle il est souhaitable de tendre, mais dont les données réellement obtenues s'écartent toujours plus ou moins. Cette section ne prétend nullement faire l'inventaire des écarts rencontrés dans le dépouillement des données Archeops, mais donne seulement le comportement d'un des codes étudiés plus haut dans des exemples simples. J'ai choisi de considérer ici le code Mapcumba, car il est plus précis que Mirage, et parce que c'est la capacité du code à recouvrer un modèle de bruit correct qui est testé : le code Madcap, pour lequel ce modèle est une entrée, ne pouvait donc convenir.

#### Bruit en créneau

On simule la contribution d'un bruit en créneau de période 72 points, dont on a vu qu'il existait dans les données (voir section 5.5.1 page 109). Les niveaux haut et bas sont longs respectivement de 28 et 44 points, et leur hauteur vaut  $\pm 0.05\sigma$ . Dans l'espace de Fourier, il donne lieu à une série de pics harmoniques de fréquence fondamentale 2.12 Hz. Ce bruit en créneau est ajouté au bruit  $1/f$  et au CMB simulé déjà utilisés. Mapcumba est alors lancé à la résolution de 30 minutes d'arc, avec 60 itérations, ce qui s'est révélé être très largement suffisant pour traiter à cette résolution les TOIs comportant uniquement du CMB et le bruit  $1/f$ .

Le spectre retrouvé par Mapcumba est donné sur la figure 6.13, en même temps que le spectre de bruit original. Pour ce dernier, on a procédé à un moyennage par intervalle de fréquences identique à celui pratiqué par Mapcumba, afin de permettre la comparaison. On constate que si les pics sont correctement localisés, l'amplitude est surestimée. Partout ailleurs, la reconstruction est satisfaisante. Cela se traduit au niveau des cartes, données sur la figure 6.14. Comme précédemment, on soustrait à la solution de Mapcumba la carte de bruit blanc et la carte CMB, pour obtenir la carte du striage résiduel, laquelle peut être comparée à la carte de striage obtenue à la même résolution lorsque la simulation ne comportait que du CMB et le bruit  $1/f$ . Une structure en créneau est bien visible sur la carte de différence, même si on reste encore à des amplitudes petites par rapport à celles de la carte de CMB pur. Ce dernier point est précisé si on effectue le spectre  $\mathcal{C}_\ell$  des cartes dont la contribution du bruit blanc a été retirée.

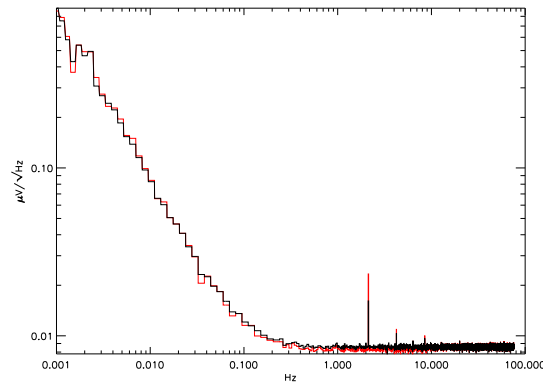


FIG. 6.13 – Spectre retrouvé par Mapcumba, en rouge, dans le cas où un bruit en créneau se superpose au CMB et au bruit en  $1/f$  habituel. Le spectre original est en noir.

Le résultat est montré figure 6.15. La différence entre les spectres obtenus selon que la simulation inclut ou non un bruit en créneau, et également avec le

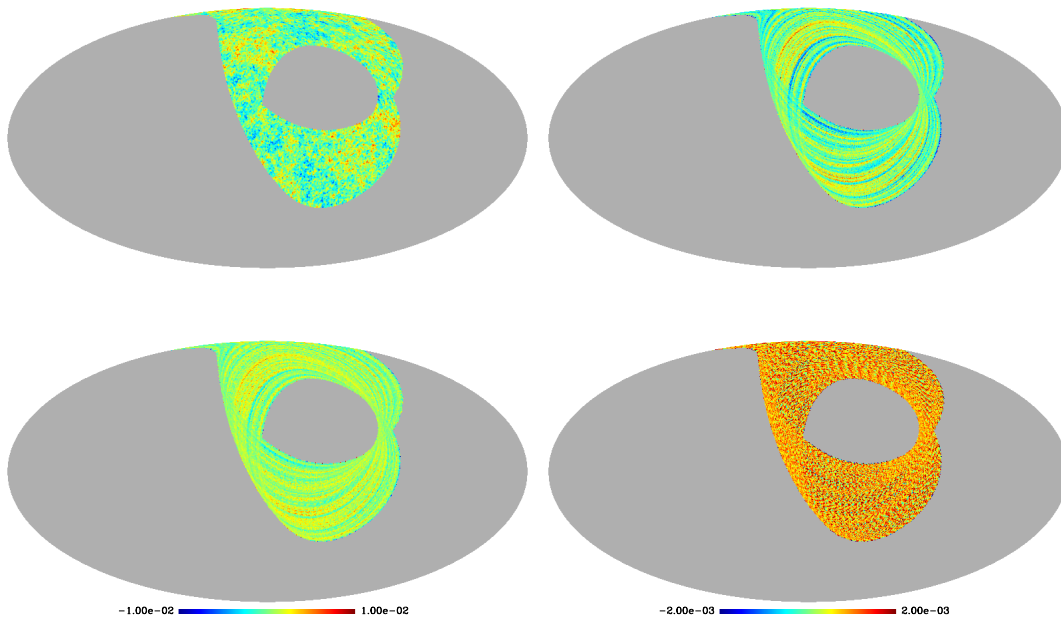


FIG. 6.14 – En haut, la vraie carte CMB (à 30 minutes d'arc de résolution) est suivie de la solution de Mapcumba à la simulation CMB+bruit  $1/f$ , le bruit blanc et le CMB étant soustrait, et l'échelle ayant été resserrée d'un facteur 10 pour une meilleure lisibilité. En bas à gauche, à la même échelle, la carte correspondante pour la simulation CMB+bruit  $1/f$ +bruit en créneau. La différence entre les deux est en bas à droite, l'échelle a été resserrée d'un facteur 10.

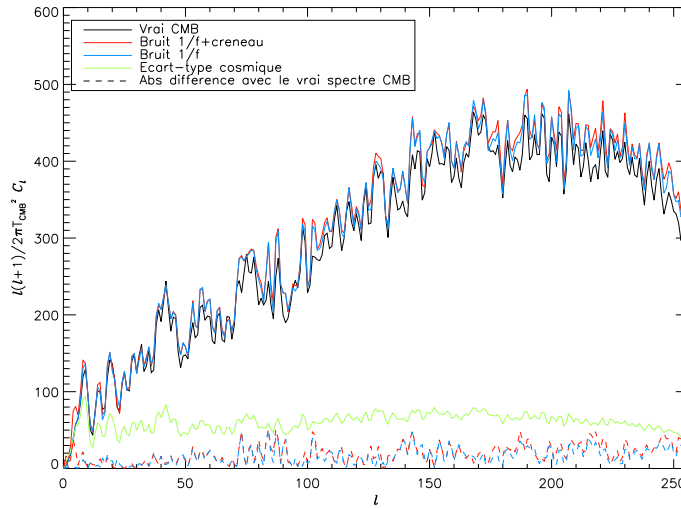


FIG. 6.15 – Spectres  $\mathcal{C}_\ell$  obtenus par anafast décrivant les résultats de la simulation CMB, bruit  $1/f$  et créneau. La courbe noire a été obtenue en utilisant anafast avec la carte CMB originale; les courbes bleu et rouge correspondent respectivement à la simulation avec et sans bruit en créneau. A titre de comparaison, l'écart-type cosmique est fourni (en vert).

spectre de la carte de CMB seul, est petite devant l'écart-type cosmique, du moins pour la bande en  $\ell$  étudiée. Cette constatation permet d'établir que l'amplitude du bruit en créneau considérée n'induit pas de biais majeur dans la détermination du spectre  $\mathcal{C}_\ell$ .

### Bruit gaussien non stationnaire

On peut réaliser un bruit gaussien non stationnaire selon le procédé expliqué en annexe C.1: il s'agit de concaténer deux réalisations de bruit en  $1/f$  station-

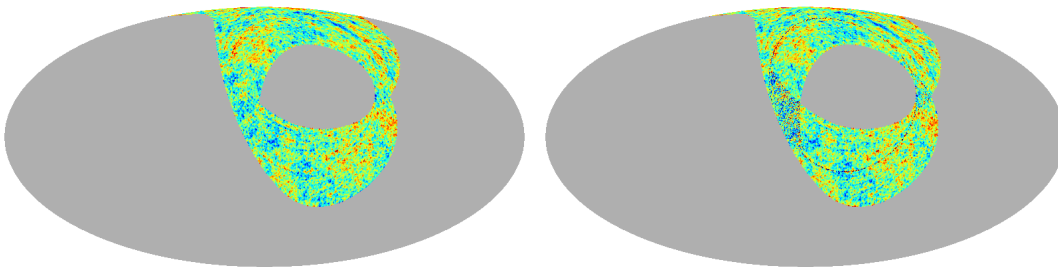


FIG. 6.16 – Cartes de CMB obtenues avec Mapcumba de deux manière différentes en utilisant le bruit gaussien non stationnaire de la section 6.3.5. La manière dont ces cartes sont obtenues est discutée dans le texte.

naire et gaussien, portant sur la moitié des points nécessaires, et utilisant des valeurs de  $\alpha$  et  $f_{knee}$  différentes : respectivement -2 et 0.1, -2.3 et 0.2 dans le cas de la simulation considérée ici. On veille seulement à ce qu'il n'y ait pas de discontinuité à la connexion, c'est-à-dire que la différence entre le dernier point de la première réalisation et le premier de la deuxième soit petite par rapport à la dispersion, qui est égale dans les deux cas à  $0.075 \mu V$ . Comme il est discuté dans l'annexe C.1, ce bruit est gaussien par construction, mais il n'est évidemment pas stationnaire ; cependant, l'algorithme de cartographie réalise le spectre de la TOI de bruit entière, ce qui n'est pertinent que si le bruit est stationnaire : il est alors interprété comme étant stationnaire et non gaussien.

La non-stationnarité considérée ici est un cas très particulier : l'intérêt est de pouvoir calculer la carte de maximum de vraisemblance séparément pour évaluer l'impact de cette non stationnarité sur le comportement de Mapcumba. On procède de la manière suivante :

- on simule la première partie  $n_1$  du bruit  $1/f$ , qu'on additionne à la première partie du CMB : l'ensemble est traité par Mapcumba, qui donne la carte solution  $\Delta_1$  ; on a vu que pour cette solution le striage résiduel est petit par rapport au niveau du CMB en section 6.3.2 ; la carte de bruit blanc  $\Delta_1^b$  est également calculée par coaddition ;
- on fait de même avec la deuxième partie du bruit  $1/f$ , ce qui donne les cartes  $\Delta_2$  et  $\Delta_2^b$  ;
- on soumet à Mapcumba la somme de la TOI du CMB avec le bruit constitué par la concaténation des deux bruits  $1/f$  : le résultat est la carte  $\Delta$  ;
- dans la mesure où les deux bruits  $1/f$  sont décorrélés, l'estimateur de maximum de vraisemblance est donné par l'addition des deux cartes  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ , où l'on a soustrait la carte du CMB pour les pixels communs  $\Delta_{CMB}^{12}$  ; en soustrayant les cartes de bruit blanc, on a donc l'estimateur pour la carte de CMB cherchée :

$$\tilde{\Delta}_{CMB} = (\Delta_1 - \Delta_1^b) + (\Delta_2 - \Delta_2^b) - \Delta_{CMB}^{12} \quad (6.17)$$

- on peut comparer cette solution à celle obtenue en soumettant à Mapcumba la TOI complète de CMB et de deux bruits  $1/f$  concaténés :

$$\tilde{\Delta}'_{CMB} = \Delta - (\Delta_1^b + \Delta_2^b) \quad (6.18)$$

La comparaison des cartes  $\tilde{\Delta}_{CMB}$  et  $\tilde{\Delta}'_{CMB}$  est donnée sur la figure 6.16. Lorsque les deux bruits se projettent dans des régions distinctes du ciel, l'écart entre les deux cartes reste petit par rapport à la contribution du CMB ; en revanche, dans les zones de forte redondance près du plan galactique, l'estimateur est nettement biaisé. La frontière entre les deux cartes partielles est également nettement visible.

Ce test démontre bien qu'il importe d'assurer la stationnarité du bruit avant de passer à la cartographie : cela justifie le travail de réduction des bruits haute et basse fréquence décrit dans le chapitre 5.

## 6.4 Filtrage de Wiener des cartes réelles

Même après avoir utilisé les codes qui éliminent le striage, les cartes obtenues sur Archeops demeurent dominées par le bruit blanc. Aux hautes latitudes galactiques, elles ne présentent donc pas visuellement de structures caractéristiques. L'analyse en harmoniques sphériques y est toutefois possible, à condition d'avoir la matrice de covariance du bruit sur la carte, qui est fournie par Madcap en même temps que la carte de maximum de vraisemblance. Cependant, on souhaite disposer de cartes où des structures soient visibles, afin de pouvoir effectuer des comparaisons entre bolomètres. C'est ici qu'intervient la solution du filtrage de Wiener.

### 6.4.1 La méthode utilisée

On considère une TOI bolométrique filtrée par un filtre passe-bande entre 1 et 45 Hz : dans cette plage, le bruit peut être assimilé à un bruit blanc pour les meilleurs bolomètres à 217 GHz (217K04 et 217K06) du vol du 29 janvier 2001, et l'estimateur de maximum de vraisemblance  $\Delta$  de la carte est l'estimateur de coaddition. En outre, la matrice de covariance du bruit sur la carte  $C_N$  est diagonale, ce qui amène d'évidentes simplifications dans l'implémentation. La valeur de chaque élément diagonal peut alors être estimée par l'écart-type  $\sigma$  sur la TOI, divisé par le nombre d'observations du pixel correspondant à cet élément. On réalise une estimation du spectre de puissance angulaire de la carte en utilisant l'algorithme Master [74] (voir annexe E.2). Ce spectre s'écrit  $\tilde{C}_\ell = C_\ell F_\ell B_\ell^2$ , où  $C_\ell$  est le spectre des anisotropies CMB trouvé par Master,  $B_\ell$  décrit le faisceau et  $F_\ell$  les filtres utilisés, notamment le filtre passe-bande qui a été utilisé pour filtrer la TOI ; considérer que la transformée de ce filtre dans le domaine des harmoniques sphériques ne dépend pas de l'indice  $m$  constitue une approximation vérifiée en pratique. Si on considère deux pixels  $p$  et  $p'$ , dont la séparation angulaire est désignée par  $\theta_{pp'}$ , alors l'élément  $S(pp')$  de la matrice de covariance du signal sur la carte  $\Delta$  est donnée par :

$$S(pp') = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\ell=\ell_{max}} (2\ell + 1) \tilde{C}_\ell P_\ell(\cos \theta_{pp'}) \quad (6.19)$$

dans laquelle  $P_\ell$  désigne le polynôme de Legendre d'ordre  $\ell$  et  $\ell_{max}$  est le plus grand multipôle pour lequel l'évaluation a pu être effectuée. Si on caractérise la résolution de la carte par le paramètre  $N_{side}$  du système de pixellisation Healpix, alors on a  $\ell_{max} \simeq 2N_{side}$ . La carte obtenue par filtrage de Wiener s'écrit alors :

$$\Delta_W = S \cdot (S + C_N)^{-1} \cdot \Delta \quad (6.20)$$

J'ai écrit le code réalisant ce filtrage en connaissant  $\Delta$ ,  $C_N$  et  $\tilde{C}_\ell$  pour la machine Uqbar vectorielle parallèle de l'Idris.

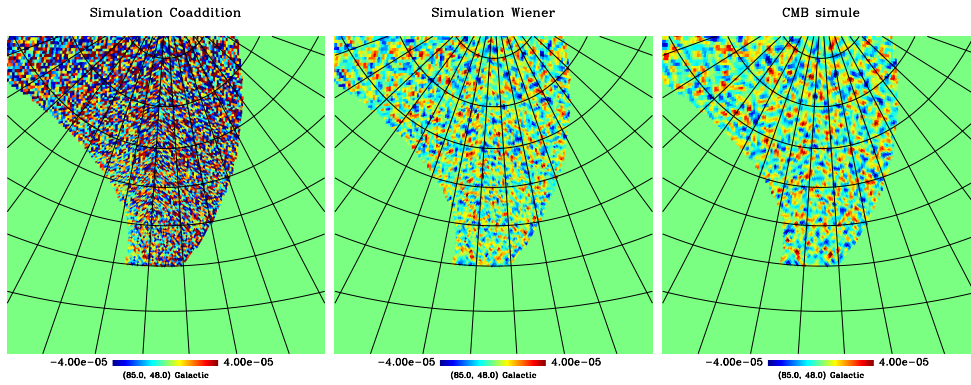


FIG. 6.17 – Résultats du filtrage Wiener pour la simulation. On montre la carte de coaddition du CMB et du bruit, la même après un filtrage de Wiener, enfin la carte de CMB uniquement pour comparasion. Les parallèles et les méridiens sont espacés de 10 degrés. Seules les latitudes galactiques supérieures à  $30^\circ$  ont été gardées. L'échelle de couleur est la même.

En pratique, la longueur des TOIs est de  $3.6 \times 10^6$  points, ce qui correspond à la meilleure partie du vol du 29 janvier 2001. Puisqu'on considère que la matrice  $C_N$  est diagonale, et donc que l'on néglige les corrélations entre pixels, il est possible de procéder à un découpage de la carte qui ne garde que les latitudes galactiques supérieures à  $30^\circ$ , afin d'éviter la contamination par la poussière. La résolution prise est de  $N_{side} = 128$ , soit 30 minutes d'arc environ, ce qui donne  $\ell_{max} = 384$ . On considère les vraies données fournies par les bolomètres 217K04 et 217K06 du vol du 29 janvier 2001, ainsi qu'une simulation, où les anisotropies CMB sont générées en utilisant  $\tilde{C}_\ell$ , et le bruit est simulé par une estimation portant sur les bolomètres 217K04, 217K06 et 217T06. Les cartes, de 17749 pixels, subissent un filtrage Wiener, ce qui prend environ trois heures de calcul, essentiellement pour calculer la matrice  $S$ , qui n'est pas diagonale; si on prend le même spectre  $\tilde{C}_\ell$  pour toutes les cartes, ce calcul n'est à faire qu'une seule fois.

## 6.4.2 Résultat de la simulation

Pour tester l'implémentation, on utilise une TOI de CMB simulée à partir du spectre  $\tilde{C}_\ell$ , à laquelle on ajoute un bruit correspondant à celui des bolomètres 217K04, 217K06 et 217T06 du vol du 29 janvier 2001. Les résultats sont portés sur la figure 6.17, qui montre autour de la zone  $(\ell, b) = (85, 48)$  la carte de coaddition originale, la même après filtrage de Wiener, et la carte de la simulation CMB uniquement. Alors que les structures CMB n'étaient pas visibles sur la carte originale, car dominées par le bruit, elles se distinguent sans mal sur la carte ayant subi un filtrage de Wiener. On notera toutefois que cette dernière carte n'est pas identique à la carte de la simulation; s'il est possible visuellement de trouver des similitudes entre les structures observées sur ces deux cartes, les détails exacts peuvent être différents.

### 6.4.3 Résultats sur les bolomètres 217K04 et 217K06

Il s'agit de résultats préliminaires.

On considère la zone autour de  $(\ell, b) = (85, 48)$ , où la redondance est meilleure. Les figures 6.18 et 6.19 montrent :

- les cartes ayant subi un filtrage de Wiener ; les cartes de coaddition ne sont pas montrées, car elles sont aussi bruitées que la carte de coaddition de la simulation 6.17 ;
- la demi-somme et la demi-différence ;
- les cartes de Wiener, la demi-somme et la demi-différence, après un lissage à 1 degré (on a donc 4 pixels par structure de 1 degré, en accord avec le théorème de Shannon).

Une inspection visuelle des cartes Wiener des deux bolomètres montre des structures communes. On se repérera utilement avec le quadrillage de 10 en 10 degrés, ainsi que par les limites de la carte. Il ne faut évidemment pas s'attendre à une concordance parfaite : dans la section consacrée à la simulation, on a déjà souligné que la carte après filtrage pouvait différer dans les détails des structures avec la vraie carte sous-jacente des anisotropies. Visuellement, on recherchera par exemple la concordance de position entre les points chauds et froids.

Les cartes de demi-somme et de demi-différence permettent de révéler plus efficacement la présence de structures communes. En effet, si les deux cartes Wiener sont décorréélées, les cartes de demi-somme et de demi-différence devraient avoir les mêmes propriétés statistiques, en particulier le même écart-type. La comparaison des cartes, montrées à la même échelle, indique que ce n'est pas le cas : l'écart-type de la carte de demi-différence est de 25% inférieur à celui de la demi-somme, et de 30% si on considère les cartes lissées. Si on considère les deux cartes comme des variables aléatoires gaussiennes, cela correspond à un coefficient de corrélation de 0.3 environ.

## 6.5 Conclusion

La réalisation de cartes de CMB pour une expérience comme Archeops implique que soient remplies un certain nombre d'hypothèses, notamment la gaussianité et la stationnarité du bruit sur les TOIs. Dans la mesure où ces hypothèses sont satisfaites, les simulations présentées dans ce chapitre montrent que l'on dispose d'outils de cartographie performants. En revanche, dès que l'on s'écarte des hypothèses, notamment celle de stationnarité, des biais non négligeables apparaissent. Comme on ne dispose pas pour les vraies données de moyen simple de contrôle de ces biais, il est crucial d'obtenir un bruit stationnaire gaussien, ce qui a été l'objet du chapitre 5.

En outre, compte tenu de la faible redondance spécifique à Archeops, le bruit blanc domine toujours, et ne peut pas être enlevé dans le cas d'une carte réelle pour laquelle la réalisation de bruit blanc n'est pas connue. Visuellement, un filtrage de Wiener permet d'améliorer la situation.



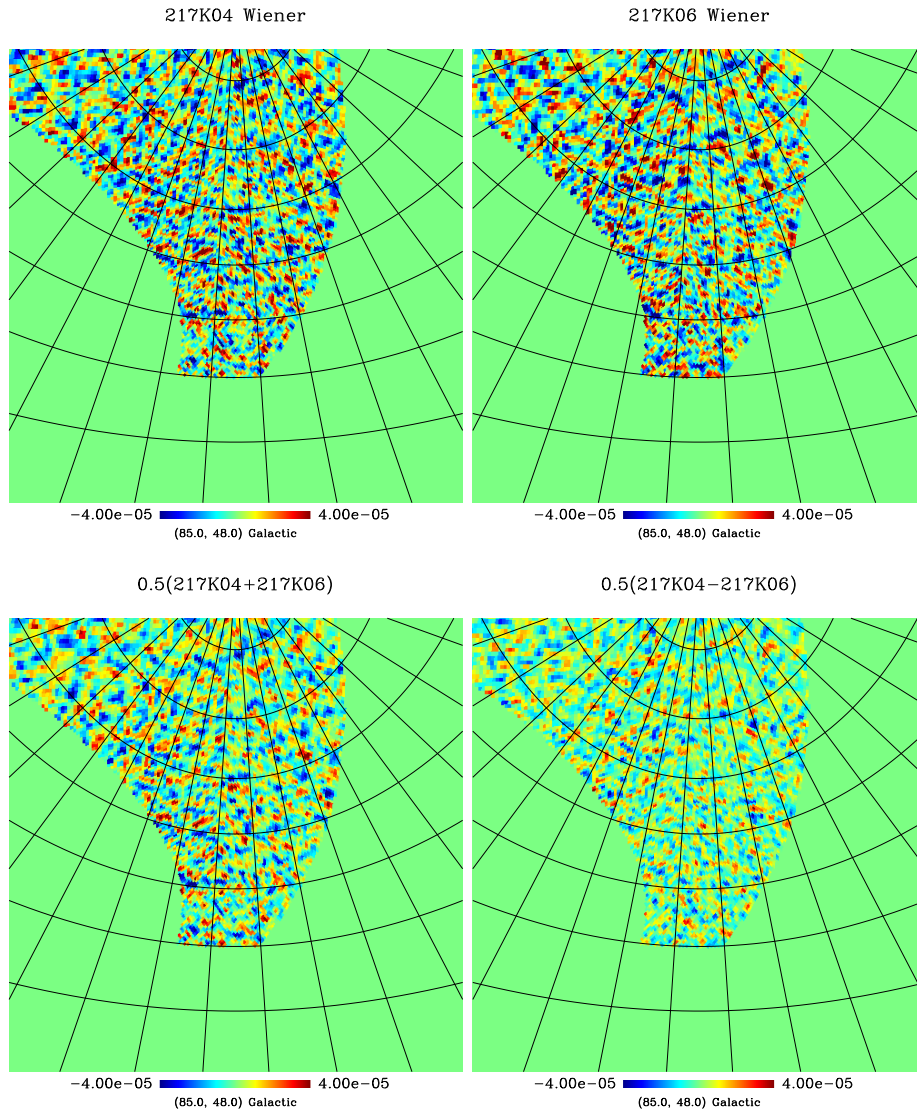


FIG. 6.18 – Résultats du filtrage Wiener pour les bolomètres 217K04 et 217K06 du vol du 29 janvier 2001. En haut : les cartes ayant subi un filtrage Wiener, autour de  $(\ell, b) = (85, 48)$ . En bas : somme et différence des cartes obtenues par filtrage Wiener. Le réseau de parallèles et de méridiens a un espacement de 10 degrés. Les cartes ont été coupées pour ne garder que les latitudes galactiques supérieures à  $30^\circ$ . L'échelle de couleur est la même.

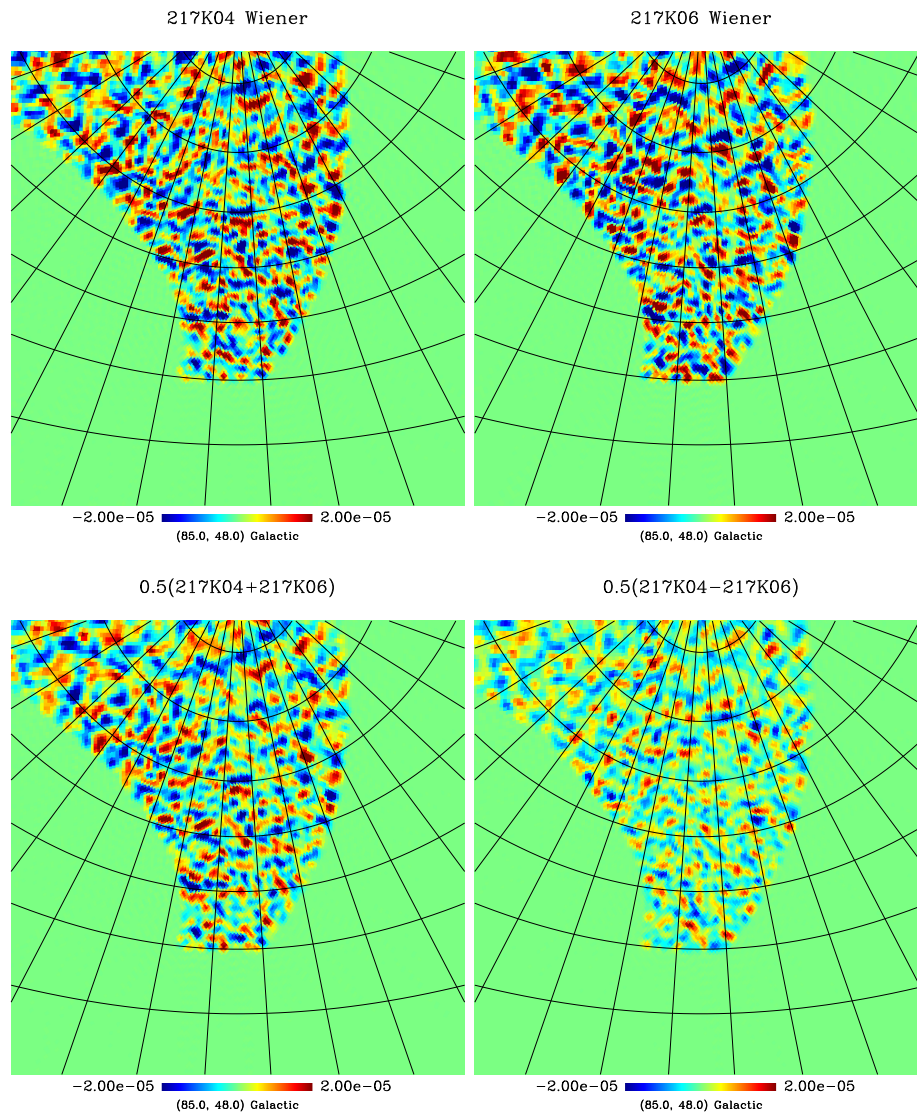


FIG. 6.19 – Résultats du filtrage Wiener pour les bolomètres  $217K04$  et  $217K06$  du vol du 29 janvier 2001, avec un lissage de 1 degré. En haut : le résultat du filtrage Wiener. En bas : somme et différence des cartes obtenues par filtrage Wiener.

# Chapitre 7

## Le spectre d'Archeops et l'inflation

Si les cartes sont un outil précieux de visualisation, et aussi une étape indispensable dans l'analyse d'une expérience CMB, elles ne sont pas très pratiques pour estimer les paramètres cosmologiques. En effet, à un même jeu de paramètres peuvent correspondre un nombre infini de réalisations de cartes (par exemple, deux cartes qui ne diffèrent que par une rotation traduisent le même modèle). Si les fluctuations de températures peuvent être décrites par une variable aléatoire gaussienne  $\Delta T$ , alors toute l'information statistique est contenue dans le spectre de puissance angulaire  $\mathcal{C}_\ell$ <sup>1</sup>.

Les méthodes d'estimation du spectre  $\mathcal{C}_\ell$  utilisées pour Archeops, principalement Madcap [27] et Master [74], ne seront pas détaillées ici ; le lecteur en trouvera un bref aperçu dans l'annexe E. L'intérêt de ce spectre est qu'il est déterminé par un jeu de paramètres cosmologiques, selon des dépendances données en section 2.6. Parmi ces paramètres, ceux décrivant les spectres de fluctuations scalaires et tensorielles permettent d'apporter des contraintes sur le modèle inflationnaire considéré pour générer ces fluctuations, comme il a été dit en sections 3.3 et 3.4. Ces paramètres sont l'indice spectral scalaire  $n_s$  et le rapport des puissances des modes tensoriels et scalaires, définis respectivement par les relations 3.19 et 3.21 ; l'indice spectral tensoriel  $n_t$  intervient au travers de la relation de cohérence qui le lie aux deux précédents dans le cadre de tout modèle inflationnaire, c'est pourquoi il ne sera pas explicitement considéré ici. Cette relation prend la forme de l'équation 3.22 pour les modèles respectant l'approximation de roulement lent.

On étudie dans ce chapitre quelles sont les contraintes qu'Archeops est susceptible d'apporter sur les paramètres  $n_s$  et  $r$ , et par conséquent sur le modèle inflationnaire hybride à potentiel quadratique considéré dans la section 3.2.

---

1. On rappelle que cette notation se réfère à l'équation 2.38, dans laquelle le spectre de puissance angulaire est normalisé de manière à ce que l'invariance d'échelle du spectre des fluctuations de densité se traduise par un spectre des anisotropies plat.

## 7.1 Le cadre

Pour obtenir les contraintes sur  $n_s$  et  $r$ , on utilisera les barres d'erreur simulées relatives au vol du 7 février 2002, et qui ont été montrées sur la figure 4.1 : on rappelle qu'elles ont été obtenues en utilisant la méthode Master en moyennant les 10 meilleurs bolomètres, sur une durée de 12.5 heures.

On se place dans un cadre volontairement très restrictif. Sauf indication contraire, on fixera les paramètres cosmologiques aux valeurs suivantes :

$$\{\Omega, \Omega_b, \Omega_{CDM}, \Omega_\Lambda, h\} = \{1, 0.043, 0.257, 0.7, 0.69\} \quad (7.1)$$

Par ailleurs, le code utilisé pour le calcul des  $\mathcal{C}_\ell$ , ici CAMB [101], effectue une normalisation des spectres à  $\ell = 10$  en fonction des résultats de COBE. On ne tient pas non plus compte d'une éventuelle réionisation. Les paramètres  $n_s$  et  $r$  seront en revanche autorisés à varier. Ce choix correspond aux valeurs des paramètres privilégiées par les observations récentes (voir section 1.2).

Ceci n'est pas rigoureux car les paramètres que l'on fixe devront en pratique être estimés eux aussi à partir du spectre de puissance angulaire obtenu : on suppose donc implicitement qu'ils sont mesurés par d'autres moyens avec une précision suffisante pour que fixer le paramètre soit en pratique équivalent à une marginalisation sur l'ensemble de ses valeurs possibles. Pour  $\Omega$ , on peut utiliser l'argument théorique selon lequel une valeur significativement différente de 1 renverrait au problème de la platitude que l'inflation est supposée trancher<sup>2</sup>. S'agissant du produit  $\Omega_b h^2$ , on peut utiliser l'intervalle fourni par la nucléosynthèse primordiale (voir section 1.2.4).

En revanche, la valeur précise de  $h$ , malgré les résultats du Hubble Space Telescope Key Project [59], est toujours sujette à discussion ; aussi, dans la section 7.4.1, on reprendra les calculs pour la valeur basse  $h = 0.5$ , et une valeur haute  $h = 0.85$ , pour discuter brièvement de l'influence de ce paramètre sur les contraintes sur  $n_s$  et  $r$ . De la même façon, on prendra trois valeurs de  $\Omega_\Lambda$  dans la section 7.4.2 : comme le montre la figure 2.11, ce paramètre joue sur la hauteur relative des pics par rapport au plateau de Sachs-Wolfe d'une façon similaire à  $n_s$  produisant donc une dégénérescence.

La variation de tous les paramètres pose quant à elle un problème de temps de calcul et de stockage des fichiers de résultat. Cela serait néanmoins indispensable si l'objectif était une détermination simultanée de l'ensemble des paramètres cosmologiques : or on s'intéresse ici exclusivement à ce que les mesures d'Archeops peuvent apporter comme contraintes sur l'inflation. On se restreindra donc à un nombre limité de paramètres variables, deux ici, en gardant à l'esprit que la portée des conclusions qui seront tirées est limitée par le cadre volontairement restrictif dans lequel on se place, et qui applique des *a priori* frès forts sur les autres paramètres que  $n_s$  et  $r$ .

---

2. Certains modèles conduisent néanmoins à un Univers ouvert, voir par exemple [31][114], notamment en supposant deux épisodes inflationnaires successifs. On ne les considérera pas ici.

Enfin, on supposera que les fluctuations scalaires et tensorielles sont effectivement produites par un modèle inflationnaire respectant l'approximation de roulement lent, ce qui conduit à deux hypothèses :

- les spectres de puissance des fluctuations suivent les lois de puissance 3.3 ; en particulier, les indices spectraux ne varient pas selon l'échelle considérée<sup>3</sup> ;
- il existe une relation de cohérence permettant de trouver  $n_t$  en fonction de  $n_s$  et  $r$  ; la relation considérée ici est 3.22, qui s'applique aux modèles à un seul inflaton vérifiant les conditions de roulement lent.

Ces restrictions permettent toutefois de conserver un large nombre de modèles, notamment ceux du tableau 3.1. On s'intéressera en section 7.5 au modèle hybride quadratique étudié en section 3.2.

## 7.2 Obtention d'un diagramme $(n_s, r)$

Nous allons, selon une procédure simplifiée inspirée de [47], obtenir les valeurs de  $n_s$  et  $r$  compatibles avec les barres d'erreurs de la figure 4.1 centrées sur un modèle de référence  $\mathcal{C}_\ell^{ref}$ , qui utilise les valeurs de paramètres donnés par 7.1 ainsi que  $n_s = 1$  et  $r = 0$ .

Pour cela, on calcule avec CAMB [101] une grille de modèles  $\mathcal{C}_\ell$  dans lesquels les paramètres  $n_s$  et  $r$  sont autorisés à varier dans les intervalles  $0.95 \leq n_s < 1.15$  et  $0 \leq r < 0.75$  divisés en 24 et 18 valeurs possibles respectivement. On moyenne les  $\mathcal{C}_\ell$  obtenus sur les intervalles  $\ell_i$  de  $\ell$  choisis lors de la simulation des barres d'erreurs  $\Delta\mathcal{C}_{\ell_i}$ , ce qui est justifié par la forme de fonction fenêtre d'Archeops, approximable pour chaque intervalle  $\ell_i$  par un rectangle. Il y a  $n_i = 22$  intervalles de ce type. Le nombre de degré de liberté est donc de  $n_i - 2$ . Pour chacun des modèles, on calcule le  $\chi^2$  réduit :

$$\chi^2(n_s, r) = \frac{1}{n_i - 2} \sum_{i=0}^{n_i-1} \frac{\left( \mathcal{C}_{\ell \in \ell_i}^{moy}(n_s, r) - \mathcal{C}_{\ell \in \ell_i}^{ref, moy} \right)^2}{(\Delta\mathcal{C}_{\ell_i})^2} \quad (7.2)$$

Si les  $\mathcal{C}_\ell(n_s, r)$  suivent une distribution gaussienne, alors les probabilités d'obtenir un  $\chi^2$  supérieur à 1.10, 1.57, 1.88 sont respectivement de 66, 95 et 99%.

L'hypothèse de distribution gaussienne des  $\mathcal{C}_\ell(n_s, r)$  est toutefois erronée : idéalement, il faudrait calculer la fonction de vraisemblance des  $\mathcal{C}_\ell$ . En pratique, on peut supposer que la fonction de vraisemblance peut être approchée par une gaussienne au voisinage de son maximum, selon une procédure similaire à celle utilisée par Madcap et Master pour trouver les barres d'erreur sur les  $\mathcal{C}_\ell$ , hypothèse se traduisant notamment par la symétrie des barres d'erreurs autour de la valeur moyenne. On pourra trouver dans [50] une discussion des limitations de

---

3. Il est possible avec CAMB de lever cette restriction pour affiner l'ajustement [98]. On se restreint ici à des modèles très simples, qui sont actuellement compatibles avec les données existantes.

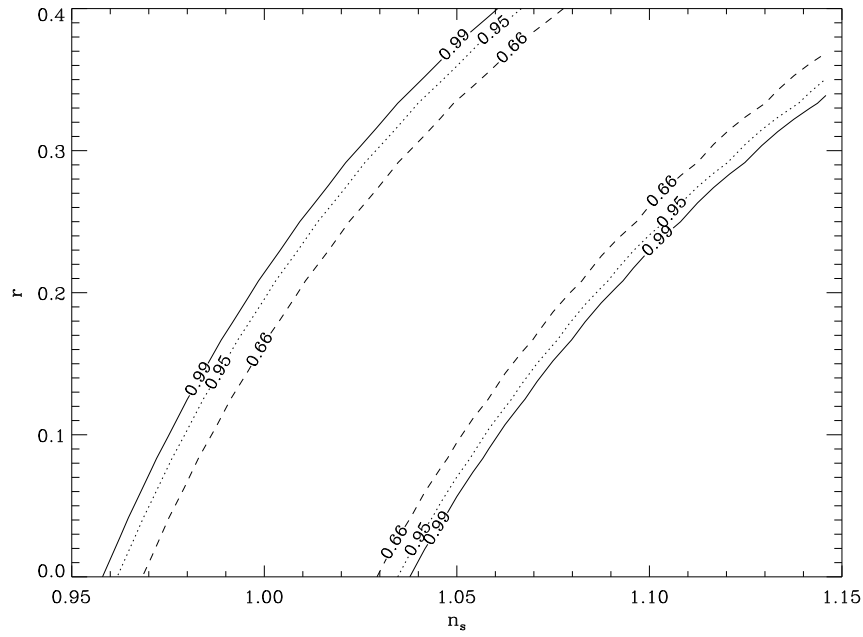


FIG. 7.1 – Les seuils à 66, 95 et 99% du  $\chi^2$  de la formule 7.2 obtenues avec les barres d'erreur sur les  $\mathcal{C}_\ell$  de la figure 4.1. Pour le modèle de référence,  $n_s = 1$ ,  $r = 0$ . Seuls  $n_s$  et  $r$  varient selon la grille donnée dans le texte, les autres paramètres sont fixes.

cette hypothèse. Les fonctions de vraisemblance construites par simulation avec Master montrent toutefois que l'approximation est acceptable, et ce, d'autant plus que  $ell$  est grand. On retiendra surtout que les contours d'exclusion doivent être considérés avec précaution, car l'hypothèse est d'autant moins bonne que l'on s'écarte du minimum. En particulier, certains modèles dont le  $\chi^2$  se situe dans les queues de distribution peuvent être exclus à tort.

Les résultats sont portés sur la figure 7.1. Ils montrent donc ce qu'on obtiendrait comme diagramme d'exclusion si le spectre  $\mathcal{C}_\ell$  réellement observé par Archeops était le spectre de référence. Ainsi, pour  $r = 0$ , l'incertitude sur  $n_s$  est de 0.03 à 66% de degré de confiance.

La forme très allongée des contours est le résultat d'une dégénérescence marquée entre les paramètres  $n_s$  et  $r$ . Elle s'observe très bien sur la figure 7.2, qui montre les spectres  $\mathcal{C}_\ell$  calculés pour trois couples  $(n_s, r)$  situés approximativement sur la courbe médiane entre les contours à 66% : les spectres sont pratiquement superposables sur tout l'intervalle  $0 < \ell < 1000$ . L'existence d'une telle dégénérescence provient du fait que le spectre  $\mathcal{C}_\ell$  est une superposition d'une partie générée par les fluctuations scalaires, qui sont décrites par  $n_s$  dans ce modèle, et d'une partie générée par les modes tensoriels, décrits par  $n_t$ , ou par  $r$ , auquel  $n_t$  est relié par la relation de cohérence du modèle inflationnaire sous-jacent. Le spectre des anisotropies en températures ne contraint donc qu'une combinaison

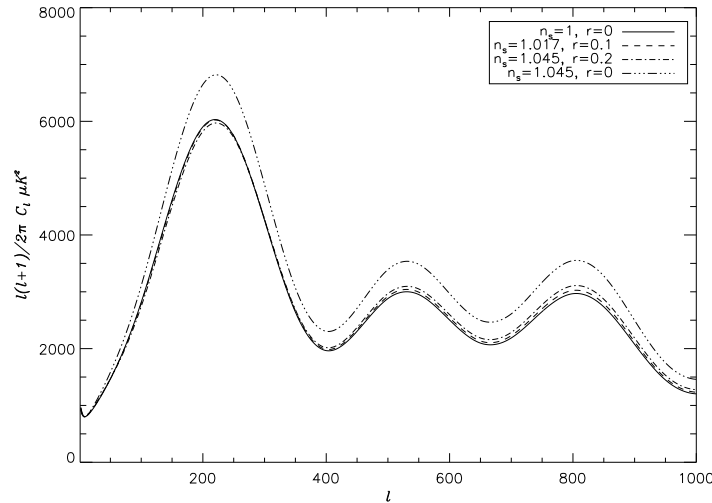


FIG. 7.2 – On montre trois spectres dont les paramètres  $n_s$  et  $r$  sont pris sur la médiane des contours à 66% de la figure 7.1, les autres paramètres étant ceux du modèle de référence. Les courbes sont pratiquement superposables partout. Un quatrième spectre, avec le  $n_s$  du troisième spectre et le  $r$  du premier est montré pour comparaison.

de  $n_s$  et  $r$  ; l'amélioration des contraintes passe donc par une expérience sensible à l'un des deux paramètres seuls, ou à une combinaison différente des deux, si possible orthogonale. La mesure du spectre des anisotropies des modes polarisés du CMB serait sensible aux fluctuations tensorielles indépendamment des fluctuations scalaires et pourrait donc permettre de contraindre  $r$  indépendamment de  $n_s$ . Une autre méthode consiste à combiner les résultats disponibles sur le spectre  $C_\ell$  avec les données sur les grandes structures ; par exemple, en utilisant le catalogue 2dF, la référence [134] trouve comme limite supérieure  $r < 0.7$  à 95% de degré de confiance.

Toutefois, comme  $r$  ne peut pas être négatif, les contours de la figure 7.2 permettent de donner une limite inférieure pour  $n_s$ . Si le spectre observé par Archeops était le spectre de référence, on obtiendrait ainsi  $n_s > 0.96$  de degré de confiance.

### 7.3 Archeops, Boomerang et Cobe

Le vol longue durée de Boomerang a fourni 19 mesures de  $C_\ell$  avec des barres d'erreur associées pour l'intervalle  $100 \leq \ell \leq 1000$  [123]. Les mesures d'Archeops complètent celles de Boomerang : la figure 7.3 montre les barres d'erreur de Boomerang ramenées sur le modèle de référence de la section 7.2, de même que celles d'Archeops.

Cette complémentarité suggère de combiner les barres d'erreur de Boomerang

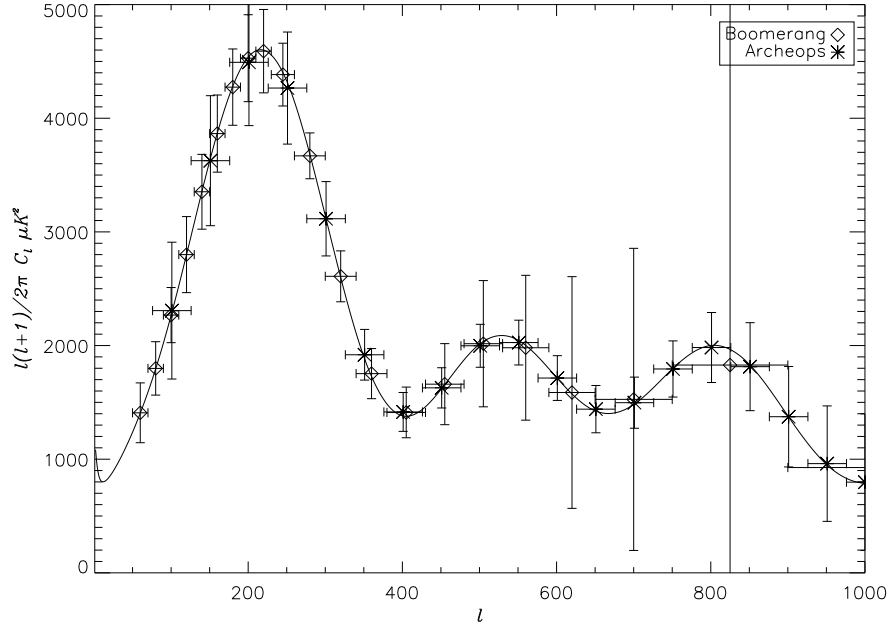


FIG. 7.3 – Les barres d'erreur simulées d'Archeops, déjà montrées sur la figure 4.1, et celles de Boomerang, ramenées sur le modèle de référence.

et d'Archeops pour appliquer la même démarche qu'en section 7.2. Le nombre de degrés de liberté à prendre en compte est  $n_i^{Arch} + n_i^{Boom} - 2$ , où  $n_i^{Arch}$  et  $n_i^{Boom}$  désignent respectivement le nombre d'intervalles  $\ell_i^{Arch}$  et  $\ell_i^{Boom}$  d'Archeops et de Boomerang. Le  $\chi^2$  s'écrit :

$$\chi^2(n_s, r) = \frac{1}{n_i^{Arch} + n_i^{Boom} - 2} \sum_{i=0}^{n_i^{Arch} - 1} \frac{\left( C_{\ell \in \ell_i^{Arch}}^{moy}(n_s, r) - C_{\ell \in \ell_i^{Arch}}^{ref, moy} \right)^2}{\left( \Delta C_{\ell_i^{Arch}}^{Arch} \right)^2} + \frac{1}{n_i^{Boom} + n_i^{Boom} - 2} \sum_{i=0}^{n_i^{Boom} - 1} \frac{\left( C_{\ell \in \ell_i^{Boom}}^{moy}(n_s, r) - C_{\ell \in \ell_i^{Boom}}^{ref, moy} \right)^2}{\left( \Delta C_{\ell_i^{Boom}}^{Boom} \right)^2} \quad (7.3)$$

On souhaite présenter sur la même figure les contours à 66% et 99% pour Archeops seul, Boomerang seul et la combinaison des deux. Pour garder le même nombre de degrés de liberté, et donc la même valeur de  $\chi^2$  correspondant à un contour, on calcule le  $\chi^2$  pour chaque expérience isolée à l'aide de la formule 7.3, dans laquelle les barres d'erreur de l'autre expérience ont été multipliées par 10000, ce qui revient à effectuer une marginalisation sur ses mesures.

Le résultat est présenté sur la figure 7.4. Elle montre que :

- la contrainte sur  $n_s$  pour  $r = 0$  est pratiquement identique pour Archeops seul et Boomerang seul : la moins bonne qualité des mesures d'Archeops pour les multipôles du deuxième pic acoustique et au-delà est compensée par sa meilleure qualité dans la montée du premier pic ;



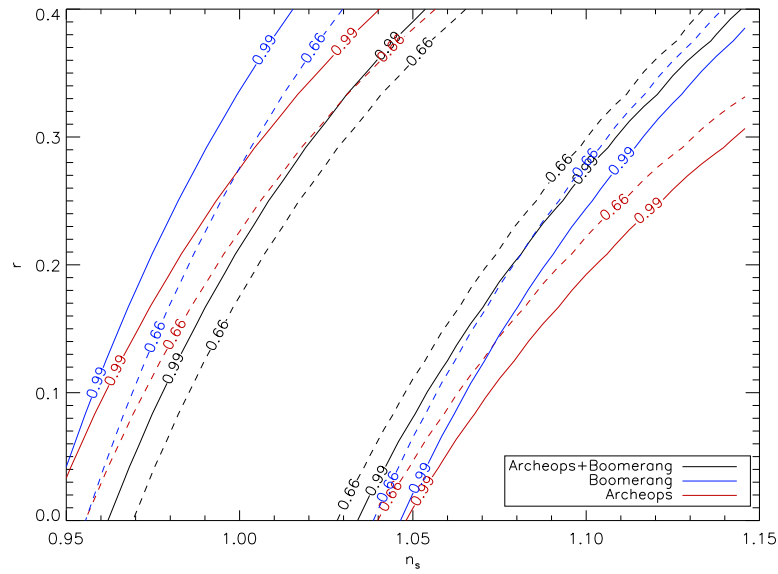


FIG. 7.4 – Les seuils à 66 et 99% du  $\chi^2$  de la formule 7.3 obtenues avec les barres d'erreur de la figure 7.3 pour Archeops seul (rouge), Boomerang seul (bleu) et la combinaison des deux (noir).

– les contours des deux expériences isolées diffèrent notablement pour  $r \sim 0.1$

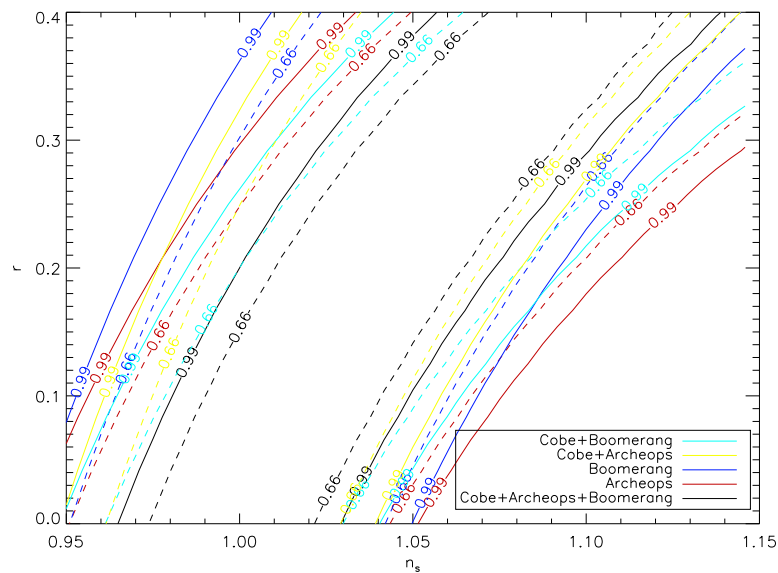


FIG. 7.5 – Les seuils à 66 et 99% du  $\chi^2$  obtenues avec les barres d'erreur de la figure 7.3 pour Archeops seul (rouge), Boomerang seul (bleu) et les combinaisons avec Cobe.

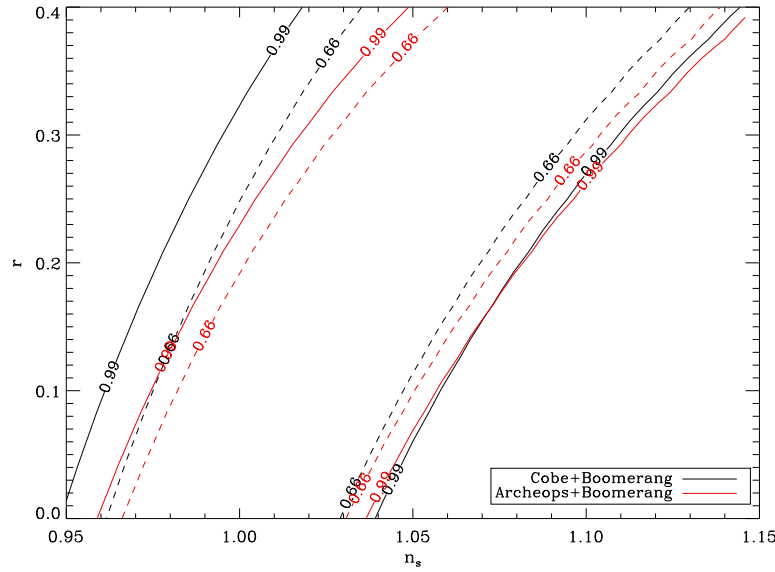


FIG. 7.6 – Les seuils à 66 et 99% du  $\chi^2$  obtenues avec les barres d'erreur de la figure 7.3 les combinaisons Cobe+Boomerang (noir), Archeops+Boomerang (rouge).

- ou plus grand ; la contrainte sur  $r$  d'Archeops semble du coup légèrement meilleure, ce qui s'explique par le fait que ce paramètre influe surtout sur la partie des bas  $\ell$  du spectre, à laquelle Archeops est davantage sensible ;
- la combinaison des deux expériences donne lieu à une amélioration très significative des contraintes : pour  $r = 0$ , la distance entre les contours à 66% est réduite d'environ 30% de la distance pour Archeops ou Boomerang seul.

De la même manière, on peut inclure les barres d'erreur obtenues par Cobe, pour des multipôles allant de 2 à 20 non couverts par les deux autres expériences. Le résultat est montré sur la figure 7.5. On constate que les combinaisons de Cobe et d'Archeops d'une part, de Cobe et de Boomerang d'autre part, donnent des contraintes similaires. Pour  $r = 0$ , la distance entre les contours à 66% est réduite d'environ 30% de la distance pour la combinaison de Boomerang et de Cobe, ce qui montre l'intérêt de couvrir la montée du premier pic acoustique.

Il est également intéressant de comparer les combinaisons de Boomerang et de Cobe d'une part, de Boomerang et d'Archeops d'autre part, la normalisation des spectre en fonction des résultats de Cobe étant toujours effectuée. Le résultat est montré sur la figure 7.6. On constate que le remplacement de Cobe par Archeops induit un resserrement net des contraintes : pour  $r = 0$ , la distance entre les contours à 66% est réduite d'environ 20%. Ce résultat peut s'interpréter de la manière suivante. Les points obtenus par Cobe sont sur le plateau de Sachs-Wolfe, ils donnent donc essentiellement la hauteur absolue de celui-ci, que l'on conserve lors du calcul des spectres. Les points d'Archeops décrivent toute la

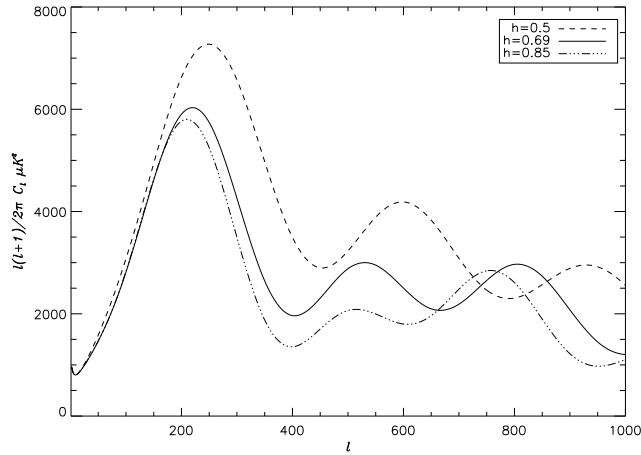


FIG. 7.7 – Les modèles en trait interrompu, continu et mixte sont calculés respectivement pour  $h = 0.50$ ,  $h = 0.69$  et  $h = 0.85$ . On a pris  $n_s = 1$  et  $r = 0$ .

montée du premier pic en incluant le plateau de Sachs-Wolfe, et donc fournissent une information similaire à Cobe pour le plateau.

## 7.4 Compléments

Le cadre dans lequel on s'est placé est volontairement très restrictif. On étudie ici brièvement l'effet sur les paramètres sur les contraintes apportées sur  $n_s$  et  $r$ , du changement des hypothèses des valeurs de  $h$  puis de  $\Omega_\Lambda$ .

### 7.4.1 Changement de $h$

On reprend la même démarche qu'en section 7.2, mais en prenant respectivement  $h = 0.5$  et  $h = 0.85$  pour le modèle de référence. Ce paramètre, lorsque tous les autres sont fixés, joue sur la hauteur relative des pics par rapport au plateau, comme le montre la figure 7.7. L'amplitude relative des pics est d'autant plus grande que  $h$  est petit. Les barres d'erreur gardent la même amplitude, mais leur centre est ramené sur le modèle de référence qui a  $n_s = 1$  et  $r = 0$ . Le rapport entre l'amplitude de la barre d'erreur et la valeur du point central est donc d'autant plus petit que  $h$  est petit ; on s'attend donc à ce qu'une diminution de  $h$  entraîne un resserrement des contraintes dans le plan  $(n_s, r)$ .

La figure 7.8 montre que tel est en effet le cas. Elle donne les contours à 66, 95 et 99% pour  $h = 0.5$ ,  $h = 0.69$  et  $h = 0.85$ . Le choix de  $h = 0.69$  conduit donc à des contraintes intermédiaires entre celles fournies par deux valeurs par ailleurs exclues par les mesures du Hubble Space Telescope Key Project [59] (voir section 1.2).

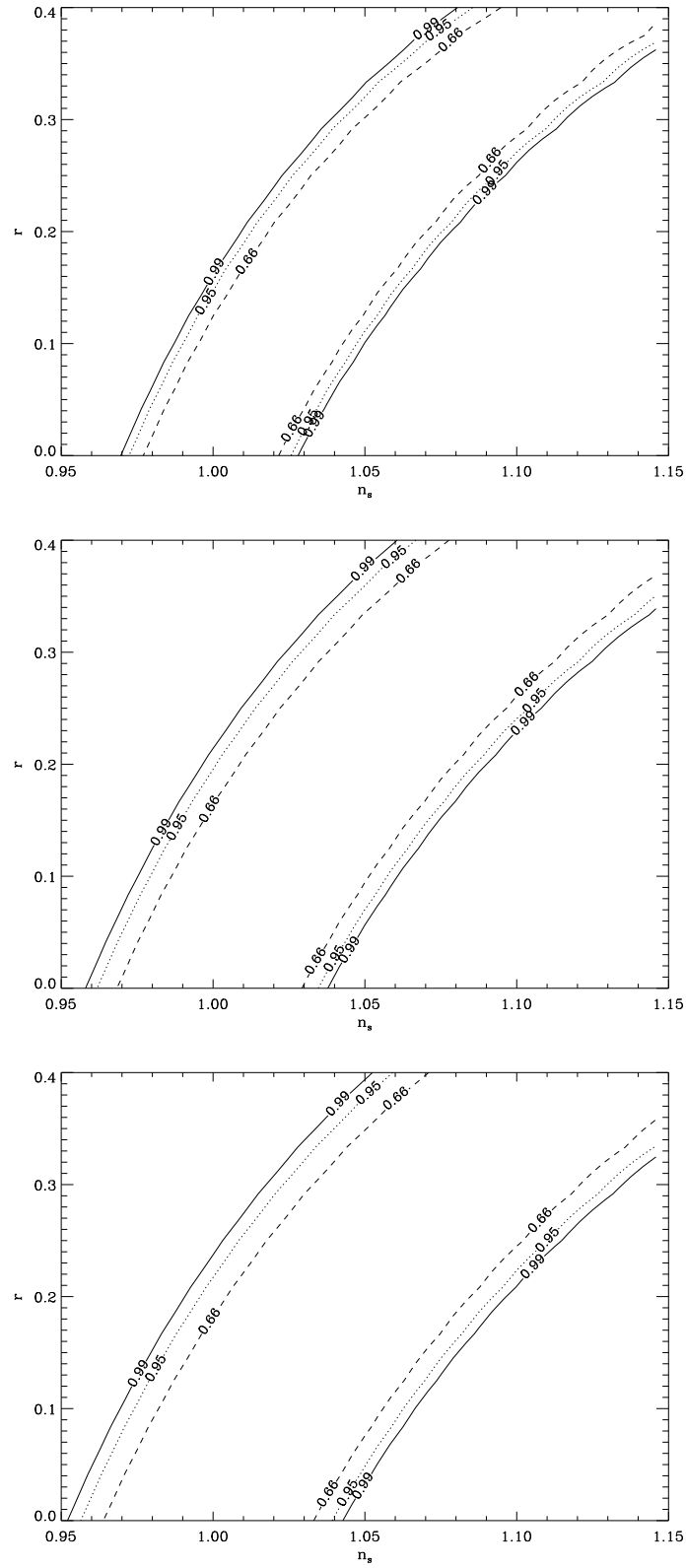
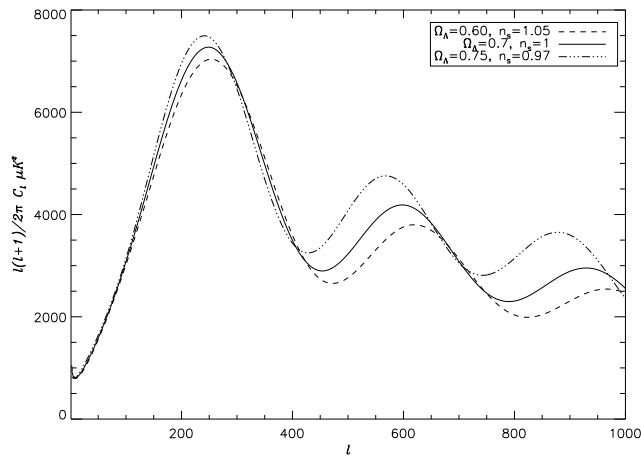


FIG. 7.8 – Diagrammes dans le plan  $(n_s, r)$  obtenus pour trois valeurs de  $h$ , 0.5, 0.69 et 0.85 de haut en bas.

FIG. 7.9 – dégénérescence entre  $n_s$  et  $\Omega_\Lambda$ .

### 7.4.2 Changement de $\Omega_\Lambda$

On reprend le même travail en considérant plusieurs valeurs possibles pour  $\Omega_\Lambda$ ,  $h$  étant fixé à 0.5. Les paramètres  $n_s$  et  $\Omega_\Lambda$  présentent une dégénérescence, ce qui est montré sur la figure 7.9. Cette dernière peut également être vue en calculant une grille de modèle dans laquelle  $n_s$  et  $\Omega_\Lambda$  sont autorisés à varier entre 0.85 et 1.25, 0 et 1 respectivement,  $r$  restant fixé à 0. On montre sur la figure 7.10 les contours correspondants à 66, 95 et 99%. Dans ce cas, le modèle de référence est caractérisé par  $\Omega_\Lambda = 0.7$  et  $n_s = 1$ . Cette dégénérescence n'est pas toutefois aussi forte que celle liant  $n_s$  et  $r$ , elle se brise à partir du deuxième pic acoustique.

On considère les contours associés à trois valeurs de  $\Omega_\Lambda$ , de 0.5, 0.7 et 0.9

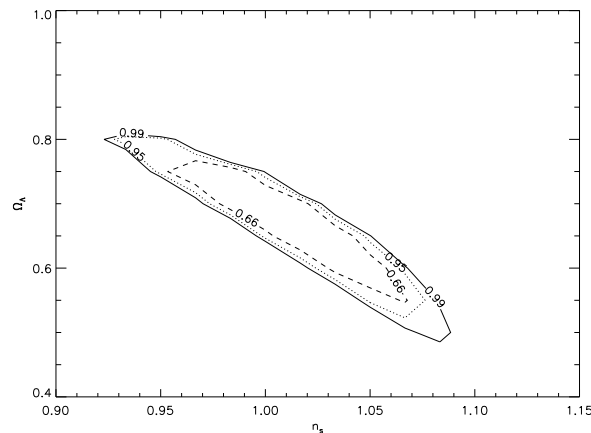


FIG. 7.10 – Les seuils à 66 et 99% du  $\chi^2$  dans le plan  $(n_s, \Omega_\Lambda)$ ,  $r$  étant fixé à zéro. La forme allongée des contours, signe de dégénérescence, se traduit par les spectres de la figure 7.9

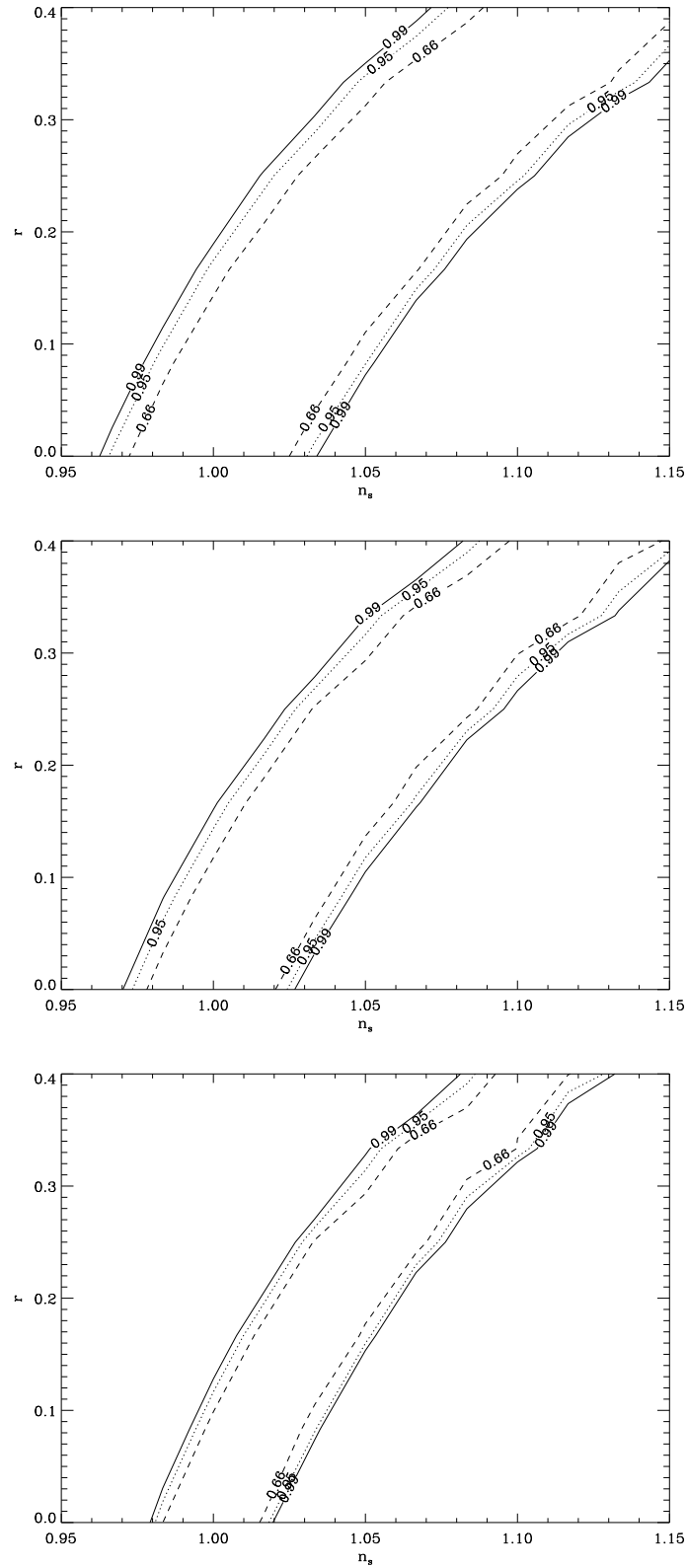


FIG. 7.11 – Diagrammes dans le plan  $(n_s, r)$  obtenus pour trois valeurs de  $\Omega_\Lambda$ , 0.5, 0.7 et 0.9 de haut en bas.

respectivement, pour le modèle de référence. L'augmentation de  $\Omega_\Lambda$ , les autres paramètres restant fixes, a pour effet d'augmenter la hauteur relative des pics par rapport au plateau (voir figure 2.11 page 54). Le raisonnement effectué dans le cas de  $h$  s'applique donc, on s'attend à un resserrement des contraintes dans le plan  $(n_s, r)$  lorsque  $\Omega_\Lambda$  est grand. L'effet est montré sur la figure 7.11.

## 7.5 Application au modèle hybride quadratique

Les résultats portés sur la figure 7.1 peuvent être exploités dans le cadre du modèle hybride quadratique présenté dans la section 3.2. L'objectif est de montrer ce qu'Archeops peut apporter comme contraintes sur les paramètres physiques de ce modèle.

Les notations sont les mêmes que dans la section 3.2. Le modèle possède quatre paramètres physiques indépendants,  $\lambda$ ,  $M$ ,  $m$  et  $g$ , que l'on souhaite relier aux paramètres observables  $n_s$  et  $r$ , qui vont pouvoir s'exprimer à l'aide de deux combinaisons des paramètres physiques. Afin de manipuler des quantités sans dimensions, on introduit les paramètres réduits :

$$x = \frac{\phi_{60}}{m_{pl}} \quad c = \frac{m_{pl}^2 m^2}{2\pi\lambda M^4} \quad (7.4)$$

où  $\phi_{60}$  est la valeur du champ lorsque le taux d'inflation vaut 60 ; cela correspond à la sortie de l'horizon des plus grandes échelles observées par le CMB, est c'est pour cette valeur que doivent être évalués les paramètres de roulement  $\epsilon$  et  $\eta$ . Ce paramètre se relie aux paramètres du modèle en utilisant l'expression approchée de  $N$  dans l'hypothèse de roulement lent 3.10 et en prenant comme valeur de champ de fin de l'inflation la valeur critique pour laquelle le minimum du potentiel ne vérifie plus  $\psi = 0$  (voir équation 3.13) :

$$\phi_{60} = \frac{\sqrt{\lambda} M}{g} e^{cN} \quad (7.5)$$

On trouve pour les paramètres de roulement lent, à partir des relations 3.9 :

$$\begin{cases} \epsilon &= \frac{4\pi c^2 x^2}{(1+4\pi c x^2)^2} \\ \eta &= \frac{c}{1+4\pi c x^2} \end{cases} \quad (7.6)$$

Les conditions de roulement lent  $\epsilon, \eta < 1$  sont vérifiées lorsque  $c$  et  $x$  sont inférieurs à 1 ;  $c$  a d'ailleurs été construit pour cela. Pour  $x$ , cette limite correspond également à limitation physique réaliste si on considère que la masse de l'inflaton doit être plus petite que la masse de Planck.

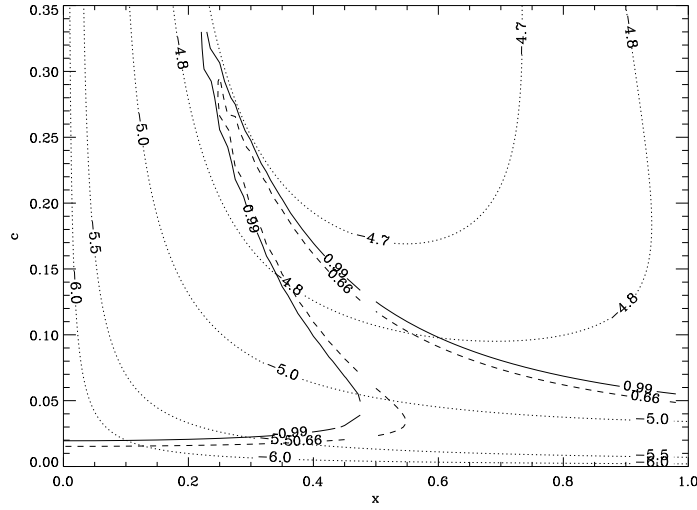


FIG. 7.12 – Pour chaque couple de paramètres  $x$  et  $c$  du modèle hybride quadratique, on calcule  $n_s$  et  $r$  et on y associe le  $\chi^2$  correspondant. On a tracé les lignes correspondant à une probabilité d’avoir un  $\chi^2$  supérieur de 66 (trait interrompu) et 99% (trait plein). Ces lignes sont ouvertes pour  $c = 0.33$  car aucun modèle n’a été calculé au-delà de cette valeur. Les lignes en pointillés sont les lignes de niveau de  $m/m_{pl}$  en unité logarithmique.

En utilisant les relations 3.20 et 3.22, on trouve pour  $n_s$  et pour  $r$  :

$$\begin{cases} n_s = 1 + \frac{2c}{1+4\pi cx^2} \left(1 - \frac{12\pi cx^2}{1+4\pi cx^2}\right) \\ r = \frac{16\pi^2 c^2 x^2}{(1+4\pi cx^2)^2} \end{cases} \quad (7.7)$$

Il est alors possible de calculer les paramètres  $n_s$  et  $r$  obtenus pour une série des valeurs de  $x$  et  $c$ , de calculer les paramètres  $n_s$  et  $r$  correspondant puis le  $\chi^2$  de l’équation 7.2 en prenant le même spectre de référence. On obtient donc le diagramme d’exclusion dans le plan des paramètres  $x$  et  $c$  qu’Archeops obtiendrait s’il observait effectivement le spectre de référence. Le résultat est porté sur la figure 7.12. Les valeurs de  $\chi^2$  telles que la probabilité d’avoir un  $\chi^2$  supérieur soient de 66 et 99% sont données sur la figure, comme le passage 7.7 de  $(x, c)$  à  $(n_s, r)$  est biunivoque, cela correspond aux contours à 66 et 99% pour  $(x, c)$  dans le cadre du modèle de référence choisi.

Le modèle possède quatre paramètres indépendants :  $\lambda, M, g$  et  $m$ , que l’on a combiné en deux paramètres  $x$  et  $c$  qui suffisent à déterminer  $n_s$  et  $r$ . Il est donc possible d’introduire un troisième paramètre indépendant de  $x$  et  $c$ , et donc de  $n_s$  et  $r$  : on prend le rapport entre la masse de l’inflaton  $m$  et la masse de Planck. On peut relier ce paramètre à  $x$  et  $c$  à condition d’introduire une contrainte supplémentaire, la normalisation obtenue par Cobe  $\delta_H(n_s, r)$  de l’équation 3.23



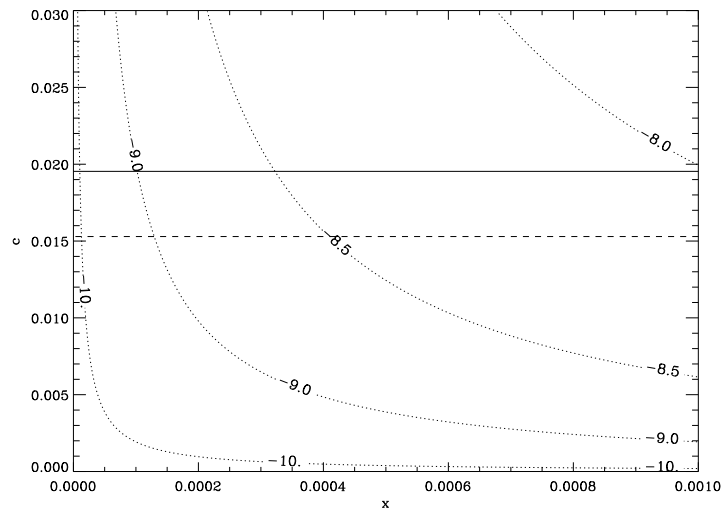


FIG. 7.13 – Agrandissement de la figure 7.12 pour  $x < 10^{-3}$ .

[34][35]. En utilisant la relation de définition de l'amplitude des fluctuations de densité  $\delta_H$  3.17 évaluée pour  $N = 60$  et  $\Omega_\Lambda = 0.7$ , on aboutit à :

$$\frac{m}{m_{pl}} = \sqrt{\frac{75\pi^2 c^3 x^2}{(1 + 4\pi c x^2)^3}} \delta_H(x, c) \quad (7.8)$$

On a porté sur la figure 7.12 les lignes de niveau pour  $m/m_{pl}$  en unités logarith-

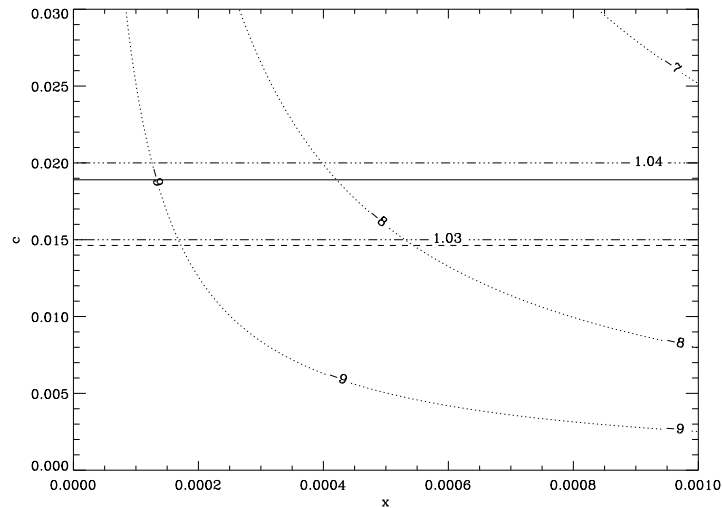


FIG. 7.14 – Agrandissement de la figure 7.12 pour  $x < 10^{-3}$ . On donne les courbes de niveau pour  $n_s$  (en trait mixte) et  $r$  (trait pointillé, les chiffres donnent la puissance de 10).

miques. Si le spectre observé par Archeops est bien celui pris comme référence pour le calcul des  $\chi^2$ , alors on peut exclure les masses  $m > 10^{-4.7} m_{pl} \approx 2 \times 10^{14}$  GeV. Dans ce cas, l'inflaton ne peut être le champ de Higgs de la GUT, soit  $10^{16}$  GeV.

Il est possible de porter des contraintes plus sévères en ajoutant des hypothèses supplémentaires de façon à sélectionner une zone précise de la figure 7.12. En particulier, en supposant que  $\phi_{60}$  doit être inférieur à l'échelle GUT, on obtient  $x < 10^{-3}$  et on se retrouve donc dans le coin inférieur gauche de la figure 7.12. La figure 7.13 montre un agrandissement de cette région. On exclut ainsi  $m > 10^{-8} m_{pl}$ , ainsi que  $n_s > 1.04$  et  $r > 10^{-7}$  (voir figure 7.14): cette très faible contribution des perturbations tensorielles est une caractéristique de ce modèle, dans lequel  $\epsilon$  et donc  $r$  est du deuxième ordre en  $\phi/m_{pl}$ .

On peut reprendre le même travail en combinant les barres d'erreur d'Archeops avec celles obtenues par Boomerang et Cobe, selon la procédure donnée en section 7.3. Le résultat est montré sur la figure 7.15. Le resserrement des contraintes est sensible dans la partie  $x < 0.3$ , où le contour à 99% obtenu avec Archeops seul coïncide avec celui à 66% obtenu en combinant les deux expériences. On notera surtout l'exclusion d'une région autour de  $x = 0.5$ ,  $r = 0.04$ . L'apport d'Archeops à la détermination des paramètres inflationnaires est donc tout à fait net.

Ceci montre l'intérêt de combiner plusieurs expériences couvrant des régions complémentaires du spectre de puissance angulaire; toutefois, des mesures de polarisation seraient nécessaires pour lever la dégénérescence en  $n_s$  et  $r$ , qui se traduit par une dégénérescence en  $x$  et  $c$ .

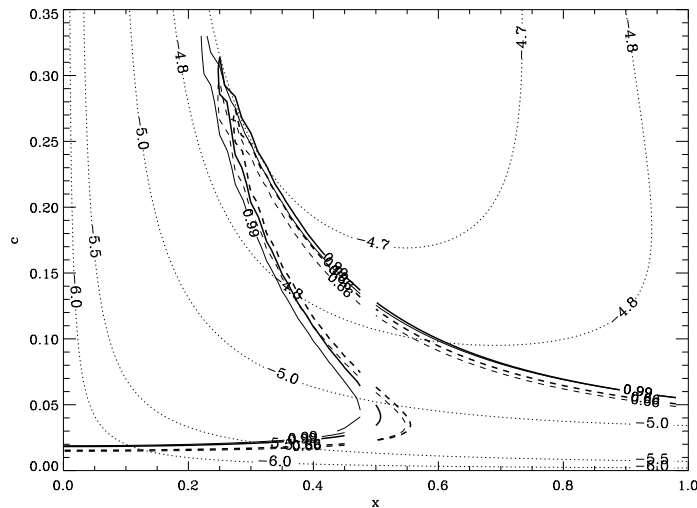


FIG. 7.15 – Même figure que la figure 7.12 en rajoutant les barres d'erreur de Cobe et de Boomerang (en gras).

## 7.6 Conclusion

La méthode mise en œuvre dans ce chapitre permet d'obtenir les contraintes qu'Archeops est susceptible d'apporter sur  $n_s$  et  $r$ . Lorsqu'on rajoute les points du spectre de puissance angulaire obtenus par Archeops à ceux de Cobe et de Boomerang, on obtient un resserrement significatif, de 30% environ, de la contrainte sur  $n_s$  à  $r = 0$ . Ce résultat montre, s'il en était besoin, l'utilité d'expériences comme Archeops, couvrant une large portion du ciel. Ces contraintes sur les paramètres observables  $n_s$  et  $r$  découlent sur des contraintes sur les paramètres physiques d'un modèle inflationnaire donné.

Cette méthode repose sur un certain nombre d'hypothèses servant à simplifier les calculs. Il est possible d'en relâcher certaines pour affiner les résultats. Par exemple, on peut permettre à tous les paramètres de 7.1 de varier dans une large fourchette, et ensuite de procéder à une marginalisation sur les paramètres autres que  $n_s$  et  $r$  plutôt que de les fixer ; ceci est cependant coûteux en temps de calcul et en espace mémoire. En outre, il est possible de relâcher l'hypothèse de distribution gaussienne des  $\mathcal{C}_\ell$  en construisant la fonction de vraisemblance à l'aide de simulations, par exemple à l'aide de la méthode Master.



# Conclusion

Ce travail de thèse a porté sur la préparation des trois vols d'Archeops et l'analyse des données obtenues. Cette expérience embarquée en ballon a pu cartographier les anisotropies du CMB à une résolution de 10 minutes d'arc en couvrant environ 30% du ciel. Les détecteurs utilisés, des bolomètres, sont du même type que ceux de l'instrument haute fréquence (HFI) de Planck ; le succès d'Archeops, dont témoigne la qualité des données prises au cours du vol du 7 février 2002, est donc une étape clé dans le développement de cette mission satellite, dont le lancement est prévu en 2007.

L'existence du CMB est l'un des piliers du modèle cosmologique standard, que j'ai brièvement exposé dans le premier chapitre. Ce modèle est décrit par un jeu de paramètres dont la détermination est l'un des objectifs majeurs de la cosmologie observationnelle depuis les travaux de Hubble et Sandage. Les anisotropies du CMB occupent une place de choix dans cette recherche, car, comme je l'ai expliqué au chapitre 2, le spectre de puissance angulaire de ces anisotropies dépend linéairement de ces paramètres, ou de combinaisons de ces paramètres.

Ces anisotropies en températures sont le reflet de fluctuations scalaires et tensorielles primordiales. Les modèles inflationnaires proposent un scénario pour leur formation de ces dernières et conduisent, du moins pour les modèles auxquels je me suis restreint au cours de cette thèse, à des prédictions que les mesures du spectre de puissance angulaire du CMB peuvent tester : en particulier, ces fluctuations sont décrites par deux spectres de puissance quasiment invariants d'échelle, et dépendants l'un de l'autre. Les spectres sont donc paramétrés par deux indices spectraux et un rapport de puissance reliés entre eux par une relation de cohérence. Les valeurs de ces paramètres observables permettent de contraindre les paramètres physiques, tels que la masse de l'inflaton, d'un modèle inflationnaire spécifique choisi. Ces contraintes sont du plus grand intérêt pour explorer la physique que les modèles inflationnaires décrivent encore d'une manière essentiellement phénoménologique. Dans cette thèse, j'ai pu montrer que, dans le cadre du modèle inflationnaire hybride à champ quadratique, et si les paramètres cosmologiques ont les valeurs qui ont été considérées dans le chapitre 7, Archeops est susceptible d'exclure une masse d'inflaton supérieure à la masse de GUT.

Archeops est une expérience bien placée pour fournir de telles contraintes. La large portion du ciel qu'il couvre, alliée à la haute résolution de ses détecteurs bolométriques, lui permet de mesurer le spectre de puissance angulaire entre les multipôles 40 et 800, ce qui inclut notamment une zone peu explorée intermédiaire entre les régions explorées par deux autres expériences qui font référence dans ce

domaine, Cobe et Boomerang.

Avec des expériences comme Archeops s'ouvre le temps des grands volumes de données. Ainsi, chacun des 22 bolomètres d'Archeops a fourni environ  $4.5 \times 10^6$  points de mesure pour le vol du 29 janvier 2001, qui se projettent en  $6 \times 10^5$  pixels sur le ciel. Un tel volume, qui ne fait que préfigurer celui que constituera l'ensemble des données de la mission satellite Planck, impose la conception de codes de cartographie donnant une solution proche de la solution optimale avec un bon compromis précision/rapidité. J'ai testé trois de ces codes dans le chapitre 6.

Ces codes effectuent cependant l'hypothèse que le bruit sur les données ordonnées en temps est stationnaire et gaussien. Cela implique un traitement en amont des données, que j'ai amplement développé dans le chapitre 5. Je rappelle qu'il inclut notamment les étapes suivantes : enlever les données corrompues et les remplacer par une réalisation contrainte de bruit ; soustraire les dérives basse fréquence, dues à des effets thermiques ou atmosphériques, en utilisant les thermomètres comme patrons ; réduire les structures haute fréquence en tirant profit de leur présence également sur les données des thermomètres du plan focal. J'ai pu montrer que le traitement haute fréquence permettait, du moins pour certains bolomètres, de satisfaire l'hypothèse de gaussianité et de stationnarité formulée par les codes de cartographie.

Les différents filtrages utilisées à ce stade sont incorporés dans la chaîne de calcul du spectre de puissance angulaire. Les simulations des barres d'erreur sur ce spectre conduisent à des contraintes sur l'indice spectral scalaire et sur le rapport entre les puissances des modes tensoriels et scalaires, comme je l'ai montré au chapitre 7. Les mesures d'Archeops conduisent en outre à un resserrement des contraintes sur ces paramètres obtenues par Cobe et Boomerang, et donc à un resserrement des contraintes sur le modèle inflationnaire choisi pour générer les fluctuations scalaires et tensorielles.

Archeops cependant ne constitue qu'une étape dans l'étude des anisotropies du CMB. Le satellite Map, qui devrait fournir ses premiers résultats dans les mois qui viennent, et Planck, permettront d'achever la mesure du spectre de puissance angulaire. L'amélioration des contraintes sur les paramètres cosmologiques viendra alors de l'utilisation d'autres sources d'information, comme la polarisation du CMB, les supernovae de type Ia ou les grandes structures de l'Univers, afin de lever les dégénérescences du spectre de puissance angulaire. Cette quête de la précision dans les paramètres fournira également des contraintes de plus en plus fortes sur les modèles inflationnaires et éclairera la physique des énergies allant de l'échelle GUT à l'échelle de Planck, au-delà des énergies accessibles par les accélérateurs de particules.

Incontestablement, la période que nous vivons constitue un âge d'or pour la cosmologie observationnelle et la physique de l'Univers primordial.

Grenoble, 28 juin 2002

# Annexe A

## Compléments sur le modèle standard

### A.1 Démonstration des équations de Friedmann

Commençons par donner brièvement les bases de Relativité Générale nécessaires à la dérivation des équations de Friedmann. D'après la Relativité Générale, l'espace-temps est assimilé géométriquement à une variété différentiable de Riemann, décrite par deux tenseurs, le tenseur métrique  $g_{ij}$  (tel qu'un intervalle élémentaire  $ds^2$  satisfasse à la relation<sup>1</sup>  $ds^2 = g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu$ ), et le tenseur de courbure de Riemann  $R_{\mu\nu\rho\lambda}$ , lequel satisfait à :

$$R_{\mu\nu\rho\lambda} = \frac{1}{2} (\partial_{\lambda\nu}g_{\mu\rho} - \partial_{\lambda\mu}g_{\nu\rho} - \partial_{\nu\rho}g_{\mu\lambda} + \partial_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}) + g_{\alpha\beta} \left( \Gamma_{\rho\mu}^\alpha \Gamma_{\nu\lambda}^\beta - \Gamma_{\lambda\mu}^\alpha \Gamma_{\rho\nu}^\beta \right) \quad (\text{A.1})$$

où  $\partial_{nj} \equiv \partial/\partial x_n \partial x_j$  et où les  $\Gamma_{\rho\mu}^\alpha$  sont les symboles de connexion de Christoffel<sup>2</sup> :

$$\Gamma_{\rho\mu}^\alpha = \frac{1}{2} (\partial_\rho g_{\mu\alpha} + \partial_\mu g_{\rho\alpha} - \partial_\alpha g_{\rho\mu}) \quad (\text{A.2})$$

On utilise surtout les contractions sur deux indices (tenseur de Ricci  $R_{\mu\nu}$ ) et sur quatre indices (scalaire de Ricci  $R$ ) du tenseur de Riemann.

Le contenu (masse et énergie) de l'Univers est décrit par le tenseur énergie-impulsion  $T_{\mu\nu}$ . Les équations d'Einstein mettent en relation ce tenseur avec les

---

1. On emploie la notation de sommation implicite, les indices grecs vont de 0 à 3, les indices romains de 1 à 3. L'indice 0 est affecté à la coordonnée temporelle.

2. Ce ne sont pas des tenseurs. En tout point, il est possible de choisir un repère dans lequel on retrouve les propriétés de l'espace de Minkowski (euclidien), dans lequel on a  $g_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  et où les symboles de Christoffel s'annulent. Ce repère est dit localement inertiel.

contractions du tenseur de Riemann :

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (\text{A.3})$$

où  $G_{\mu\nu}$  est le tenseur d'Einstein et  $\Lambda$  la constante cosmologique, laquelle peut s'interpréter comme une énergie du vide (le terme subsiste dans un Univers vide où  $T_{\mu\nu}$  s'annule, comme dans l'Univers de de Sitter). Les tenseurs sont de rang deux, mais comme ils sont symétriques, il n'y a que dix équations, dont six seulement sont indépendantes du fait de l'arbitraire dans le choix du système de coordonnées. Les équations A.3 ne peuvent se résoudre de manière générale ; en cosmologie, on commence par se donner la métrique, la métrique de Robertson Walker (voir 1.1.2) :

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 \right) \quad (\text{A.4})$$

Chaque composante de matière peut en outre être considérée comme un fluide parfait isotrope dans les coordonnées  $(t, r, \vartheta, \varphi)$ , ce qui se justifie par le principe cosmologique et par les faibles densités qui interviennent. Le tenseur énergie-impulsion est alors :

$$T^\mu{}_\nu = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (\text{A.5})$$

où  $\rho$  est la densité d'énergie et  $p$  la pression. En l'absence de terme de source,  $T_{\mu\nu}$  satisfait à la loi de conservation<sup>3</sup> :

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{A.6})$$

qui entraîne :

$$p da^3(t) + d(\rho a^3(t)) = 0 \quad (\text{A.7})$$

dont on notera la similitude formelle avec la relation habituelle de la thermodynamique :

$$TdS = 0 = pdV + dU \quad (\text{A.8})$$

---

3. On remarquera la similitude formelle de cette équation avec l'équation de continuité newtonienne  $\partial\rho/\partial t + \nabla(\rho\mathbf{v}) = 0$ .



Les équations de Friedmann [60][61] s'obtiennent à partir des équations d'Einstein A.3 en prenant comme métrique celle de Robertson-Walker A.4 et comme tenseur énergie-impulsion celui pour un fluide parfait A.5. On commence par expliciter le tenseur métrique de 1.3 à partir de la relation  $ds^2 = g_{\mu\nu}x^\mu x^\nu$  où  $x$  est le quadrivecteur  $x^\mu = (t, r, \vartheta, \varphi)$ . En identifiant avec 1.3, il vient :

$$g_{\mu\nu} = \text{diag} \left[ 1, -a(t)^2 \left( \frac{1}{1 - \kappa r^2}, r^2, r^2 \sin^2 \vartheta \right) \right] \quad (\text{A.9})$$

Comme  $g_{\mu\nu}$  est diagonal, on a  $g^{\mu\nu} = (g_{\mu\nu})^{-1}$ , soit :

$$g^{\mu\nu} = \text{diag} \left[ 1, -\frac{1}{a(t)^2} \left( 1 - \kappa r^2, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right) \right] \quad (\text{A.10})$$

Le tenseur de Ricci intervenant dans A.3 est la contraction sur les indices 0 et 2 du tenseur de Riemann :

$$R_{\mu\nu} \equiv R^\rho{}_{\mu\rho\nu} = \partial_\rho \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\rho}^\rho + \Gamma_{\mu\nu}^\tau \Gamma_{\tau\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\tau \Gamma_{\tau\nu}^\rho \quad (\text{A.11})$$

La forme simple du tenseur métrique permet de calculer facilement les symboles de connexion à partir de leur expression A.2. Les symboles non nuls sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Gamma_{ij}^0 = -\frac{\dot{a}}{a} g_{ij} & \Gamma_{0j}^i = \frac{\dot{a}}{a} \delta_j^i \\ \Gamma_{11}^1 = \frac{\kappa r}{1 - \kappa r^2} & \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r} \\ \Gamma_{22}^1 = -r(1 - \kappa r^2) & \Gamma_{33}^1 = -(1 - \kappa r^2) r \sin^2 \vartheta \\ \Gamma_{33}^2 = -\sin \vartheta \cos \vartheta & \Gamma_{23}^3 = \cot \vartheta \end{array} \right. \quad (\text{A.12})$$

où les points représentent la dérivation par rapport au temps. On peut alors calculer les éléments du tenseur de Ricci à partir de son expression A.11. On trouve que le tenseur est diagonal :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} \\ R_{ii} = -\left( \frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{\kappa}{a^2} \right) g_{ii} \end{array} \right. \quad (\text{A.13})$$

Le scalaire de Ricci est la contraction du tenseur de Ricci, soit  $R = g^{00}R_{00} + g^{ij}R_{ji}$ . On trouve :

$$R = -6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} \right) \quad (\text{A.14})$$

Le tenseur énergie-impulsion deux fois covariant se trouve à partir de l'équation A.5 en abaissant l'indice contravariant avec le tenseur métrique,  $T_{\mu\mu} = g_{\mu\mu}T^{\mu}_{\mu}$ .

$$\begin{cases} T_{00} = T^0_0 \\ T_{ii} = g_{ii}T^i_i \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

La composante 0-0 de l'équation d'Einstein A.3 donne :

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (\text{A.16})$$

Les composantes i-i donnent :

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} = -8\pi Gp + \Lambda \quad (\text{A.17})$$

En soustrayant A.16 de A.17 on trouve la relation sur l'accélération :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (\text{A.18})$$

Les équations 1.7 et 1.8 sont les équations de Friedmann. On peut rajouter aussi A.7, avec laquelle 1.7 et 1.8 forment un système de trois équations non indépendantes.

## A.2 Les horizons

Une des propriétés fondamentales de l'Univers décrit par la métrique de Robertson-Walker et les équations de Friedmann est qu'il possède des horizons et des échelles fondamentales. Précisons brièvement leur nomenclature.

L'expansion et l'âge fini de l'Univers font qu'un observateur situé en  $r = 0$ ,  $t = t_0$  ne peut pas avoir accès à certains événements que les coordonnées placent au-delà de ce qu'on appelle l'horizon des particules. Si l'observateur voit une source située en  $r = r_1$ ,  $t = t_1$ , on écrit que les photons suivent une géodésique  $ds^2 = 0$ , ce qui conduit à :

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - \kappa r^2}} = \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (\text{A.19})$$

Si la densité de l'Univers est dominée par la contribution du rayonnement ou de la matière, l'intégrale de droite est convergente à la limite  $t_1 \rightarrow 0$ , ce qui borne  $r_1$  à  $r_{Hor}$  :

$$\int_0^{r_{Hor}} \frac{dr}{\sqrt{1 - \kappa r^2}} = \int_0^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (\text{A.20})$$

et la distance  $d_{Hor}(t_0) = a(t_0)r_{Hor}(t_0)$  définit l'horizon des particules pour un observateur en  $t = t_0$ . Le rayon de Hubble, défini par l'équation 1.9 page 16, qui ne dépend que de  $t$  est distinct de l'horizon des particules, qui dépend de l'évolution du facteur d'échelle jusqu'à  $t$ .

On rencontre aussi la notion d'horizon des événements, qui indique que certains événements ne seront jamais accessibles à un observateur donné. Ceci arrive lorsque l'intégrale de A.19 est convergente à la limite  $t_1 \rightarrow \infty$ , ce qui est le cas par exemple pour un Univers à courbure positive à constante cosmologique nulle.

### A.3 La thermodynamique dans un Univers en expansion

On considère différentes espèces de particules  $2 \leq i \leq N$  en équilibre thermodynamique dans l'Univers primordial à l'instant  $t$ , ce qui permet de définir la température de l'Univers  $T$  comme étant la température de cet équilibre. Cette thermalisation de particules se fait par les forces de courte portée (et par la force électromagnétique, dont la portée effective est courte par effet d'écrantage). On suppose que ces interactions ne modifient pas la forme des fonctions de distribution des particules, respectivement de Bose-Einstein pour les bosons, de Fermi-Dirac pour les fermions :

$$f_i(p,t) = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_i}{T_i(t)}\right) \pm 1} \quad (\text{A.21})$$

avec  $+$  pour les fermions,  $-$  pour les bosons,  $g_i$  est le facteur de spin,  $\mu_i$  est le potentiel chimique,  $T_i$  est la température de l'espèce  $i$ , égale à  $T$  si l'équilibre est réalisé,  $E$  est l'énergie avec  $E^2 = p^2 + m_i^2$  où  $m_i$  est la masse au repos et  $p$  est la norme de l'impulsion. En cas d'équilibre, les potentiels chimiques ne sont pas indépendants (dans une réaction, la somme des potentiels des réactifs est égale à celle des produits). Si  $\Gamma < H$ , il y a découplage et rupture de l'équilibre ; l'espèce concernée évolue alors indépendamment, avec une impulsion  $p \propto 1/a$  [89]. La connaissance de la fonction de distribution permet de calculer la densité volumique  $n$ , la densité d'énergie  $\rho$  et la pression  $P$  :

$$\begin{aligned} n &= \int f(p,t) d^3p \\ \rho &= \int E f(p,t) d^3p \\ P &= \int \frac{p^2}{3E} f(p,t) d^3p \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

On définit  $s$  par :

$$sa^3 \equiv \frac{\rho + P - n\mu}{T} \quad (\text{A.23})$$

TAB. A.1 – *Fonctions de distributions et lois pour la densité volumique, la densité d'énergie et la pression, pour la limite relativiste (R) et non relativiste (NR). La distinction entre bosons et fermions n'est pas pertinente à la limite non relativiste.  $\zeta(3) \approx 1.202$  est la fonction dzeta de Riemann d'ordre 3. D'après [143].*

	n	$\rho$	P
bosons R	$\frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_B T^3$	$\frac{\pi^2}{30} g_B T^4$	$\frac{\pi^2}{90} g_B T^4 = \rho/3$
fermions R	$\frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_F T^3$	$\frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_F T^4$	$\frac{7}{8} \frac{\pi^2}{90} g_F T^4 = \rho/3$
NR	$g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m-\mu}{T}\right)$	nm	nT

En supposant que  $T \gg \mu$  (c'est-à-dire que la matière est non dégénérée), les équations A.22 permettent alors d'obtenir [126] :

$$Td(sa^3) \approx d(\rho a^3) + pd(a^3) \quad (\text{A.24})$$

qu'on avait déjà trouvé en écrivant la conservation du tenseur énergie-impulsion. En comparant avec la loi thermodynamique  $TdS = dU + PdV$ , on identifie  $sa^3$  à l'entropie des particules considérées, qui est donc constante : l'expansion est adiabatique. On donne en tableau A.1 les fonctions de distributions d'après les relations A.22 dans la limite relativiste ( $T \gg m$  et  $T \gg \mu$ ) et non relativiste ( $T \ll m$ ). Dans le cas relativiste, comme  $P = \rho/3 \propto T^4$ , l'entropie d'un ensemble de particules à l'équilibre thermodynamique est :

$$S = g_{*S}(T)a^3T^3 = Cst \quad (\text{A.25})$$

avec  $g_{*S}$  donné par :

$$g_{*S}(T) = \sum_{rmbosons} g_{Bi} \left(\frac{T_{Bi}}{T}\right)^3 + \sum_{rmfermions} g_{Fi} \left(\frac{T_{Fi}}{T}\right)^3 \quad (\text{A.26})$$

où les  $T_i$  valent  $T$  pour les particules en équilibre, les particules découplées pouvant avoir une température différente. La température de l'Univers suit donc la loi :

$$T \propto \frac{g_{*S}(a)^{-1/3}}{a} \quad (\text{A.27})$$

A titre d'exemple d'application, estimons la température des neutrinos fossiles. Entre le découplage des neutrinos et celui des photons, a lieu l'annihilation  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ . Avant annihilation,  $g_{*S} = 2 + 4 \cdot 7/8$  en considérant l'équilibre positrons, électrons, photons. Après, on a  $g_{*S} = 2$ . On a donc [128] :

$$T_\nu = \left(\frac{11}{4}\right)^{-1/3} T_\gamma = 1.95 \text{ K} \quad (\text{A.28})$$

soit une température plus basse que celle des photons. L'annihilation électron-positron a donc eu l'effet d'un réchauffage.



## Annexe B

# Compléments sur les anisotropies du CMB

### B.1 L'équation de Boltzmann et le calcul des anisotropies

Le calcul exact des anisotropies du CMB implique la résolution de l'équation de Boltzmann.

Si on désigne par  $\Theta(\eta, x, \gamma)$  la perturbation en température des photons, elle s'écrit [77] en utilisant la notation de sommation implicite :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta}(\Theta + \Psi) &\equiv \dot{\Theta} + \dot{\Psi} + \dot{x}^i \frac{\partial}{\partial x^i}(\Theta + \Psi) + \dot{\gamma}^i \frac{\partial}{\partial \gamma^i}(\Theta + \Psi) \\ &= \dot{\Psi} - \dot{\Phi} + \dot{\tau} (\Theta_0 - \Theta + \gamma_i v_b^i + \frac{1}{16} \gamma_i \gamma_j \Pi_\gamma^{ij}) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

dans laquelle :

- le point dénote la dérivation par rapport au temps conforme ;
- $\gamma_i = \dot{x}_i$  sont les cosinus directeurs des impulsions de photons ;
- $\Psi$  et  $\Phi$  sont les potentiels newtoniens définis par la relation 2.15 ;
- $v_b$  est la vitesse des photons, égale à la vitesse si  $c = 1$  ;
- $\Theta_0$  est la composante isotrope de  $\Theta$  dans son développement en multipôles  $\Theta_\ell$  :

$$\Theta(\eta, x, \gamma) = \sum_{\ell}^{\infty} \Theta_\ell(\eta) G_\ell(x, \gamma) \quad (\text{B.2})$$

dans le cas d'un Univers plat,  $G_\ell = (-i)^\ell \exp(ik \cdot x) P_\ell(k \cdot \gamma)$  ; le vecteur d'onde  $k$  provient du développement en ondes planes  $\nabla^2 \exp(ik \cdot x) = -k^2 \exp(ik \cdot x)$  ;

- le dernier terme dans B.1 traduit la diffusion Compton, où  $\dot{\tau} = x_e n_e \sigma_T a / a_0$ , dans laquelle  $x_e$  est la fraction ionisée,  $n_e$  la densité totale d'électrons,  $\sigma_T$  la

section efficace Compton,  $a$  le facteur d'échelle.  $\Pi_\gamma^{ij}$  est un terme traduisant l'anisotropie de la perturbation : il est relié au quadrupole de  $\Theta$ .

Si on appelle  $\kappa$  la courbure de l'Univers, et en notant  $V_b G_1 = \gamma_i v_b^i$ , l'équation B.1 après développement en multipôles donne la hiérarchie [77] :

$$\begin{aligned}\dot{\Theta}_0 &= \frac{\kappa}{3}\Theta_1 - \dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Theta}_1 &= k \left[ \Theta_0 + \Psi - \frac{2}{5} \left( 1 - \frac{3\kappa}{k^2} \right) \Theta_2 \right] - \dot{\tau} (\Theta_1 - V_b) \\ \dot{\Theta}_2 &= k \left[ \frac{2}{3}\Theta_1 - \frac{3}{7} \left( 1 - \frac{8\kappa}{k^2} \right) \Theta_3 \right] - \frac{9}{10}\dot{\tau}\Theta_2 \\ \dot{\Theta}_{\ell>2} &= k \left[ \frac{\ell}{2\ell-1}\Theta_{\ell-1} - \frac{\ell+1}{2\ell+3} \left( 1 - \ell(\ell+2)\frac{\kappa}{k^2} \right) \Theta_{\ell+1} \right]\end{aligned}\tag{B.3}$$

Dans le cas isotrope, on a  $\Psi = -\Phi$ . Si de plus ces potentiels sont statiques et que l'on se situe après découplage, ce qui permet de négliger le terme correspondant à l'interaction Compton, alors l'équation B.1 montre que la quantité  $\Theta + \Psi$  est conservée. Il s'agit de l'effet Sachs-Wolfe [148] : un photon émis par une région où règne un potentiel gravitationnel négatif  $\Psi < 0$  perd de l'énergie et subit un décalage vers le rouge. Le contraste observé en température est donc :

$$\left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{sw} = \Theta + \Psi\tag{B.4}$$

Pour les perturbations dont l'échelle angulaire est supérieure à l'horizon au moment du découplage ( $k\eta \ll 1$ ), il n'y a pas d'interaction entre les espèces et l'équation de Boltzmann sous sa forme hiérarchisée B.3 se réduit à [77] :

$$\dot{\Theta} = -\dot{\Phi} \simeq \dot{\Psi}\tag{B.5}$$

L'intégration se fait en prenant en compte les conditions initiales, ce qui implique de préciser la nature de la perturbation. Pour les perturbations isocourbures, on obtient [77] :

$$\Theta_0 + \Psi = 2\Psi\tag{B.6}$$

Pour les perturbations adiabatiques :

$$\Theta_0 + \Psi = \frac{1}{3}\Psi\tag{B.7}$$

## B.2 La polarisation du CMB

Au moment de la dernière diffusion, l'interaction dominante entre les photons et les baryons est la diffusion Compton. Elle est sensible à la polarisation et peut modifier la polarisation des photons incidents. Puisqu'avant la dernière diffusion, les photons ont subi plusieurs diffusions incohérentes, ils sont donc non polarisés. C'est leur dernière diffusion qui définit leur état de polarisation.



### Les paramètres de Stokes

Soit une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans la direction  $z$  d'un repère cartésien. Le champ électrique peut se décomposer en :

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \cos(\omega t - \phi_x(t)) \\ E_y &= a_y \cos(\omega t - \phi_y(t)) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Les paramètres de Stokes sont définis par les moyennes temporelles suivantes :

$$\begin{aligned} I &= \langle a_x^2 \rangle + \langle a_y^2 \rangle \\ Q &= \langle a_x^2 \rangle - \langle a_y^2 \rangle \\ U &= \langle 2a_x a_y \cos(\phi_x - \phi_y) \rangle \\ V &= \langle 2a_x a_y \sin(\phi_x - \phi_y) \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$I$  définit l'intensité de l'onde et est donc toujours positif. Les autres paramètres décrivent l'état de polarisation : pour une onde non polarisée, on a  $Q = U = V = 0$ . Une propriété importante des paramètres de Stokes est qu'ils s'additionnent lorsqu'on considère une superposition d'ondes incohérentes.

### Polarisation à la dernière diffusion

On observe une onde se propageant dans la direction  $z$  d'un repère cartésien, résultant de la diffusion Compton dans le plan  $(yz)$  d'une onde non polarisée d'intensité  $I'$  se propageant dans la direction  $z'$  repérée par les angles  $\theta, \phi = 0$ . La section efficace différentielle s'exprime e, fonction des vecteurs de polarisation  $\hat{\epsilon}, \hat{\epsilon}'$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\hat{\epsilon}' \cdot \hat{\epsilon}|^2 \quad (\text{B.10})$$

où  $d\Omega$  est l'élément d'angle solide et  $\sigma_T$  la section efficace Thomson. Les amplitudes de l'onde diffusée selon les directions  $x$  et  $y$  s'écrivent [92] :

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{3\sigma_T}{8\pi} [I'_x (\hat{\epsilon}'_x \cdot \hat{\epsilon}_x)^2 + I'_y (\hat{\epsilon}'_y \cdot \hat{\epsilon}_x)^2] = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I' \\ I_y &= \frac{3\sigma_T}{8\pi} [I'_x (\hat{\epsilon}'_x \cdot \hat{\epsilon}_y)^2 + I'_y (\hat{\epsilon}'_y \cdot \hat{\epsilon}_y)^2] = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I' \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

puisque  $I'_x = I'_y = I'/2$ . Les paramètres de Stokes  $I$  et  $Q$  de l'onde diffusée vérifient :

$$\begin{aligned} I &= I_x + I_y = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I' (1 + \cos^2 \theta) \\ Q &= I_x - I_y = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I' \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$V$  est nul et  $U$  se déduit de  $I$  et  $Q$  par changement de repère. L'onde diffusée est donc polarisée. Pour savoir si on peut obtenir une polarisation globale, il faut considérer toutes les ondes incidentes possibles donnant la même direction pour l'onde diffusée. En intégrant sur  $\theta, \phi$  on obtient :

$$\begin{aligned} I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int (1 + \cos^2 \theta) I'(\theta, \phi) d\Omega \\ Q &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int \sin^2 \theta \cos(2\phi) I'(\theta, \phi) d\Omega \\ U &= -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \int \sin^2 \theta \sin(2\phi) I'(\theta, \phi) d\Omega \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

L'état de polarisation dépend donc de la distribution angulaire de l'intensité incidente. En décomposant celle-ci en harmoniques sphériques, on obtient :

$$\begin{aligned} I &= \frac{3\sigma_T}{16\pi} \left[ \frac{8}{3} \sqrt{\pi} a_{00} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} a_{20} \right] \\ Q &= \frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \mathcal{R}e a_{22} \\ U &= -\frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \mathcal{I}m a_{22} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

La diffusion génère donc une onde polarisée à partir d'ondes non polarisées si l'intensité incidente comporte un terme quadrupolaire non nul. Les oscillations acoustiques dans le fluide photons-baryons au moment de la dernière diffusion peuvent donner lieu à un tel terme quadrupolaire. Considérons par exemple une région avec une surdensité de masse sphérique au moment de la dernière diffusion. Le gradient des vitesses est radial dans un repère lié au centre de la surdensité. Dans un repère lié à un diffuseur excentré, en revanche, un terme quadrupolaire dans ce gradient apparaît ; il en résulte un terme quadrupolaire dans l'intensité du rayonnement incident, et donc une polarisation.

### Spectres de puissances angulaires

L'inconvénient des paramètres de Stokes  $Q$  et  $U$  est qu'il ne s'agit pas de grandeurs scalaires. Elles dépendent du repère choisi. Aussi est-il préférable de travailler avec les grandeurs  $E$  et  $B$  définies par  $Q \pm iU$ , qui sont respectivement un scalaire et un pseudo-scalaire, ce qui explique l'analogie de notation avec le champ électrique et le champ magnétique. Les propriétés statistiques de la polarisation du CMB sont alors décrites par les spectres :

$$\langle a_{X, \ell m}^* a_{Y, \ell' m'} \rangle = C_\ell^{XY} \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \quad (\text{B.15})$$

où  $X$  et  $Y$  sont la température  $T$  et les paramètres  $E$  et  $B$ . On a de plus  $C_\ell^{EB} = C_\ell^{TE} = 0$ .

L'un des intérêts de la polarisation du CMB est qu'elle peut permettre de lever des dégénérescences entre modèles qui apparaissent lorsqu'on forme uniquement le spectre  $C_\ell^T$ . La figure B.1 montre un tel exemple. On remarquera cependant que la puissance attendue pour les modes polarisés est de plusieurs ordres de grandeur plus petite que celle de  $C_\ell^T$ .

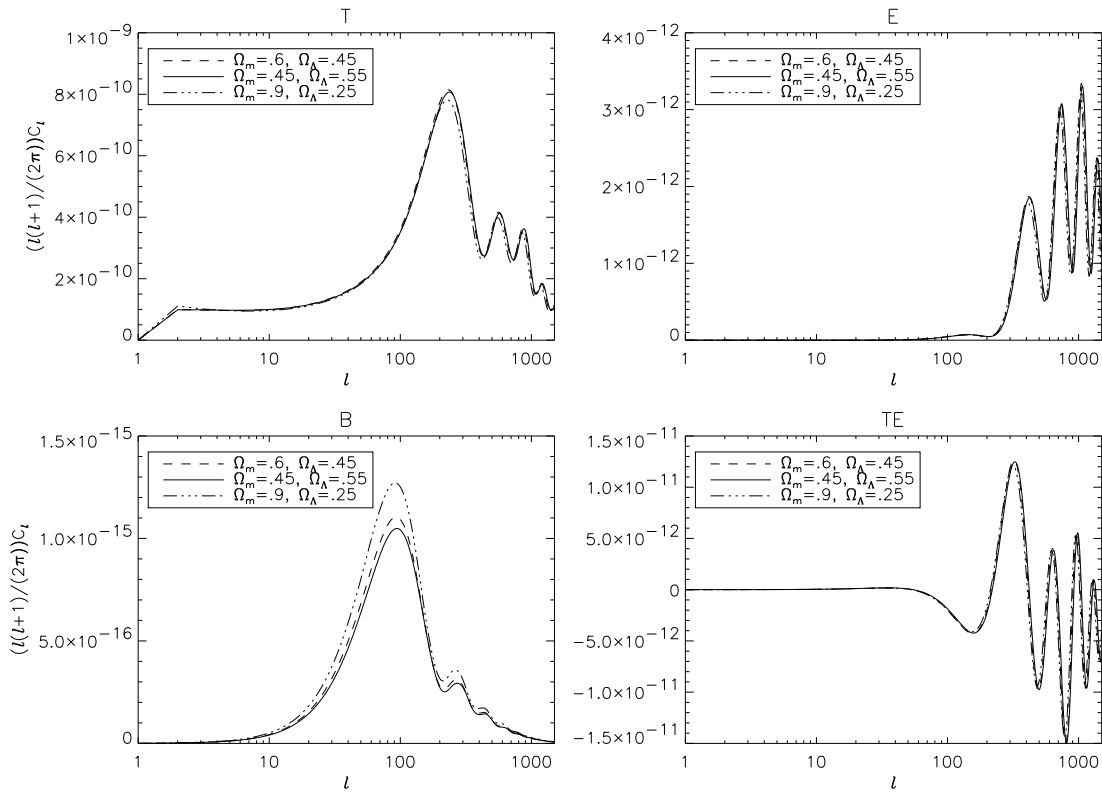


FIG. B.1 – Dégénérescence entre trois modèles (d'après [52]). Dans chaque cas, les densités  $\Omega_b h^2 = 0.018$ ,  $\Omega_m h^2 = 0.1152$  et  $\Omega_\Lambda h^2 = 0.1408$  restent constantes, mais  $h$  varie de façon à donner les valeurs indiquées pour  $\Omega_m$  et  $\Omega_\Lambda$ . Il s'agit des mêmes valeurs que pour la figure 2.15. La dégénérescence subsiste pour les modes  $E$  et  $TE$ . Le mode  $B$  permet de la lever.



# Annexe C

## Compléments sur le traitement des TOIs

### C.1 Quelques définitions de statistique

**Processus stationnaire** Un processus aléatoire (stochastique) est dit stationnaire au sens strict si toutes ses propriétés statistiques sont invariantes dans le temps. Il est dit stationnaire du deuxième ordre si sa moyenne et sa variance sont indépendantes du temps. La fonction d'autocorrélation ne dépend alors que de l'écart en temps  $\tau = t_1 - t_0$  mais pas de  $t_1$  et  $t_0$ . On parle de processus stationnaire au sens large lorsque la fonction d'autocorrélation et la moyenne sont indépendantes du temps. Ces trois définitions sont classées dans l'ordre de contrainte décroissante. En général, on se contente d'une stationnarité au sens large ou au deuxième ordre, la stationnarité stricte étant difficile à démontrer, sauf dans le cas gaussien où les trois définitions sont équivalentes.

**Processus ergodique** Un processus aléatoire est dit ergodique si les moyennes statistiques, obtenues en considérant un grand nombre de réalisations du processus, s'identifient aux moyennes temporelles. L'ergodicité n'implique pas rigoureusement la stationnarité, et réciproquement. L'ergodicité est en pratique difficile à démontrer, dans la mesure où on ne dispose habituellement que d'une seule réalisation. Elle est donc souvent posée comme hypothèse.

**Processus gaussien** Un processus aléatoire est gaussien si, pour tout ensemble d'instant  $\{t_i\}$ , le vecteur aléatoire correspondant  $x = (x_1 \dots x_n)$  possède une densité de probabilité conjointe multidimensionnelle gaussienne :

$$p(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\det(C_x)|^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (x - \mu_x) C_x^{-1} (x - \mu_x)^t \right] \quad (\text{C.1})$$

où  $\mu_x$  est la moyenne et  $C_x = \langle xx^t \rangle$  est la matrice d'autocovariance de  $x$ . Un processus gaussien est entièrement caractérisé par sa moyenne et

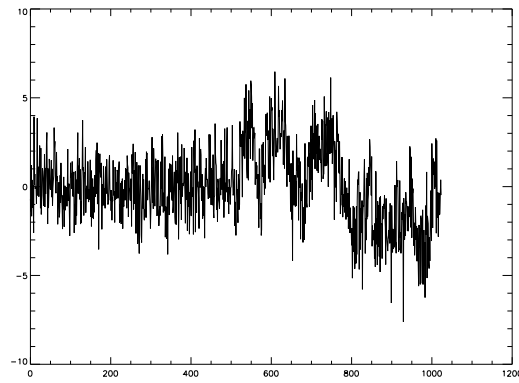


FIG. C.1 – *Un signal gaussien non stationnaire.*

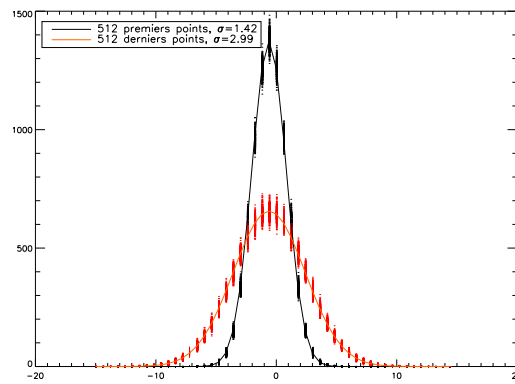


FIG. C.2 – *Histogrammes obtenus pour chaque temps  $t$  du signal de la figure C.1 à l'aide de  $2^{13}$  réalisations. La séparation en deux groupes gaussiens de variance différente est très nette.*

sa covariance. La connaissance du spectre de Fourier entraîne celle de la distribution statistique. Alors la stationnarité au sens large est équivalente à la stationnarité au sens strict.

Les notions de stationnarité et de gaussianité sont souvent utilisées ensemble. Toutefois un bruit gaussien peut être non stationnaire. Par exemple, le signal de la figure C.1 a été réalisé de la manière suivante :

- génération sur 1024 points d'un bruit en  $1/f$  gaussien stationnaire à la fréquence d'échantillonnage 152 Hz, avec le spectre  $P(\nu) = 1 + (\nu/1.)^{-1}$  ;
- on lui ajoute sur ses 512 premiers points un bruit blanc (donc stationnaire et gaussien) de variance 1.
- on lui ajoute sur ses 512 derniers points un bruit en  $1/f$  gaussien stationnaire à la fréquence d'échantillonnage 152 Hz, avec le spectre  $P(\nu) = 1 + (\nu/10)^{-2}$ .

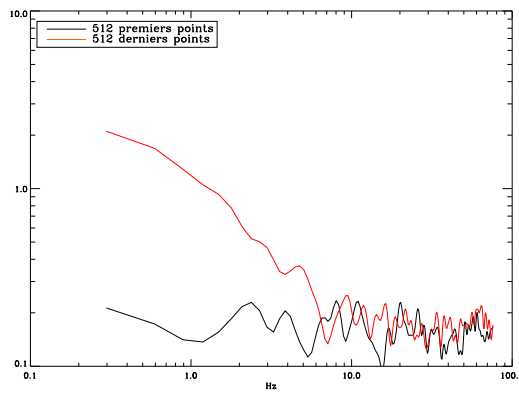


FIG. C.3 – Spectres de Fourier obtenus en distinguant les 512 premiers et derniers points sur signal de la figure C.1. Il est clair que le spectre dépend du temps et que le signal n'est pas stationnaire.

Ce signal est gaussien, puisqu'en tout temps  $t$ , il est la somme de variables aléatoires gaussiennes. Si on procède à  $2^{13}$  réalisations et que l'on fait l'histogramme pour chaque  $t$ , on trouve deux groupes d'histogrammes dont les moyennes sont superposables à des ajustements par deux gaussiennes de variance différente. C'est ce que montre la figure C.2. Ce bruit n'est donc pas stationnaire. La figure C.3 montre également ce caractère non stationnaire en comparant les spectres obtenus sur les 512 premiers et derniers points respectivement.

## C.2 Données corrompues

On donne dans le tableau C.1 le nombre de glitches détectés en moyenne par tour de 30 secondes par Archeops lors du vol du 29 janvier 2001, pour chaque bolomètre et pour les thermomètres du plan focal. La durée prise a été de 8 heures et 8 minutes au plafond. Pour la détection, on a utilisé une bande de temps glissante de 400 points, et un seuil de  $8\sigma$ .

On donne dans le tableau C.2 le pourcentage des données signalées en fonction du problème rencontré, pour tous les bolomètres du vol du 29 janvier 2001. La durée totale prise en compte est de 8 heures et 8 minutes au plafond. A noter que le pourcentage total de données signalées peut être inférieur à la somme des pourcentages des colonnes précédentes, car le même échantillon peut être signalé pour plusieurs raisons. Le bolomètre 217T06 a un nombre de glitches anormalement élevé, et pour cette raison ne sera pas utilisé dans l'analyse.

TAB. C.1 – Nombre de glitches détectés en moyenne par tour de 30 secondes par Archeops lors du vol du 29 janvier 2001.

Bolomètre	Nombre de glitches par tour	Bolomètre	Nombre de glitches par tour
143B03	2.39	217K05	2.79
143T01	2.41	217K06	3.92
143K01	4.16	353K01	2.92
143K02	4.21	353K02	2.51
143K03	3.54	353K03	3.14
143K04	3.51	353K04	5.44
143K05	3.46	353K05	3.31
143K07	4.36	353K06	3.86
217T06	26.42	545K01	3.02
217K01	3.38	545K02	2.73
217K02	2.79		
217K03	3.16	focpl1	5.94
217K04	4.62	focpl2	6.03

### C.3 Justification du filtrage utilisé

La méthode décrite en section 5.5.2 pages 112 *sq* est un cas particulier d'une méthode plus générale, dont je vais donner ici une approche bayésienne. On considère un bolomètre  $B$  et un thermomètre  $T$ , dont les signaux sont décomposés de la manière suivante :

$$\begin{cases} B &= B_{ciel} + F * S + n_b \\ T &= S + n_t \end{cases} \quad (C.2)$$

où  $B_{ciel}$  est le signal du ciel, que l'on va négliger dans la suite,  $S$  est le bruit systématique vu sur le thermomètre et le bolomètre,  $n_b$  et  $n_t$  sont des bruits décorrélés du signal du ciel et du bruit systématique. La corrélation entre le bolomètre et le thermomètre est décrite par  $F$ , qui est en général une fonction dépendant de la fréquence  $\nu$ . On cherche à estimer simultanément  $S$  et  $F$ . En supposant que les probabilités de  $F$  et  $S$  sont indépendantes, le théorème de Bayes s'écrit :

$$P(B|F \cdot S) = \frac{P(F \cdot S|B) \cdot P(B)}{P(S) \cdot P(F)} \quad (C.3)$$



TAB. C.2 – Pourcentage des données signalées en fonction du problème rencontré, pour tous les bolomètres du vol du 29 janvier 2001.

Bolomètre	Données manquantes	Glitches	Bouffées de bruit	Sauts	Total
143B03	0.12	1.07	0.097	0.92	2.21
143T01	0.048	1.30	0.00	0.22	1.57
143K01	0.13	1.26	0.17	0.71	2.24
143K02	0.12	1.79	0.20	0.96	3.06
143K03	0.13	1.40	0.14	0.57	2.24
143K04	0.13	1.23	0.14	0.58	2.07
143K05	0.11	1.48	0.08	0.61	2.26
143K07	0.13	2.00	0.31	0.90	3.32
217T06	0.12	23.25	0.00	0.24	23.60
217K01	0.05	0.91	0.07	0.26	1.31
217K02	0.12	0.81	0.09	0.23	1.25
217K03	0.13	0.61	0.00	0.21	0.94
217K04	0.13	1.64	0.00	0.22	1.97
217K05	0.13	0.40	0.09	0.26	0.87
217K06	0.12	1.56	0.08	0.24	1.98
353K01	0.13	0.81	0.09	0.29	1.31
353K02	0.12	0.67	0.09	0.27	1.15
353K03	0.13	1.44	0.10	0.30	1.95
353K04	0.12	1.78	0.08	0.29	2.26
353K05	0.05	2.18	0.00	0.15	2.39
353K06	0.12	1.54	0.10	0.25	2.00
545K01	0.13	0.90	0.093	0.26	1.37
545K02	0.12	0.67	0.076	0.28	1.15

On suppose que  $B$  et  $F$  suivent une loi de probabilité uniforme. On pose un a priori gaussien pour  $S$ , soit à une constante près<sup>1</sup> :

$$\ln P(S) = -\frac{1}{2} S^t C_s^{-1} S \quad (\text{C.4})$$

où  $t$  dénote la transposition et  $C_s = \langle S \cdot S^t \rangle$  est la matrice d'autocovariance de  $S$ . On a alors, à une constante près :

$$\ln P(B|F \cdot S) = -\frac{1}{2} [(B - FS)^t N_b^{-1} (B - FS) + (T - S)^t N_t^{-1} (T - S) + S^t C_s^{-1} S] \quad (\text{C.5})$$

1. On ne suppose pas ici que  $S$  soit réellement gaussien ; on a même vu que cela est faux. Il s'agit juste d'un a priori sur la distribution. Comme dans le cas du filtrage de Wiener, le résultat doit être peu dépendant de l'a priori.

où l'on a posé  $N_b = \langle n_b \cdot n_b^t \rangle$  et  $N_t = \langle n_t \cdot n_t^t \rangle$ . La maximisation de cette probabilité s'effectue par rapport à  $S$  et  $F$ . Ceci peut se faire de façon itérative. A l'ordre zéro, on prend comme estimateur du bruit systématique  $\tilde{S}_0 = T$ . On cherche alors un estimateur  $\tilde{F}_0$  pour  $F$  minimisant :

$$\ln P(B|F) = -\frac{1}{2}(B - FT)^t N_b^{-1} (B - FS) \quad (\text{C.6})$$

ce qui dans l'espace de Fourier revient à résoudre pour chaque fréquence  $\nu$  :

$$\left( \frac{\partial \ln P(B|F)}{\partial F} \right) = T_\nu^* N_b^{-1} (B_\nu - F_\nu T_\nu) \quad (\text{C.7})$$

La solution est :

$$\tilde{F}_0(\nu) = \frac{T_\nu^* N_b^{-1} B_\nu}{T_\nu^* N_b^{-1} T_\nu} \quad (\text{C.8})$$

En supposant que  $n_b$  est un bruit blanc, et que par conséquent  $N_b$  est une matrice sphérique ( $N_b = \beta I$ , où  $\beta$  est une constante et  $I$  la matrice identité), on obtient :

$$\tilde{F}_0(\nu) = \frac{T_\nu^* B_\nu}{T_\nu^* T_\nu} \quad (\text{C.9})$$

qui est la forme de l'équation 5.9, à ceci près que dans ce dernier cas, il est procédé à une estimation par intervalle de fréquence. On suppose alors que  $\tilde{F}_0$  est constant par morceaux et que pour chaque intervalle  $\delta\nu$  on a :

$$\tilde{F}_0(\delta\nu) = \frac{\sum_{\nu \in \delta\nu} T_\nu^* B_\nu}{\sum_{\nu \in \delta\nu} T_\nu^* T_\nu} \quad (\text{C.10})$$

La méthode de décorrélation utilise donc l'estimateur de  $F$  trouvé en prenant  $T$  comme estimateur de  $S$ . L'itération suivante prend comme estimateur de  $S$  la solution minimisant C.5 à  $F = \tilde{F}_0$  fixé, donc qui est solution de :

$$\frac{\partial \ln P(B|S)}{\partial S} = - \left[ \tilde{F}_0 N_b^{-1} (B - \tilde{F}_0 S) + N_t^{-1} (T - S) \right] + C_s^{-1} S = 0 \quad (\text{C.11})$$

On trouve :

$$\tilde{S}_1 = \frac{\tilde{F}_0 N_b^{-1} B + N_t^{-1} T}{N_t^{-1} + \tilde{F}_0^2 N_b^{-1} + C_s^{-1}} \quad (\text{C.12})$$

laquelle se simplifie en supposant que  $n_b$  et  $n_t$  sont blancs de variance  $\beta$  et  $\tau$  respectivement :

$$\tilde{S}_1 = \frac{\beta^{-1}\tilde{F}_0 B + \tau^{-1}T}{\tau^{-1} + \beta^{-1}\tilde{F}_0^2 + C_s^{-1}} \quad (\text{C.13})$$

On obtient un schéma itératif que l'on peut mettre en œuvre jusqu'à remplir un critère de convergence.



## Annexe D

# Les équations de la cartographie

Avec les notations exposées en 6.1.1, en écrivant que  $\vec{s}$  est une observation de  $\vec{\Delta}$ , on obtient l'équation de projection :

$$\vec{d} = P\vec{\Delta} + \vec{n} \quad (\text{D.1})$$

Dans cette équation,  $\vec{d}$  et  $P$  sont connues,  $\vec{\Delta}$  et  $\vec{n}$  doivent être estimées à partir des données. Cette double estimation constitue une difficulté essentielle de la cartographie CMB. Elle est rendue envisageable par le fait que, lors de mesures différentes du même pixel (redondance), le signal du ciel reste identique, tandis que la contribution du bruit n'a pas de raison d'être inchangée, et sa variance dans le cas d'un bruit blanc est donc réduite d'un facteur  $n_{dat}$ .

Il faut à présent définir un estimateur  $\tilde{\Delta}$  de la carte  $\Delta$ . Une liste de méthodes est donnée dans [160]. Les méthodes linéaires peuvent se mettre sous la forme :

$$\tilde{\Delta} = W\vec{d} \quad (\text{D.2})$$

où  $W$  est une matrice  $n_{pix} \times n_{dat}$ . Puisque le problème est linéaire, une méthode de moindres carrés est appropriée [122], consistant à minimiser la quantité :

$$\chi^2 \equiv \vec{n}^t M \vec{n} = \left( \vec{d}^t - \tilde{\Delta}^t P^t \right) M \left( \vec{d} - P\tilde{\Delta} \right) \quad (\text{D.3})$$

où  $M$  est une matrice symétrique inversible. On cherche l'estimateur  $\tilde{\Delta}$  minimisant  $\chi^2$ . Pour cela, on considère deux estimateurs  $\tilde{\Delta}$  et  $\tilde{\Delta} + \delta\tilde{\Delta}$  infiniment voisins (pour une norme préalablement choisie) et on calcule  $\chi^2(\tilde{\Delta} + \delta\tilde{\Delta}) - \chi^2(\tilde{\Delta})$ . On trouve au premier ordre en  $\tilde{\Delta}$  :

$$\chi^2(\tilde{\Delta} + \delta\tilde{\Delta}) - \chi^2(\tilde{\Delta}) = \left( f(\tilde{\Delta}) \right)^t \delta\tilde{\Delta} + \left( \delta\tilde{\Delta} \right)^t f(\tilde{\Delta}) \quad (\text{D.4})$$

avec :

$$f(\tilde{\Delta}) = P^t M (\vec{d} - P \tilde{\Delta}) \quad (\text{D.5})$$

En annulant les composantes de  $f$ , on trouve l'estimateur  $\tilde{\Delta}$  minimisant  $\chi^2$  :

$$\tilde{\Delta} = (P^t M P)^{-1} P^t M \vec{d} \quad (\text{D.6})$$

On remarque que cet estimateur vérifie  $WP = I$ , où  $I$  est la matrice identité. Par conséquent, le vecteur  $\vec{\varepsilon}$  décrivant l'erreur de reconstruction (se calculant avec D.1 et D.2),

$$\vec{\varepsilon} \equiv \tilde{\Delta} - \Delta = (WP - I) \Delta + W \vec{n} \quad (\text{D.7})$$

est indépendant de  $\Delta$ . La carte estimée  $\tilde{\Delta}$  est donc la vraie carte  $\Delta$  plus un bruit indépendant du signal. Si on suppose que le bruit  $\vec{n}$  (sur la TOI) est de moyenne nulle (moyenne sur un ensemble de réalisation), ce qui est noté par  $\langle \vec{n} \rangle = 0$ , alors on a aussi  $\langle \vec{\varepsilon} \rangle = 0$ , et donc l'estimateur de l'équation D.6 est non biaisé.

On supposera dans la suite que le bruit est bien à moyenne nulle, dans ce cas la matrice d'auto-covariance du bruit (sur la TOI) s'écrit :

$$N = \langle \vec{n} \vec{n}^t \rangle \quad (\text{D.8})$$

La matrice d'auto-correlation de l'estimateur de la carte tel que défini par l'équation D.6 s'écrit :

$$\Sigma \equiv \langle \vec{\varepsilon} \vec{\varepsilon}^t \rangle = (P^t M P)^{-1} P^t M N^{-1} M P (P^t M P)^{-1} \quad (\text{D.9})$$

où le second membre se déduit par substitution directe dans D.6 en se rappelant que l'estimateur est non biaisé et que  $M$  et  $(P^t M P)^{-1} P^t M N^{-1} M P$  sont des matrices symétriques. Parmi la famille d'estimateurs  $\tilde{\Delta}(M)$  définie par D.6, on cherche celui qui minimise  $\langle \vec{\varepsilon} \vec{\varepsilon}^t \rangle$ . Il faut prendre pour cela  $M = N^{-1}$ . Pour le montrer, on écrit le vecteur erreur associé à l'estimateur  $\tilde{\Delta}(M)$  en fonction du vecteur erreur associé à l'estimateur  $\tilde{\Delta}(N^{-1})$  :

$$\vec{\varepsilon}(M) = \vec{\varepsilon}(N^{-1}) + (\vec{\varepsilon}(M) - \vec{\varepsilon}(N^{-1})) \quad (\text{D.10})$$

La matrice d'auto-covariance s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \langle \vec{\varepsilon}(M) \vec{\varepsilon}^t(M) \rangle &= \langle \vec{\varepsilon}(N^{-1}) \vec{\varepsilon}^t(N^{-1}) \rangle + \\ &\langle (\vec{\varepsilon}(M) - \vec{\varepsilon}(N^{-1})) (\vec{\varepsilon}^t(M) - \vec{\varepsilon}^t(N^{-1})) \rangle + \\ &2 \langle \vec{\varepsilon}(N^{-1}) (\vec{\varepsilon}^t(M) - \vec{\varepsilon}^t(N^{-1})) \rangle \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

Dans le second membre, le deuxième terme est positif ou nul. On montre par simple substitution de D.6 que le troisième terme est nul. L'estimateur minimisant  $\chi^2$  est donc :

$$\tilde{\Delta} = (\mathbf{P}^t \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^t \mathbf{N}^{-1} \vec{d} \quad (\text{D.12})$$

et la matrice d'auto-covariance du bruit sur la carte est :

$$\Sigma = (\mathbf{P}^t \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \quad (\text{D.13})$$

C'est la méthode utilisée pour COBE/DMR [80]. Un cas particulier important est celui où on suppose que le bruit  $\vec{n}$  est blanc, c'est-à-dire  $\mathbf{N} = \mathbf{I}$  (à un scalaire près qui s'élimine dans D.12). L'estimateur de D.12 devient donc :

$$\tilde{\Delta} = (\mathbf{P}^t \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^t \vec{d} \quad (\text{D.14})$$

Pour une expérience en puissance totale avec un lobe symétrique, on a vu que chaque ligne  $i$  de  $\mathbf{P}$  a un seul élément non nul, égal à 1, pour la colonne correspondant au numéro du pixel observé au temps  $i$ . Dans ce cas, la matrice  $\mathbf{P}^t \mathbf{P}$  est diagonale, et chaque élément diagonal est égal à la redondance (nombre d'observations) de chaque pixel. L'estimateur D.14 est donc simplement une moyenne de toutes les observations de chaque pixel, on le qualifiera par la suite de carte de co-addition.

Une autre façon de choisir la matrice  $\mathbf{W}$  de D.2 est l'approche bayésienne. Le problème de cartographie revient en effet à maximiser la probabilité d'une carte  $\vec{\Delta}$ , c'est-à-dire d'un jeu de  $n_{pix}$  paramètres décrivant les données, en ayant les données  $\vec{d}$ . Le théorème de Bayes s'écrit pour notre problème :

$$P(\vec{\Delta} | \vec{d}) = \frac{P(\vec{d} | \vec{\Delta}) P(\vec{\Delta})}{P(\vec{d})} \quad (\text{D.15})$$

Si on ne fait aucune hypothèse à priori sur  $\vec{\Delta}$  et  $\vec{d}$ , alors le théorème de Bayes devient :

$$P(\vec{\Delta} | \vec{d}) \propto P(\vec{d} | \vec{\Delta}) \quad (\text{D.16})$$

Si le bruit  $\vec{n}$  est gaussien, on peut écrire :

$$\begin{aligned} P(\vec{\Delta} | \vec{d}) &= \exp\left(-\frac{\vec{n}^t \mathbf{N}^{-1} \vec{n}}{2}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

Comme l'estimateur de D.12 minimise  $\chi^2$ , il maximise  $P(\vec{\Delta}|\vec{d})$ .

En résumé, l'estimateur D.12 possède les propriétés suivantes :

- il est non biaisé si le bruit est à moyenne nulle
- il minimise  $\chi^2$
- le bruit sur la carte est indépendant du signal
- il minimise l'auto-covariance de la carte
- il est l'estimateur de maximum de vraisemblance si  $\vec{n}$  est gaussien.

Il reste à montrer que cette carte se fait sans perte d'information. Qu'entend-on par perte d'information? On cherche, par cartographie du CMB, à estimer un jeu de paramètres cosmologiques  $\Theta_0$ . Par exemple dans [81] on considère :

$$\Theta_0 = (\Omega_0, \Omega_b h^2, h, \Lambda, n_s, r, n_T, T/S, \tau, Q, N_\nu) \quad (\text{D.18})$$

On cherche pour ce jeu de paramètres réels un estimateur  $\Theta$  dont on souhaite qu'il soit non biaisé :

$$\langle \Theta \rangle = \Theta_0 \quad (\text{D.19})$$

et qu'il donne les barres d'erreur les plus petites possibles, donc qu'il minimise la quantité :

$$\Delta\theta_i \equiv \langle \theta_i^2 \rangle - \langle \theta_i \rangle^2)^{1/2} \quad (\text{D.20})$$

où les  $\theta_i$  sont les éléments de  $\Theta$ . Pour cet estimateur, on peut prendre la fonction de vraisemblance  $L(x; \Theta)$  construite à partir d'un ensemble de mesures  $x$ . L'estimateur de maximum de vraisemblance  $\Theta_M$  maximise  $L$ . La quantité clé est la matrice de Fisher [56] :

$$\mathbf{F}_{ij} \equiv \left\langle \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right\rangle \quad (\text{D.21})$$

où l'on a posé  $\mathcal{L} = -\ln L$ . On a alors trois théorèmes importants [163][83][84] :

1. Pour tout estimateur non biaisé, on a l'inégalité de Cramer-Rao :

$$\Delta\theta_i \geq \frac{1}{(\mathbf{F}_{ii})^2} \quad (\text{D.22})$$

en cas d'égalité, on parle d'estimateur efficace.

2. s'il existe un estimateur non biaisé minimisant D.20, alors c'est l'estimateur de maximum de vraisemblance  $\Theta_M$ .
3.  $\Theta_M$  est asymptotiquement efficace.



Ces théorèmes montrent que la matrice de Fisher mesure la quantité d'information sur les paramètres  $\Theta$  contenue dans les données  $x$ , puisque dans la limite des grands jeux de données, l'estimateur de maximum de vraisemblance est efficace et minimise les barres d'erreur. Pour estimer les paramètres cosmologiques, il est possible (au moins théoriquement) de construire  $\mathcal{L}$  à partir de deux jeux de données, la TOI  $\vec{d}$  ou la carte  $\Delta$ . Du raisonnement précédent, on déduit que la cartographie s'effectue sans perte d'information si la matrice de Fisher calculée à partir de la carte est égale à la matrice de Fisher calculée à partir de la TOI. Dans la mesure où  $n_{pix} < n_{dat}$ , la cartographie peut alors être considérée comme une compression des données sans perte d'information. Si en revanche la matrice de Fisher calculée à partir de la carte n'est pas égale à la matrice de Fisher calculée à partir de la TOI, de l'information sur les paramètres cosmologiques a été perdue au cours de la compression.

Si les données  $x$  ont une distribution gaussienne à moyenne nulle, la matrice de Fisher est donnée par [163] :

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{1}{2} Tr(\mathbf{G}_i \mathbf{G}_j) \quad (\text{D.23})$$

où l'on a posé :

$$\mathbf{G}_i \equiv \mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_{,i} \quad (\text{D.24})$$

dans laquelle  $\mathbf{C}$  est la matrice de covariance des données  $x$  et la virgule dénote la dérivation habituelle par rapport au paramètre  $\theta_i$ .

On veut calculer la matrice de Fisher pour la TOI et pour la carte. Notons d'emblée que si deux méthodes de cartographie diffèrent du fait de la multiplication par une matrice inversible, elles doivent donner la même matrice de Fisher ; on peut donc prendre pour ce calcul un estimateur plus simple que D.12 :

$$\tilde{\Delta} = \mathbf{P}^t \mathbf{N}^{-1} \vec{d} \quad (\text{D.25})$$

La matrice de covariance de la carte vaut alors [160] :

$$\mathbf{C}^{\text{carte}} = \Sigma^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{S} \Sigma^{-1}) \quad (\text{D.26})$$

où l'on a posé  $\mathbf{S} \equiv \langle \Delta \Delta^t \rangle$ . La matrice  $\mathbf{G}_i^{\text{carte}}$  vaut alors :

$$\mathbf{G}_i^{\text{carte}} = (\mathbf{I} + \mathbf{S} \Sigma^{-1}) \mathbf{S}_{,i} \mathbf{P}^t \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P} \quad (\text{D.27})$$

Pour la TOI, on trouve [160] :

$$\mathbf{C}^{\text{TOI}} = \mathbf{P} \mathbf{S} \mathbf{P}^t + \mathbf{N} \quad (\text{D.28})$$

$$\mathbf{G}_i^{TOI} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P} (\mathbf{I} + \mathbf{S} \Sigma^{-1}) \mathbf{S}_{,i} \mathbf{P}^t \quad (\text{D.29})$$

Les équations D.27 et D.29 ne diffèrent que par une permutation cyclique du terme  $\mathbf{N}^{-1} \mathbf{P}$ . Dans D.23, c'est la trace des  $\mathbf{G}_i$  qui intervient ; en outre, la trace d'un produit de matrice est invariante par permutation cyclique. On trouve donc bien le résultat cherché [160] :

$$\mathbf{F}_{ij}^{\text{carte}} = \mathbf{F}_{ij}^{\text{TOI}} \quad (\text{D.30})$$

et donc la cartographie effectuée à l'aide de l'estimateur D.12 se fait sans perte d'information.

# Annexe E

## Méthodes d'obtention des $C_\ell$

### E.1 L'estimateur quadratique : MADCAP

On dispose d'une carte  $\Delta$  de  $n_{pix}$  pixels donnant les anisotropies du CMB, auxquelles s'ajoute une contribution du bruit décrite par la matrice de covariance du bruit dans l'espace des pixels  $C_N$ . La carte des anisotropies résulte d'un jeu de paramètres cosmologique  $\Theta$ . Lorsqu'on ne fait aucune hypothèse a priori sur ces paramètres, la fonction de vraisemblance se définit par :

$$\mathcal{L}(\Theta) = P(\Delta|\Theta) \quad (\text{E.1})$$

Dans le cas, auquel on se limitera ici, où les fluctuations de températures sont une variable aléatoire gaussienne, la carte des anisotropies est entièrement décrite par son spectre de puissance angulaire  $\mathcal{C}_\ell$ , calculable à partir des paramètres  $\Theta$ , d'où :

$$P(\Delta|\Theta) \propto P(\Delta|\mathcal{C}_\ell(\Theta)) \quad (\text{E.2})$$

Si le bruit est également gaussien, alors la fonction de vraisemblance prend la forme d'une gaussienne à plusieurs variables :

$$\mathcal{L}(\mathcal{C}_\ell(\Theta)) = \frac{1}{(2\pi)^{n_{pix}/2} |C_s(\mathcal{C}_\ell(\Theta)) + C_N|^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \Delta (C_s(\mathcal{C}_\ell(\Theta)) + C_N)^{-1} \Delta \right] \quad (\text{E.3})$$

où  $C_s(\mathcal{C}_\ell(\Theta))$  est la matrice de covariance du signal dans l'espace des pixels ; elle est donnée par l'équation 2.37 page 48. On rappellera que, compte tenu de l'incomplétude de la couverture du ciel, les modes du spectre  $\mathcal{C}_\ell$  sont corrélés sur des bandes  $\Delta\ell \sim 2\pi/\theta$ , où  $\theta$  est la dimension angulaire de la couverture [161] : ceci conduit à estimer plutôt le spectre dans des bandes. Si on appelle  $\mathcal{C}_\ell^s$  la forme du spectre  $\mathcal{C}_\ell$ , alors les paramètres sans dimensions que l'on cherche sont les  $q_B$  :

$$\mathcal{C}_\ell = q_B \mathcal{C}_\ell^s \delta_B(\ell) \quad (\text{E.4})$$

où la fonction  $\delta_B(\ell)$  vaut 1 ou 0 selon que  $\ell$  appartient ou non à la bande  $B$ .

L'objectif, que le code Madcap se propose d'atteindre [27][26], est de trouver les  $q_B$  par intervalle qui minimisent la fonction de vraisemblance, ainsi que les barres d'erreur associées.

On suppose que la fonction de vraisemblance possède un pic autour duquel elle peut être approchée par une gaussienne obtenue par un développement de Taylor à l'ordre deux autour du minimum réalisé par l'ensemble  $q$  :

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(q + \delta q) &= \ln \mathcal{L}(q) + \sum_B \frac{\partial \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_B} \delta q_B \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{BB'} \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_B \partial q_{B'}} \delta q_B \delta q_{B'} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Le deuxième terme est nul par définition au minimum. En dehors, il est donné par :

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_B} = \frac{1}{2} \text{Tr} [(\Delta \cdot^t \Delta - C)(C^{-1}C_{s,B}C^{-1})] \quad (\text{E.6})$$

dans laquelle  $C = C_s + C_N$  et la virgule représente la dérivation par rapport à  $q_B$ . Le terme de la dérivée seconde est donné par la matrice de courbure :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{BB'}^q &\equiv -\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_B \partial q_{B'}} \\ &= \text{Tr} [(\Delta \cdot^t \Delta - C)(C^{-1}C_{s,B}C^{-1}C_{s,B'}C^{-1} - \frac{1}{2}C^{-1}C_{s,BB'}C^{-1})] \\ &+ \frac{1}{2} \text{Tr} (C^{-1}C_{s,B}C^{-1}C_{s,B'}) \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

On réalise une approximation supplémentaire en remplaçant  $\mathcal{F}_{BB'}^q$  par sa moyenne d'ensemble (sur toutes les cartes décrites par les paramètres  $q$ ), qui est appelée la matrice de Fisher. Dans la mesure où  $\langle \Delta \cdot^t \Delta \rangle = C$ , elle s'écrit :

$$F_{BB'}^q = \frac{1}{2} \text{Tr} (C^{-1}C_{s,B}C^{-1}C_{s,B'}) \quad (\text{E.8})$$

Le jeu de paramètres  $q$  choisi au départ n'est pas a priori celui du minimum de vraisemblance. On peut calculer la correction  $\delta q_B$  par :

$$\delta q_B = - \sum_{B'} \left[ \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_B \partial q_{B'}} \right]^{-1} \frac{\partial \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_{B'}} \sim \sum_{B'} (F_{BB'}^q)^{-1} \frac{\partial \ln \mathcal{L}(q)}{\partial q_{B'}} \quad (\text{E.9})$$

ce qui constitue la méthode de Newton-Raphson. La procédure suppose implicitement qu'on ne peut être piégé par un extremum local. Il s'agit ensuite de procéder à des itérations jusqu'à ce que la correction devienne inférieure à un critère de convergence préalablement établi. Ces opérations sont effectuées par le code Madcap.

## E.2 La méthode MASTER

Le point de départ du code Master<sup>1</sup> [74] est constitué par les  $C_\ell$  calculés par décomposition en harmoniques sphériques des anisotropies  $\Delta T/T$ , selon la formule 2.33 page 47, laquelle s'inverse en :

$$a_{\ell m} = \int \frac{\Delta T}{T_0}(\theta, \phi) Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) d\Omega \quad (\text{E.10})$$

où  $d\Omega$  désigne l'angle solide élémentaire. C'est cette opération qu'effectue le code anafast d'Healpix. En appliquant directement cette relation aux mesures prises par une expérience comme Archeops, on obtient un spectre qualifié de pseudo- $C_\ell$ , que l'on notera  $\tilde{C}_\ell$ , et qui diffère du véritable spectre  $C_\ell$  pour les raisons suivantes, que le code Master se propose de corriger en partie analytiquement, en partie en recourant à des simulations de Monte-Carlo.

- La couverture du ciel est incomplète, ce qui constitue une limite commune à toutes les expériences CMB, y compris les expériences en satellite en raison des fortes contaminations au voisinage du plan galactique. Ceci conduit à des couplages entre les modes  $\ell$ , décrits par la matrice  $M_{\ell\ell'}$ , laquelle dépend de la forme et de l'étendue de la couverture du ciel. Il est également possible d'y introduire une pondération des pixels. Le couplage entre les modes s'exprime aussi par le fait que la matrice  $M_{\ell\ell'}$  n'est pas inversible, et qu'il faut donc regrouper les multipôles par bandes.
- La résolution angulaire finie des détecteurs impose l'introduction de la fonction  $B_\ell$  définie en section 2.5.2 page 48.
- Les données comportent du bruit corrélé et distribué de manière inhomogène sur la carte. Sa matrice de covariance est donc dense. On se restreindra au bruit gaussien et indépendant du signal. Master détermine la contribution du bruit au spectre de puissance angulaire en réalisant des cartes de bruit simulé à partir du modèle de bruit de chaque détecteur. On note  $\langle \tilde{N}_\ell \rangle$  la moyenne des pseudo-spectres de puissance angulaire obtenus avec ces simulations.
- On a utilisé au cours du dépouillement des données un certain nombre de filtres dans l'espace temporel des TOIs. En outre, il peut être nécessaire d'appliquer encore un filtre passe-haut pour éliminer les contributions non gaussiennes à basse fréquence. Ces filtres suppriment également du signal, ce que Master modélise avec la fonction  $F_\ell$ , déterminée en utilisant des simulations de signal de CMB avec un spectre  $C_\ell$  donné. Cette modélisation constitue une approximation, car le filtrage, effectué dans le domaine temporel, possède une direction privilégiée qui est celle du balayage de l'instrument ; en d'autres termes, l'approximation néglige la dépendance vis-à-vis de l'indice  $m$ . Toutefois, en pratique, la fonction  $F_\ell$  est quasiment indépendante du modèle cosmologique choisi [74][10]. Bien entendu, cette prise en compte

---

1. L'acronyme signifie : *Monte Carlo Apodised Spherical Transform Estimator*.

du filtrage ne peut restaurer le signal là où le filtrage temporel est à zéro, notamment pour les bas  $\ell$  dans le cas d'un filtre passe-haut.

Précisons une dernière approximation : Master doit effectuer beaucoup de cartes lors des simulations de cartes de bruit ainsi que de la fonction de filtrage. Pour des raisons de rapidité, la cartographie par coaddition a donc été choisie.

Avec ces éléments, on peut relier les  $\tilde{C}_\ell$  aux vrais  $C_\ell$  par la relation :

$$\langle \tilde{C}_\ell \rangle = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} F_{\ell'} B_{\ell'}^2 \langle C_\ell \rangle + \langle \tilde{N}_\ell \rangle \quad (\text{E.11})$$

qui peut être inversée à condition comme on l'a dit de regrouper les multipôles par intervalles. Cela est facilité si on travaille avec  $\mathcal{C}_\ell$  plutôt qu'avec  $C_\ell$ , car alors l'invariance d'échelle du spectre des fluctuations de densité se traduit par un spectre  $\mathcal{C}_\ell$  plat.

# Bibliographie

- [1] L. Abbot, E. Farhi et M. Wise. *Phys. Lett.*, 117B:29, 1982.
- [2] R. Abusaidi et al. (la collaboration CDMS). *Phys. Rev. Lett.*, 84:5699, 2000. <http://cdms.berkeley.edu/>.
- [3] B. Adeva et L3 Collaboration, D. Decamp et ALEPH Collaboration, M. Z. Akrawy, OPAL Collaboration, P. Aarnio et DELPHI Collaboration. *Phys. Lett.*, B231:509, 1989.
- [4] A. Albrecht. In R. Crittenden et N. Turok, editors, *Structure Formation in the Universe*. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [5] A. Albrecht, D. Coulson et P. Ferreira end J. Magueijo. *Phys. Rev. Lett.*, 76:1413, 1996.
- [6] A. Albrecht et P. J. Steinhardt. *Phys. Rev. Lett.*, 48:1220, 1982.
- [7] Alcock et the Macho collaboration. *astro-ph/0001272*, 2000. <http://www.macho.mcmaster.ca/>.
- [8] R. A. Alpher et R. C. Bethe. *Physics Today*, 41:24, 1988.
- [9] R. A. Alpher et R. Hermann. *Nature*, 162:774, 1948.
- [10] A. Amblard. *Analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience Archeops*. thèse de doctorat, Université Paris VII, 2002.
- [11] F. Atrio-Berandela et J. Silk. *Phys. Rev. D*, 49:1126, 1994.
- [12] A. Balbi et al. *Ap. J. Lett.*, 545:L1, 2000.
- [13] A. Balbi et al. *Ap. J. Lett.*, 558:L145, 2001.
- [14] J. G. Bartlett. *New Astronomy Reviews*, 45:283, 2001.
- [15] K.G. Begeman, A. H. Broeils et R. H. Sanders. *Mon. Not. Roy. Ast. Soc.*, 249:523, 1991.
- [16] C. L. Bennet et al. *Ap. J. Lett.*, 464:L1, 1996.
- [17] A. Benoît, F. X. Désert et K. Madet. Limiting the  $C_\ell$  spectrum in the low  $\ell$ s considering parasitic effects. Note interne de la collaboration Archeops, 2001.
- [18] A. Benoît, F. X. Désert et K. Madet. Photometry july 2001 v1.0 - Archeops Kiruna January 29<sup>th</sup>, 2001. Note interne de la collaboration Archeops, 2001.
- [19] A. Benoît, F. X. Désert et K. Madet. Responsivity correction for Archeops-Kiruna v2.0. Note interne de la collaboration Archeops, 2001.
- [20] A. Benoît et al. *Astroparticle Physics*, 17:101, 2002. <http://www.archeops.org>.

- [21] A. Benoît et S. Pujol. *Cryogenics*, 34:321, 1994.
- [22] R. Bernebei et la collaboration Dama. *Phys. Lett. B*, 480:23, 2000.
- [23] M. Birkinshaw. *Phys. Rep.*, 310:97, 1999.
- [24] R. D. Blandford et R. Narayan. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 30:311, 1992.
- [25] J. R. Bond. Theory et observation of the cosmic background radiation. In R. Schaeffer, J. Silk, M. Spiro et J. Zinn-Justin, editors, *Cosmology and Large Scale Structure*, pages 469–674, 1996.
- [26] J. R. Bond, A. H. Jaffe et L. Knox. *Phys. Rev. D*, 57:2117, 1998.
- [27] J. Borrill. In *Proceedings of the 5th European SGI/Cray MPP Workshop*. Bologna, Italy, 1999. astro-ph/9911389.
- [28] F. Bouchet et R. Gispert. *New Astronomy*, 4:443, 1999.
- [29] R. H. Brandenberger. astro-ph/0101119, 2001.
- [30] P. Brax et J. Martin. *Phys. Lett. B*, 468:40, 1999.
- [31] M. Bucher, A. S. Goldhaber et N. Turok. *Phys. Rev. D*, 52:3314, 1995.
- [32] M. Bucher, K. Moodley et N. Turok. *Phys. Rev. Lett.*, 87:191301, 2001.
- [33] E. F. Bunn. In C. H. Lineweaver, J. G. Bartlett, A. Blanchard, M. Signore, and J. Silk, editors, *The Cosmic Microwave Background*. NATO ASI Series, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [34] E. F. Bunn, A. R. Liddle et M. White. *Phys. Rev. D*, 54:5917R, 1996.
- [35] E. F. Bunn et M. White. *Ap. J.*, 480:6, 1997.
- [36] S. Burles, K. Nollet et M. Turner. *Ap. J.*, 552:L1, 2001.
- [37] J. E. Calstrom et al. astro-ph/0103480, 2001.
- [38] R. Cayrel et al. *Nature*, 409:691, 2001.
- [39] B. Chaboyer, P. Demarque, P. J. Kernan et L. M. Krauss. *Ap. J.*, 494:96, 1998.
- [40] M. Chapellier et la collaboration Edelweiss. astro-ph/0101204, 2001. <http://edelweiss.in2p3.fr/index.html>.
- [41] D. J. H. Chung, E. W. Kolb et A. Riotto. *Phys. Rev. Lett.*, 81:4048, 1998.
- [42] E. J. Copeland, A. R. Liddle, D. H. Lyth, E. D. Stewart et D. Wands. *Phys. Rev. D*, 49:6410, 1994.
- [43] R. G. Crittenden et N. G. Turok. astro-ph/9811273, 1998. <http://www.cita.utoronto.ca/crittend/pixel.html>.
- [44] M. Davis. *Phys. Rep.*, 333:147, 2000.
- [45] P. de Bernardis et al. *Nature*, 404:955–959, 2000.
- [46] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll et D. T. Wilkinson. *Ap. J.*, 142:414, 1965.
- [47] S. Dodelson, W. H. Kinney et E. W. Kolb. *Phys. Rev. D*, 56:142, 1997.
- [48] A. Dolgov et A. Linde. *Phys. Lett.*, 116B:329, 1982.
- [49] O. Doré, R. Teyssier, F. R. Bouchet, D. Vibert et S. Prunet. *Astron. Astrophys.*, 374:358, 2001.
- [50] M. Douspis. *Analyse statistique des anisotropies du fonds diffus cosmologique*. thèse de doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse III, 2001.



- [51] C. Dragone. *IEEE Trans. Ant. Prop.*, AP-30n No. 3:331, 1982.
- [52] R. Durrer. *astro-ph/0109522*, 2001.
- [53] A. Einstein. *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.*, 1:142, 1917.
- [54] P. Ferreira et A. H. Jaffe. *MNRAS*, 312:89, 2000.
- [55] A. V. Filippenko et A. G. Riess. *Phys. Rep.*, 307:31, 1998.
- [56] R. A. Fisher. *J. Roy. Stat. Soc.*, 98:39, 1935.
- [57] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer et E. L. Wright. *Ap. J.*, 473:576, 1996.
- [58] P. H. Frampton. *astro-ph/0102344*, 2001.
- [59] W. L. Freedman et al. *Ap. J.*, 553:47, 2001.
- [60] A. Friedmann. *Zeits. f. Physik*, 10:377, 1922.
- [61] A. Friedmann. *Zeits. f. Physik*, 21:326, 1924.
- [62] M. Fukugita et al. *Ap. J.*, 503:518, 1998.
- [63] G. Gamow. *Nature*, 162:680, 1948.
- [64] J. Garcia-Bellido et D. Wands. *Phys. Rev. D*, 53:5437, 1996.
- [65] D. S. Goldwirth et T. Piran. *Phys. Rep.*, 214:223, 1992.
- [66] H. Golub et F. van Loan. *Matrix operations*. The John Hopkins University Press, 1987.
- [67] C. Gordon, D. Wands, B. A. Basset et R. Maartens. *astro-ph/0009131*, 2000.
- [68] K. M. Gorski, B. Wandelt, F. Hansen, E. Hivon, R. Stompor, A. J. Banday, and M. Bartelmann. *astro-ph/9905275*, 1999. <http://www.eso.org/kgorski/healpix/>.
- [69] R. M. Gray. 2001. <http://eee-www.stanford.edu/gray/toeplitz.pdf>.
- [70] A. H. Guth. *Phys. Rev. D*, 23:347, 1981.
- [71] R. Hakim. *Gravitation Relativiste*. Savoirs Actuels. CNRS éditions, 1994.
- [72] N. Halverson, E. Leitch, C. Pryke et al. *astro-ph/0104489*, 2001.
- [73] S. Hanany, P. Ade, A. Balbi et al. *Ap. J. Lett*, 545:L5, 2000.
- [74] E. Hivon et al. *Ap. J.*, 567:2, 2002.
- [75] W. Hu et S. Dodelson. *Ann. Rev. Astr. Astroph.*, 2002. *astro-ph/0110414*, <http://background.uchicago.edu/whu/araa/araa.html>.
- [76] W. Hu, D. Scott, N. Sugiyama et M. White. *Phys. Rev. D*, 52:5498, 1995.
- [77] W. Hu et D. Sugiyama. *Phys. Rev. D*, 51:2599, 1995.
- [78] W. Hu et M. White. *Phys. Rev. Lett.*, 77:1687, 1996.
- [79] E. P. Hubble. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15:168, 1929.
- [80] M. A. Janssen et S. Gulkis. Mapping the sky with the coBE dmr. In M. Signore et C. Dupraz, editors, *The Infrared and Submillimeter Sky after COBE*, page 391sq. Dordrecht: Kluwer, 1992.
- [81] G. Jungman, M. Kamionkowsky, A. Kosowsky et D. Spergel. *Phys. Rev. D*, 54:1332, 1996.
- [82] M. Kamionkowsky et A. Kinkhabwala. *Phys. Rev. D*, 57:3256, 1998.

- [83] J. F. Keeney et E. S. Keeping. *Mathematics of Statistics*. Van Nostrand, 1951.
- [84] M. G. Kendall et A. Stuart. *The Advanced Theory of Statistics*. Griffin, 1969.
- [85] J. Khoury, B. A. Ovrut, P. J. Steinhardt et N. Turok. *hep-th/0103239*, 2001.
- [86] L. Knox. *Phys. Rev. D.*, 52:4307, 1995.
- [87] L. A. Kofman, A. D. Linde et A. A. Starobinsky. *Phys. Rev. Lett.*, 73:3195, 1994.
- [88] L. A. Kofman, A. D. Linde et A. A. Starobinsky. *Phys. Rev. D*, 56:3258, 1997.
- [89] E. W. Kolb et M. S. Turner. *The Early Universe*. Frontiers in Physics. Addison-Wesley, 1990.
- [90] A. Kompaneets. *Sov. Phys. - JETP*, 4:730, 1957.
- [91] L. V. E. Koopmans et C. D. Fassnacht. *Ap. J.*, 527:513, 1999.
- [92] A. Kosowsky. *Ann. Phys.*, 246:49, 1996.
- [93] J. H. Krolik. *Ap. J.*, 353:21, 1990.
- [94] P. Lancien. Mesure du spectre de puissance des fluctuations du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience archeops. Rapport de stage de Magistère, Université Claude Bernard Lyon I, 2001.
- [95] A. E. Lange et al. *Phys. Rev. D*, 63:042001, 2001.
- [96] S. P. Langley. *Nature*, 25:14, 1981.
- [97] T. Lasserre et al. *Astron. Astrophys.*, 355:39, 2000. <http://www.lal.in2p3.fr/recherche/eros/>.
- [98] S. M. Leach, A. R. Liddle, J. Martin et D. J. Schwarz. *astro-ph/0202094*, 2002.
- [99] A. Lee, P. Ade, A. Balbi et al. *astro-ph/0104459*, 2001.
- [100] B. Leibundgut. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 39:67, 2001.
- [101] A. Lewis, A. Challinor et A. Lasenby. *Ap. J.*, 538:473, 2000.
- [102] A. R. Liddle. *New Astronomy Reviews*, 45:235, 2001.
- [103] A. R. Liddle et D. H. Lyth. *Phys. Lett. B*, 291:391, 1992.
- [104] A. R. Liddle et D. H. Lyth. *Phys. Rep*, 231:1, 1993.
- [105] A. R. Liddle et D. H. Lyth. *Cosmological Inflation et Large Scale Structure*. Cambridge University Press, 2000.
- [106] A. R. Liddle, P. Parsons et J. D. Barrows. *Phys. Rev. D*, 50:7222, 1994.
- [107] J. E. Lidsey et al. *Rev. Mod. Phys.*, 69:373, 1997.
- [108] A. Linde et V. Mukhanov. *Phys. Rev. D*, 56:535, 1997.
- [109] A. D. Linde. *Phys. Lett. B*, 108:389, 1982.
- [110] A. D. Linde. *Phys. Lett. B*, 129:177, 1983.
- [111] A. D. Linde. *Phys. Lett. B*, 259:38, 1991.
- [112] C. H. Lineweaver, L. Tenorio, G. F. Smoot, P. Keegstra, A. J. Banday, and P. Lubin. *Ap. J.*, 470:38, 1996.

- [113] D. H. Lyth et A. Riotto. *Phys. Rep.*, 314:1, 1999.
- [114] D. H. Lyth et E. Stewart. *Phys. Lett. B*, 252:336, 1990.
- [115] J. F. Macías Pérez. *Cosmic Microwave Background observations at intermediate angular scales*. thèse de doctorat, Département of Physics et Astronomy, University of Manchester, 2001.
- [116] J. F. Macías Pérez, F. X. Désert, A. Benoît et J. C. Vanel. High frequency filtering. Note interne de la collaboration Archeops, 2001.
- [117] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier et D. T. Wilkinson Wright. *Ap. J.*, 512:511, 1999.
- [118] G. Mathez, Y. Mellier et A. Mazure. *Chronique de l'espace-temps*. Cahiers des Sciences de l'Univers 3, Bureau des Longitudes. Masson, 1994.
- [119] F. Mayet. *Détection directe et indirecte de Matière Sombre Supersymétrique*. thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2001.
- [120] C. W. Misner, K. S. Thorne et J. A. Wheeler. *Gravitation*. W. H. Freeman et Company, 1973.
- [121] P. Molaro, S. A. Levshakov, M. Dessauge-Zavadsky et S. D'Orico. *astro-ph/0111589*, 2001.
- [122] P. Natoli, G. de Gasperis, C. Gheller et N. Vittorio. *Astron. Astrophys.*, 372:346, 2001.
- [123] C. B. Netterfield et al. *astro-ph/0104460*, 2001.
- [124] H. P. Nilles. *Phys. Rep.*, 110:1, 1984.
- [125] K. Olive. *astro-ph/9901231*, 1999.
- [126] T. Padmanabhan. *Structure Formation in the Universe*. Cambridge University Press, 1993.
- [127] J. R. Pardo-Carrion. *Etudes de l'atmosphère terrestre au moyen d'observations dans les longueurs d'onde millimétriques et submillimétriques*. thèse de doctorat, Université Paris VI - Universidad Complutense de Madrid, 1996.
- [128] J. A. Peacock. *Cosmological Physics*. Cambridge University Press, 1999.
- [129] T. J. Pearson et al. *astro-ph/0205388*, 2002.
- [130] P. J. E. Peebles. *Ap. J.*, 153:1, 1968.
- [131] P. J. E. Peebles. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton Series in Physics. Princeton University Press, 1993.
- [132] P. J. E. Peebles. *astro-ph/0102327*, 2001.
- [133] A. A. Penzias et R. Wilson. *Ap. J.*, 142:419, 1965.
- [134] W. J. Percival et al. *astro-ph/0206256*, 2002.
- [135] S. Perlmutter et al. *Nature*, 391:51, 1998.
- [136] S. Perlmutter et al. *Ap. J.*, 517:565, 1999.
- [137] J. Preskill. *Phys. Rev. Lett.*, 43:1365, 1979.
- [138] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling. *Numerical Recipe*. Cambridge University Press, 1992.
- [139] C. Prike et al. *astro-ph/0.04490*, 2001.

- [140] S. Prunet, C. B. Netterfield, E. Hivon et B. P. Crill. In *Proceedings of the XXXVth Rencontres de Moriond, Energie densities in the Universe*. Editions Frontières, 2000. astro-ph/0006052.
- [141] B. Ratra et P. J. E. Peebles. *Phys. Rev. D*, 37:3406, 1988.
- [142] M. Rees et D. Sciama. *Nature*, 519:611, 1968.
- [143] B. Revenu. *Anisotropies et polarisation du rayonnement fossile : méthodes de détection et traitement des données*. thèse de doctorat, Université Paris VII, 2000.
- [144] P. L. Richards. *Journal of Applied Physics*, 76:1, 1994.
- [145] A. G. Riess et al. *Astron. J.*, 116:1009, 1998.
- [146] A. G. Riess et al. *Ap. J.*, 560:49, 2001.
- [147] H. P. Robertson. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 15:822, 1929.
- [148] R. K. Sachs et A. M. Wolfe. *Ap. J.*, 147:73, 1967.
- [149] A. Sandage. *Ap. J.*, 133:365, 1961.
- [150] S. Sarkar. *Rep. Prog. Phys.*, 59:1493, 1996.
- [151] D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner et M. Davis. *Ap. J.*, 500:525, 1998. Le programme FORECAST basé sur cette publication et écrit par le groupe COMBAT est disponible à l'adresse : <http://cfpa.berkeley.edu/group/cmbanalysis/forecast/>.
- [152] U. Seljak et M. Zaldarriaga. *Ap. J.*, 469:437, 1996.
- [153] J. Silk. *Ap. J. Lett.*, 151:459, 1968.
- [154] G. Smoot et al. *Ap. J. Lett.*, 396:1, 1992.
- [155] R. Srianand, P. Petitjean et C. Ledoux. *Nature*, 408:931, 2000.
- [156] S. Staggs et S. Church. *astro-ph/0111576*, 2001.
- [157] A. A. Starobinski. *JETP Lett.*, 30:682, 1979.
- [158] R. A. Sunyaev et Y. B. Zel'dovich. *Astrophys. Space Sci.*, 7:3, 1970.
- [159] M. Tegmark. *Ap. J. Lett*, 464:35, 1996
- [160] M. Tegmark. *Ap. J. Lett*, 480:87, 1997.
- [161] M. Tegmark. *Phys. Rev. D*, 56:4514, 1997.
- [162] M. Tegmark et G. Efstathiou. *MNRAS*, 281:1297, 1996.
- [163] M. Tegmark, A. N. Taylor et A. F. Heavens. *Ap. J.*, 480:22, 1997.
- [164] J. Traschen et R. Brandenberger. *Phys. Rev. D*, 42:2491, 1990.
- [165] R. Trotta, A. Riazuelo et R. Durrer. *Phys. Rev. Lett.*, 87:231301, 2001.
- [166] J. W. Truran, S. Burles, J. J. Cowan et C. Sneden. *astro-ph/0109526*, 2001.
- [167] D. Tytler et al. *astro-ph/0001318*, 2000. Submitted in Phys. Scr.
- [168] L. Verde et al. *astro-ph/0112161*, 2001.
- [169] P. Viana. *New Astronomy Reviews*, 45:255, 2001.
- [170] A. G. Walker. *Proc. Lond. Math. Soc. (2)*, 42:90, 1935.
- [171] S. Weinberg. *Rev. Mod. Phys.*, 61:1, 1989.
- [172] M. White. *Phys. Rev. D*, 42:4198, 1992.
- [173] M. White et M. Srednicki. *Ap. J.*, 443:6, 1994.

- [174] L. L. R. Williams et P. Saha. *Astron. J.*, 119:439, 2000.
- [175] F. Zwicky. *Helv. Phys. Acta*, 6:110, 1933.



## Liste des tableaux

1.1	Résultats de Boomerang, Maxima et Dasi . . . . .	24
3.1	Prédictions de quelques modèles inflationnaires . . . . .	70
4.1	La collaboration Archeops . . . . .	73
4.2	Les bolomètres d'Archeops . . . . .	78
4.3	Sensibilité des bolomètres du vol du 7 février 2002 . . . . .	88
4.4	Sensibilité par voie des bolomètres pour le vol du 7 février 2002 . . . . .	89
5.1	Nombre binaire associé à chaque cause de corruption. . . . .	98
5.2	Choix des paramètres de décorrélation . . . . .	118
5.3	Ecart-type avant et après traitement haute fréquence dans la bande 1-60 Hz pour les bolomètres du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	124
6.1	Machines utilisées pour la cartographie. . . . .	152
A.1	Fonctions de distributions et lois pour la densité volumique, la densité d'énergie et la pression . . . . .	196
C.1	Nombre moyen de glitches par tour . . . . .	208
C.2	Pourcentage de données signalées . . . . .	209





# Table des figures

1.1	Les étapes les plus remarquables dans l'évolution de l'Univers . . .	19
1.2	Evolution du facteur d'échelle $a(t)$ . . . . .	22
1.3	Diagramme $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ avec les supernovae Ia . . . . .	28
2.1	Le spectre du CMB mesuré par Cobe . . . . .	32
2.2	Evolution du paramètre d'ionisation . . . . .	34
2.3	Spectre de puissance angulaire de différentes sources d'anisotropies secondaires . . . . .	43
2.4	Effet de la réionisation . . . . .	44
2.5	Les avant-plans . . . . .	45
2.6	Contribution des différentes sources d'avant-plan . . . . .	45
2.7	Carte de la poussière à $100 \mu\text{m}$ . . . . .	46
2.8	La quantité $4\pi(2\ell + 1)j_\ell^2(x)$ pour $\ell = 50, 100, 200$ . . . . .	51
2.9	Effets de la variation de $\Omega_0$ . . . . .	52
2.10	Effets de la variation de $\Omega_b h^2$ . . . . .	53
2.11	Effets de la variation de $\Omega_\Lambda$ . . . . .	54
2.12	Effets de la variation de $h$ . . . . .	54
2.13	Effets de la variation de $r$ . . . . .	55
2.14	Effets de la variation de $n_s$ . . . . .	55
2.15	Dégénérescence entre trois modèles . . . . .	56
2.16	Mesures récentes du spectre $C_\ell$ . . . . .	56
3.1	Un potentiel d'inflation hybride . . . . .	62
3.2	Evolution de la longueur de Hubble durant l'inflation . . . . .	66
3.3	Spectre $C_\ell$ en fonction de $n_s$ . . . . .	69
4.1	Simulation des barres d'erreurs de mesures sur les $C_\ell$ d'Archeops .	74
4.2	Vue du côté du télescope d'Archeops et du cryostat . . . . .	75
4.3	Schéma de principe d'un bolomètre . . . . .	76
4.4	Configuration optique d'un bolomètre . . . . .	77
4.5	La nacelle d'Archeops . . . . .	79
4.6	La stratégie de pointage d'Archeops . . . . .	80
4.7	La source thermique d'étalonnage . . . . .	81
4.8	La source de thermique d'étalonnage observée par trois bolomètres différents du télescope POM2 du plateau de Bure . . . . .	82
4.9	Schéma de principe de la table de pointage . . . . .	83

4.10	Carte des lobes obtenue le 8 décembre 2001 dans le cadre de la campagne de l'hiver 2001-2002 . . . . .	83
4.11	La trajectoire du ballon Archeops durant le vol test de Trapani . . . . .	84
4.12	La zone couverte par Archeops pour le vol de Trapani . . . . .	84
4.13	La trajectoire du ballon Archeops durant le vol de Kiruna du 29 janvier 2001 . . . . .	86
4.14	La zone couverte par Archeops pour le vol de Kiruna du 29 janvier 2001 . . . . .	86
4.15	La trajectoire du ballon Archeops durant le vol de Kiruna du 7 février 2002 . . . . .	87
4.16	La zone couverte par Archeops pour le vol de Kiruna du 7 février 2002 . . . . .	88
5.1	Le spectre du bolomètre 217K02 . . . . .	93
5.2	Noyau du filtre utilisé en amont de l'infoduc . . . . .	96
5.3	Bouffée de bruit . . . . .	98
5.4	Une discontinuité . . . . .	99
5.5	Quelques glitches . . . . .	100
5.6	Effet du déglitchage sur la Galaxie . . . . .	101
5.7	Interpolation contrainte . . . . .	103
5.8	Corrélation entre signal bolométrique et altitude . . . . .	105
5.9	Effet de la décorrélation très basse fréquence . . . . .	106
5.10	Corrélation entre le bolomètre, le thermomètre à 10 K et le dipôle . . . . .	108
5.11	Effet du traitement des effets synchrones avec la fréquence de rotation . . . . .	109
5.12	Traitement des pics fins dans le domaine temporel . . . . .	110
5.13	Traitement des pics fins dans le domaine fréquentiel . . . . .	111
5.14	Diagramme temps fréquence d'un bolomètre 143 GHz . . . . .	112
5.15	Spectres d'un bolomètre et d'un thermomètre . . . . .	113
5.16	Agrandissement d'une bouffée de bruit . . . . .	113
5.17	Contraintes sur le choix des paramètres de la décorrélation . . . . .	115
5.18	Choix des paramètres de la décorrélation . . . . .	116
5.19	Carte des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB . . . . .	119
5.20	Spectres $C_\ell$ des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB . . . . .	119
5.21	Spectres des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB et d'un bruit corrélé . . . . .	120
5.22	Spectres $C_\ell$ des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB et d'un bruit corrélé . . . . .	121
5.23	Carte des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB en rajoutant un vrai bolomètre . . . . .	121
5.24	Spectres $C_\ell$ des effets de la décorrélation haute fréquence sur une TOI de CMB et d'un vrai bolomètre . . . . .	122
5.25	Résultats de la décorrélation haute fréquence pour les bolomètres 143 GHz du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	125

5.26	Résultats de la décorrélation haute fréquence pour les bolomètres 217 GHz du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	126
5.27	Résultats de la décorrélation haute fréquence pour les bolomètres 353 GHz du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	127
5.28	Résultats de la décorrélation haute fréquence pour les bolomètres 545 GHz du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	128
5.29	Ajustements gaussiens d'histogrammes par intervalle de 1 Hz pour les bolomètres du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	130
5.30	Histogrammes de statistiques de Kolmogorov-Smirnov obtenus en comparant des paires de TOIs simulées . . . . .	133
5.31	Test de Kolmogorov-Smirnov pour les données du 29 janvier 2001	135
5.32	Effet de la déconvolution de la constante de temps . . . . .	136
5.33	Les spectres de quatre bolomètres du vol du 7 février 2002 . . . . .	138
5.34	Ajustements gaussiens d'histogrammes par intervalle de 1 Hz pour les bolomètres du vol du 7 février 2002 . . . . .	139
5.35	Test de Kolmogorov-Smirnov pour les données du 7 février 2002 . . . . .	140
6.1	Spectres pour les simulations de CMB, bruit 1/f et Galaxie . . . . .	146
6.2	Carte de redondance obtenue pour le vol du 29 janvier 2001 . . . . .	147
6.3	Histogramme de la carte de redondance . . . . .	147
6.4	Comparaison des spectres pour la simulation CMB+Bruit 1/f . . . . .	155
6.5	Comparaison des cartes pour la simulation CMB+Bruit 1/f . . . . .	155
6.6	Spectre $\mathcal{C}_\ell$ obtenus pour la simulation CMB et bruit 1/f . . . . .	156
6.7	Spectre $\mathcal{C}_\ell$ obtenus par Madcap pour des modèles de bruit modifiés	156
6.8	Carte de coaddition de la simulation . . . . .	157
6.9	Comparaison des spectres pour la simulation CMB+Bruit 1/f+Galaxie	159
6.10	Comparaison des cartes pour la simulation CMB+Bruit 1/f+Galaxie	159
6.11	Spectre $\mathcal{C}_\ell$ obtenus pour la simulation CMB et bruit 1/f+Galaxie	160
6.12	Comparaison des cartes pour la simulation CMB+Bruit 1/f+Galaxie réduite ou dégradée . . . . .	160
6.13	Spectre de Mapcumba dans le cas d'un bruit en créneau . . . . .	163
6.14	Cartes de la simulation CMB+Bruit 1/f+bruit en créneau . . . . .	163
6.15	Spectres $\mathcal{C}_\ell$ obtenus pour la simulation CMB, bruit 1/f et bruit en créneau . . . . .	164
6.16	Cartes de CMB pour un bruit non stationnaire . . . . .	164
6.17	Résultats du filtrage Wiener pour la simulation . . . . .	167
6.18	Résultats du filtrage Wiener pour les bolomètres 217K04 et 217K06 du vol du 29 janvier 2001 . . . . .	169
6.19	Résultats du filtrage Wiener pour les bolomètres 217K04 et 217K06 du vol du 29 janvier 2001, avec un lissage de 1 degré . . . . .	170
7.1	Diagramme $(n_s, r)$ , les autres paramètres sont fixes . . . . .	174
7.2	dégénérescence dans le plan $(n_s, r)$ . . . . .	175
7.3	Barres d'erreur d'Archeops et de Boomerang . . . . .	176
7.4	Diagrammes $(n_s, r)$ d'Archeops et de Boomerang . . . . .	177

7.5	Diagrammes $(n_s, r)$ d'Archeops, de Cobe et de Boomerang . . . . .	177
7.6	Diagrammes $(n_s, r)$ de Boomerang avec Cobe et Archeops . . . . .	178
7.7	Effet de la variation de $h$ . . . . .	179
7.8	Diagramme $(n_s, r)$ , obtenus pour trois valeur de $h$ . . . . .	180
7.9	dégénérescence entre $n_s$ et $\Omega_\Lambda$ . . . . .	181
7.10	Diagrammes $(n_s, \Omega_\Lambda)$ d'Archeops . . . . .	181
7.11	Diagramme $(n_s, r)$ , obtenus pour trois valeur de $\Omega_\Lambda$ . . . . .	182
7.12	Diagramme des paramètres du modèle hybride quadratique . . . . .	184
7.13	Diagramme des paramètres du modèle hybride quadratique, agran- dissement . . . . .	185
7.14	Diagramme des paramètres du modèle hybride quadratique, agran- dissement pour $n_s$ et $r$ . . . . .	185
7.15	Figure 7.12 avec Boomerang . . . . .	186
B.1	Dégénérescence entre trois modèles levée par la polarisation . . . . .	203
C.1	Un signal gaussien non stationnaire . . . . .	206
C.2	Histogrammes obtenus pour chaque temps $t$ du signal de la figure C.1 . . . . .	206
C.3	Spectres de Fourier obtenus en distinguant les 512 premiers et der- niers points su signal de la figure C.1 . . . . .	207

## Résumé

L'expérience embarquée en ballon Archeops a cartographié les anisotropies du Fond Diffus Cosmologique (CMB) avec une résolution angulaire de 10 minutes d'arc sur une portion du ciel de 30%. Elle constitue également un banc-test pour la mission Planck-HFI de l'ESA.

Le travail de cette thèse a porté sur l'étalonnage sol à l'aide d'une source thermique millimétrique des trois vols effectués par Archeops et l'analyse des données obtenues. Le traitement des données ordonnées en temps est détaillé en plusieurs étapes: signalisation des données corrompues, soustraction des effets systématiques à basse fréquence, puis à haute fréquence. Dans ce dernier cas, une méthode originale est proposée qui permet à quelques détecteurs de satisfaire aux hypothèses de stationnarité et de gaussianité des codes de cartographie. Les solutions fournies par trois de ces codes sont comparés à l'aide de simulations.

Le spectre de puissance angulaire des anisotropies permet de contraindre les différents paramètres du modèle cosmologique standard, et par conséquent les paramètres physiques du modèle inflationnaire considéré pour générer les perturbations primordiales dont les anisotropies sont l'empreinte. Cette thèse présente ce qu'Archeops peut apporter dans ce domaine.

**Mots-clés:** CMB, cosmologie observationnelle, traitement de données, cartographie, estimation des paramètres, bolomètre.

## Title

Ground calibration and data analysis of the balloon-borne experiment Archeops measuring the Cosmic Microwave Background anisotropies - Study of constraints on inflation

## Abstract

Archeops, a balloon-borne experiment, has mapped the Cosmic Microwave Background anisotropies at high angular resolution  $\sim 10$  arcminutes on a large fraction of the sky of 30%. Archeops is a benchmark for the HFI instrument of the Planck satellite mission of the ESA.

This thesis deals with the ground calibration using a millimetric thermal source for the three flights performed by Archeops and with their data analysis. The main steps of the process of the time ordered data are discussed: flagging of the corrupted data, subtraction of systematics at low frequency and at high frequency. For the latter, an original method is proposed which helps some of the detectors to satisfy the hypothesis of stationnarity and gaussianity requested by the map making codes. Solutions given by three of these codes are compared using simulations.

The angular power spectrum of the anisotropies constraints the parameters of the standard cosmological model, and hence, the physical parameters of the considered inflationary model that generates the primordial perturbations imprinted

in the anisotropies. This thesis shows what would be the Archeops contribution to this topic.

**Keywords :** CMB, observationnal cosmology, data analysis, map making, parameter estimation, bolometer.